

3. Gyakorlat

Diszkrét valószínűségi változók, Várható érték, Geometriai valószínűség

- Dobjunk fel egy szabályos érmét háromszor. Legyen az Ω eseménytér a 3 hosszú fej-írás sorozatok halmaza, és jelöljük az elemeit értelemszerűen: FFF, FIF, \dots jelsorozatokkal. Definiáljuk az $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az FFF kimenetelen 0-nak, és minden más kimenetel esetén az első "írás" jel sorszámának (pl. $X(FIF) = 2$).
 - Mekkora az esélye, hogy X páratlan?
 - Definiáljuk Y -t ugyanúgy, mint X -et, azzal az eltéréssel, hogy $Y(FFF)$ véletlenszerűen vagy 0 vagy 1 értéket vesz fel. Valószínűségi változó-e Y az Ω eseménytéren?

- Legyen A, B és C három esemény, melyek valószínűségei és metszeteinek valószínűségei a következők:

$$\mathbb{P}(A) = 0,5 \quad \mathbb{P}(B) = 0,4 \quad \mathbb{P}(C) = 0,3 \quad \mathbb{P}(A \cap B) = 0,3$$

$$\mathbb{P}(B \cap C) = 0,2 \quad \mathbb{P}(C \cap A) = 0,1 \quad \mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0,1$$

Az A, B és C események közül bekövetkező események számát jelölje Y . Mennyi $\mathbb{P}(0 < Y < 3)$?

- Dobjunk két 10 oldalú dobókockával, jelölje az eredményeiket X és Y . Mennyi $\mathbb{P}(X \leq Y)$?

- Két kockával dobva, mennyi a dobott számok maximumának várható értéke?
- Tegyük fel, hogy az 5-ös lottó nyereményei rögzítettek: az 5-ös találat 1 millárd, a 4-es 6 millió, a 3-as 35 ezer, míg a 2-es kétezer forintot nyer. Egy szelvényvel mennyi a nyereményünk várható értéke?
- Egy érmével addig dobunk, amíg először fordul elő, hogy két egymás utáni dobás értéke azonos. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?
- Egy boltban izzókat árulnak. Az izzók 1%-a hibás. Ha veszünk 100 darabot, akkor
 - Mekkora eséllyel lesz legfeljebb három hibás?
 - Várhatóan hány hibásat vettünk?
 - Hány lesz közülük rossz a legnagyobb valószínűséggel?
- Jelölje X egy kockadobás eredményét. Mennyi $\mathbb{E}((X - 3)^2)$?

- Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetre leejtünk egy 3 cm átmérőjű kör alakú pénzdarabot úgy, hogy a pénzdarab középpontja benne legyen a négyzetben. Tegyük fel, hogy a pénzdarab középpontja egyenletes valószínűséggel eshet akárhova (azaz egy bármilyen x cm² területű részbe esés valószínűsége $x/100$). Mennyi a valószínűsége, hogy a pénzdarab lefedi a négyzet egy csúcsát?
- Vegyünk egy véletlen $P = (a, b)$ pontot az egységnyezetből. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ polinomnak nincs valós gyöke?
- A $[0, 1]$ intervallumon találmra kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több, mint kétszerese a másiknak?
- A $(0, 2)$ és $(0, 3)$ szakaszokon választunk találmra egy-egy pontot, legyenek ezek x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy az x, y és 1 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?
- Legyen x és y két véletlenszerűen választott $(0, 1)$ -beli szám. Mekkora a valószínűsége, hogy $x + y < 1$ és $x \cdot y < 0,16$?

- IMSc 3. Három darab 2×2 -es mátrix koordinátáit válasszuk 0-nak vagy 1-nek véletlenszerűen, egymástól függetlenül. Mekkora az esélye, hogy a három mátrix szorzatának determinánsa nem nulla?