

1. feladat (13+4+3=20 pont)

$$y' = \frac{y^2 - 4}{x^2 + 9}.$$

- Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását!
- Oldja meg az $y(3) = -2$, illetve az $y(3) = 1$ kezdetiérték problémákat!
- A sík mely pontjaiban párhuzamos az iránymező az $y = x$ egyenessel? Rajzoljon be a koordinátarendszerbe egy vonalelemet, amely párhuzamos az adott egyenessel!

2. feladat (18 pont)

Vezesse be az $u = y^2$ új változót az alábbi differenciálegyenletbe, majd határozza meg az általános megoldást:

$$2yy' + \frac{2}{x}y^2 = 3x^3$$

3. feladat (20 pont)

Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y''' + 4y'' + 8y' = 15x e^{-x} + 4$$

4. feladat (16+8=24 pont)

Abszolút vagy feltételesen konvergensek-e az alábbi sorok?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+3}{3n^2+5n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sqrt[n]{\frac{n+3}{3n^2+5n}}$$

Konvergencia esetén adjon becslést az $s \approx s_{100}$ közelítés hibájára.

5. feladat (5+10=20 pont)

a) Ismertesse a gyökkritérium valamelyik alakját!

b) Konvergense-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n^2}{6+n^2} \right)^{n^3} \cdot \frac{n^3}{2^{3n-1}}$ sor?

IMSC feladat (15 IMSC pont)

Egy ejtőernyős tömege az ernyővel együtt 80 kg. Az ejtőernyős leszállásánál (kezdősebessége nulla) a levegő ellenállása négyzetesen arányos a mozgás v sebességével (az arányossági tényező: $k = 400$). Határozzuk meg a leereszkedés sebességét az idő függvényeként, és állapítsuk meg a leereszkedés maximális sebességét! ($g = 10m/s^2$)