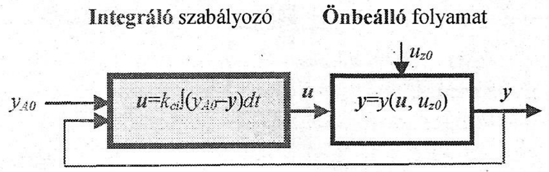
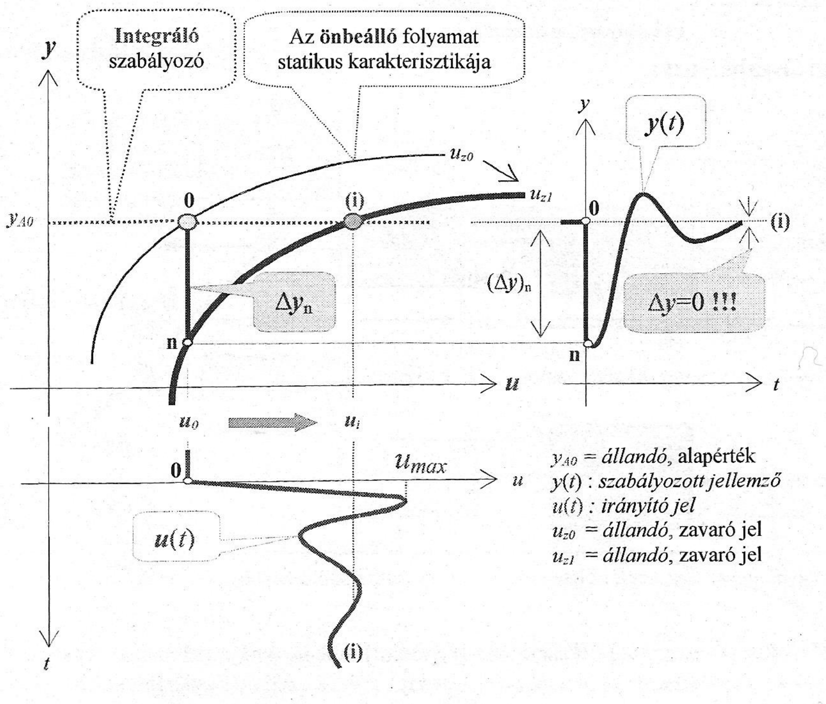
Szilágyi Béla –Juhász Ferencné

FOLYAMATSZABÁLYOZÁS

Integrálszabályozások
Segédlet 5

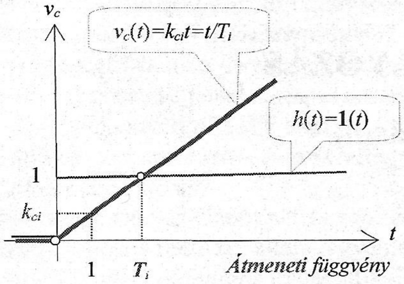




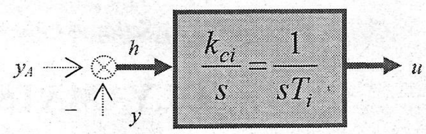
y_{A0} = *állandó*, alapérték
$y(t)$: *szabályozott jellemző*
$u(t)$: *irányító jel*
u_{z0} = *állandó*, zavaró jel
u_{z1} = *állandó*, zavaró jel

Az integráló (I) szabályozó rendszeregyenlete, átviteli–, és átmeneti függvénye, szerkezeti illusztrációja

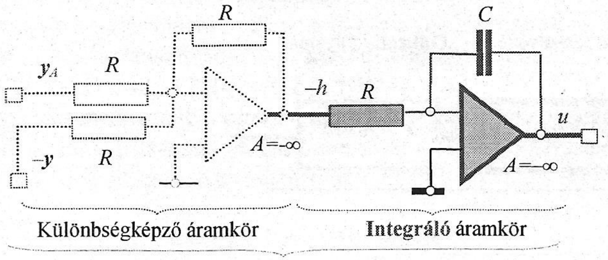
$$u(t)=u_0+k_{ci}\int h(t)dt=u_0+k_{ci}\int[y_A(t)-y(t)]dt \rightarrow W_c(s)=k_{ci}/s$$



Átmeneti függvény



T_i integrálási idő telik el addig, amíg az I szabályozó $u(t)$ kimenőjelében akkora változás jön létre, mint amekkora a bemenetre kapcsolt állandó h_0 bemenőjel értéke. A szabályozó T_i paraméterét integrálási és ismétlési időnek is nevezik.



I szabályozó, áramköri példa

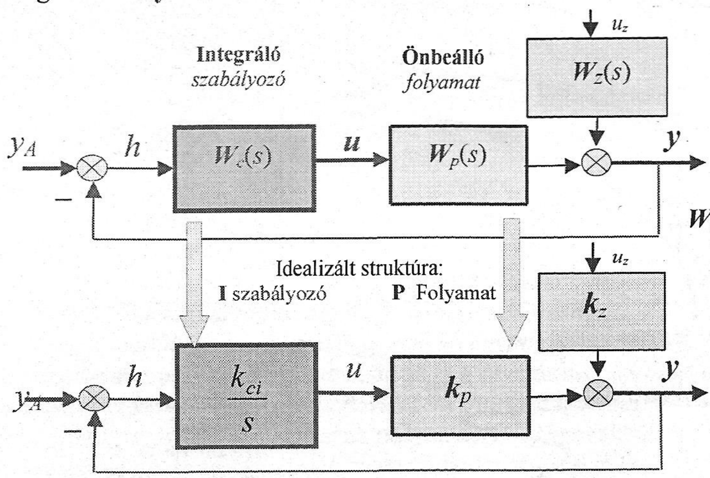
$$-\frac{h(s)}{R}+\frac{u(s)}{\frac{1}{sC}}\cong 0$$

$$u(s)=\frac{1}{RCs}h(s)=\frac{k_{ci}}{s}h(s)=\frac{1}{sT_i}h(s)$$

$$T_i s u(s)=h(s)$$

$$T_i\frac{du(t)}{dt}=h(t)\quad T_i=RC$$

Az 1 típusú integrálszabályozás



$$W_0(s)=W_c(s)W_p(s)$$

$$V_0(s)=\frac{k_{ci}k_p}{s}=\frac{k_i}{s}=\frac{1}{sT_i}$$

$$k_i=k_{ci}k_p\quad Ti=\frac{1}{k_i}$$

Az I tag *dinamikus* tag, ezért az integrálszabályozás elvileg nem lehet algebrai hurok

A rendszeregyenletek

$y(s)=W_p(s)u(s)+W_z(s)u_z(s) = k_pu(s)+k_zu_z(s)$ $\rightarrow$ önbeálló tag

$u(s)=W_c(s)[y_A(s)-y(s)] = (k_{ci}/s)[y_A(s)-y(s)]$ $\rightarrow$ integráló tag

$$y(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}\left(y_A(s)+\frac{W_z(s)}{W_0(s)}u_z(s)\right)=\frac{k_i}{s+k_i}\left(y_A(s)+\frac{k_zs}{k_i}u_z(s)\right)$$

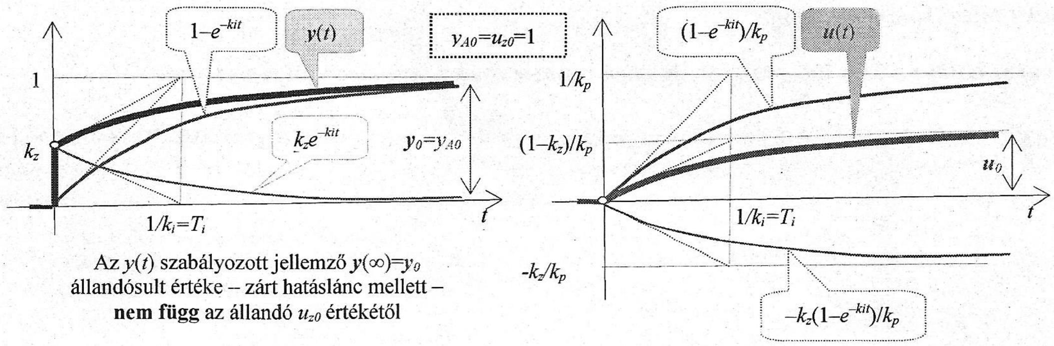
$$u(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}\left(\frac{1}{W_p(s)}y_A(s)-\frac{W_z(s)}{W_p(s)}u_z(s)\right)=\frac{k_i}{s+k_i}\left(\frac{1}{k_p}y_A(s)-\frac{k_z}{k_p}u_z(s)\right)$$

$$ahol:\ W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=\frac{k_{ci}}{s}k_p=\frac{k_i}{s}\qquad k_i=k_{ci}k_p$$

Megoldás $y_{A0}1(t)$ és $u_{z0}1(t)$ gerjesztésekre és az $y(t)$, $u(t)$ jelek végértékei($y_A(s)=y_{A0}/s$ és $u_z(s)=u_{z0}/s$):

$$\begin{bmatrix}y(t)\\u(t)\end{bmatrix}=L^{-1}\begin{bmatrix}y(s)\\u(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1-e^{-k_it}) & k_ze^{-k_it}\\ \frac{1}{k_p}(1-e^{-k_it}) & -\frac{k_z}{k_p}(1-e^{-k_it})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_{A0}\\u_{z0}\end{bmatrix}$$

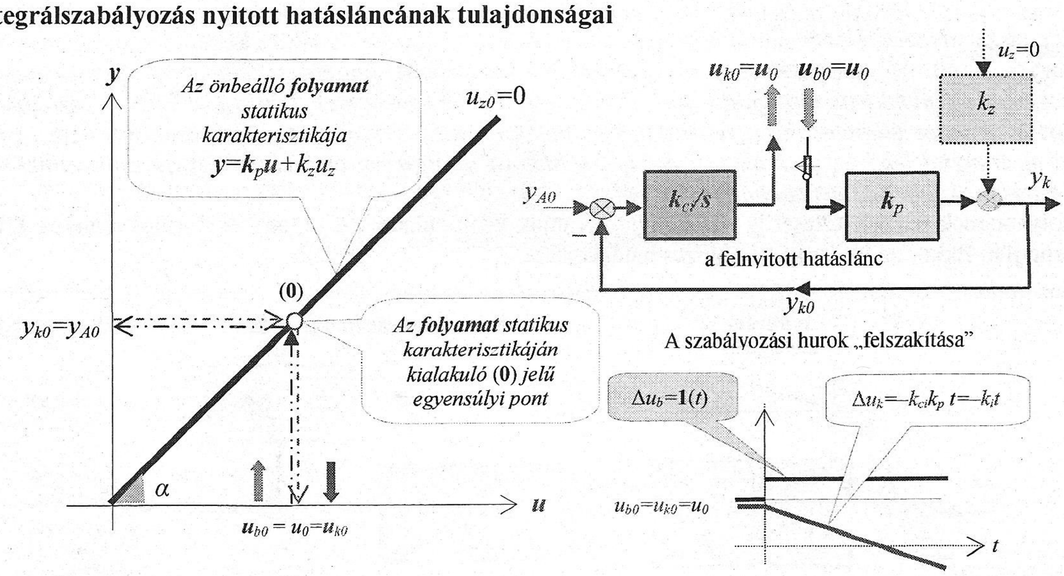
$$\lim_{t\to\infty}\begin{bmatrix} y(t)\\ u(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(\infty)\\ u(\infty)\end{bmatrix} = \lim_{s\to 0}\begin{bmatrix} sy(s)\\ su(s)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ \frac{1}{k_p} & -\frac{k_z}{k_p}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{A0}\\ u_{z0}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{A0}\\ \frac{y_{A0}-k_z u_{z0}}{k_p}\end{bmatrix}$$



Az $y(t)$ szabályozott jellemző $y(\infty)=y_0$ állandósult értéke – zárt hatáslánc mellett – **nem függ** az állandó u_{z0} értékétől

Figyeljük meg, hogy a szabályozott jellemző $y(\infty)$ állandósult értéke azonos az alapérték y_{A0} állandó értékével, és független a zavaró jel u_{z0} állandó értékétől. Ez az adott integrálszabályozásnak egy igen lényeges, alapvető sajátossága. Mindez egyébként azért lehetséges, mert a szabályozó (az **integráló** tulajdonsága miatt és az u_{z0} zavaró jel hatására) pontosan akkora értékkel változtatja meg az u irányító jelet, mint amekkora a *teljes mértékű* zavarelhárításhoz szükséges (úgy „cselekszik", mint ahogy a kézi irányítást végző gépkezelő is cselekedne, vagyis addig „dolgozik", amíg a $h(t)$ hibajel zérussá nem válik).

Az integrálszabályozás nyitott hatásláncának tulajdonságai

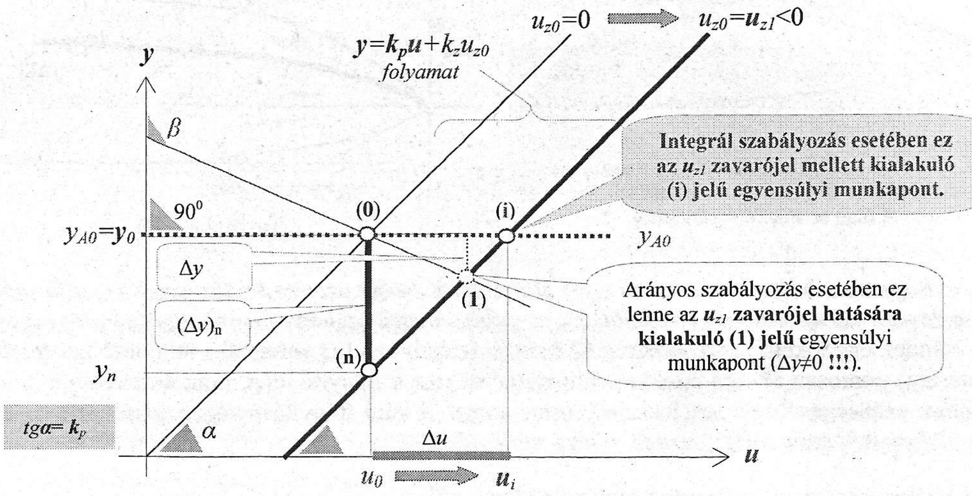


*Ha az önbeálló **folyamat** bemenetére – $u_{z0}=0$ zérus zavarójel feltételezése mellett – egy külső jelforrásból $\boldsymbol{u}_{b0}$ állandó bemenőjelet adunk, akkor ennek kimenetén (a folyamat statikus jelleggörbéjének megfelelően) $\boldsymbol{y}_{k0}=k_p\boldsymbol{u}_{b0}$ jel keletkezik. A **negatív** visszacsatolás következtében a szabályozó közvetlen bemenetén ekkor $h_0=y_{A0}-y_{k0}=y_{A0}-k_p\boldsymbol{u}_{b0}$ jel van. Ezt az állandó jelet az integráló szabályozó **integrálja**, ezért ha $y_{A0}-y_{k0}=$állandó$\neq 0$, akkor $\boldsymbol{u}_k$ kimenőjel időben **lineárisan** változik. Az integráló tag u_k kimenőjele csak akkor lehet állandó, ha $h_0=0$, azaz $y_{k0}=y_{A0}$. Az előzőekből következik: kizárólag akkora $\boldsymbol{u}_{b0}=\boldsymbol{u}_0$ bemenőjel mellett állhat elő az a helyzet, hogy a felnyitott hurok u_k kimenetén a bemenőjellel **azonos** $\boldsymbol{u}_{k0}=\boldsymbol{u}_0=\boldsymbol{u}_{b0}$ kimenőjel keletkezzen, ha ez az u_{b0} bemenőjel akkora y_{k0} jelet eredményez, amely az y_{A0} alapjellel **azonos**. Ekkor a $h_0=y_{A0}-y_{k0}=0$ zérus hibajel – a szabályozó **integráló** tulajdonsága miatt – képes fenntartani $u_{k0}=\boldsymbol{u}_0$ kimenőjelet, amikor is a **hurok zárásával** ez az egyensúlyi helyzet fenn is maradhat* (lásd a **folyamat** statikus karakterisztikáján a **(0)** jelű egyensúlyi pontot). *Ha tehát a nyitott kör bemenetén, és kimenetén azonosak a jelek értékei, és a bemenőjelet $\Delta u_b=\mathbf{1}(t)$ szerint megnöveljük, akkor a nyitott kör kimenetén $\Delta u_k=-k_{ci}k_p\boldsymbol{t}=-\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{t}$ időben lineárisan változó kimenőjel keletkezik*[1]. *A*

[1] A nyitott kör kimenőjelének $\Delta u_k/\Delta t$ **sebessége** arányos a Δu_b bemenőjellel, annak $-\boldsymbol{k}_i$-szerese. A felnyitott hurok *kísérleti* vizsgálata alapján az integrálszabályozás $\boldsymbol{k}_i$ *integrálási körerősítése* egy mérési eljárás keretei között is meghatározható: $\boldsymbol{k}_i=abs[(\Delta \boldsymbol{u}_k/\Delta t)/\Delta \boldsymbol{u}_b]$, $\dim[k_i]=\sec^{-1}$. Vegyük észre, hogy az integrálszabályozás nyitott körében az állandó $\Delta \boldsymbol{u}_b>0$ bemenőjel hatására a $\Delta \boldsymbol{u}_k$ kimenőjel időben lineárisan csökken, és az integrálási körerősítés meghatározására a $\Delta \boldsymbol{u}_b$ bemenőjel és a $\Delta \boldsymbol{u}_k$ kimenőjel mérésén túlmenően az $\Delta u_k/\Delta t$

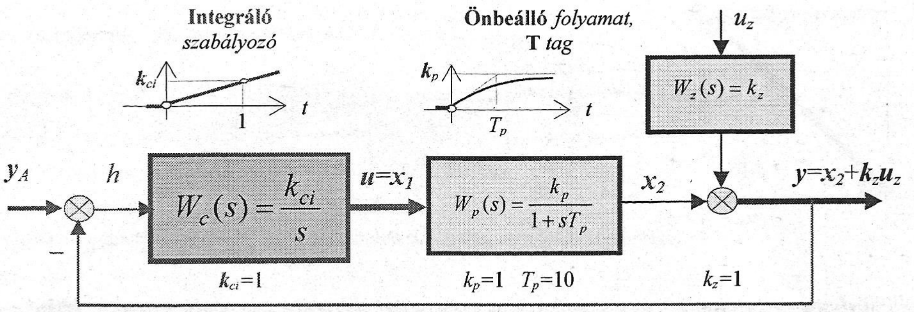
*rendszer működésére vonatkozóan levonható általános tanulság, hogy a stabilitási követelményeket kielégítő integrálszabályozás egyensúlyi munkapontja – **független az állandó u_{z0} zavarójel értékétől** – minden esetben az y_0=y_{A0} érték mellet jöhet csak létre*[2]. *Az integrálszabályozás* ***nyitott*** *köre ugyan* ***labilis*** (mert pl. Δu_b=–1(t)=állandó bemenőjel „minden határon túl" növekvő Δu_k kimenőjelet hoz létre), *de a zárt körnek természetesen* ***stabilisnak*** *(önbeállónak) kell lennie.*

A u_{z1} zavarás hatása a zárt integrálszabályozási rendszerben a tranziens folyamat alatt



Az integrálszabályozás állandósult állapotában a Δu_z=állandó zavarójel hatására keltett szabályozott jellemző megváltozása Δy=0 !!!. ***A szabályozás zavarelhárítási feladatának általános célja az u_z zavarásnak az y értékére gyakorolt nemkívánatos hatásának mérséklése. Ezt a követelményt az adott integrálszabályozás – legalábbis a rendszer állandósult (egyensúlyi) állapotában – maradéktalanul teljesíti, miután az u_{z1} zavarás hatásara az irányító jelet az u_0 értékéről pontosan akkora u_i értékére értékre módosítja, mint amekkora a zavarás hatásának teljes elhárításához szükséges.***

Ha a folyamatnak jelkésleltetését is figyelembe kívánjuk venni, akkor ezt pl. egy egytárolós arányos **T** taggal modellezhetjük. Ekkor az integrálszabályozás hatásvázlata:



$$x_1(s)=W_c(s)[y_A(s)-y(s)]=\frac{k_{ci}}{s}[y_A(s)-y(s)]$$

$$x_2(s)=W_p(s)x_1(s)=\frac{k_p}{1+sT_p}x_1(s)$$

$$y(s)=x_2(s)+k_zu_z(s)$$

Az állapotegyenletek az operátor tartományban:

****

$$sx_1(s)=k_{ci}\{y_A(s)-[x_2(s)+k_zu_z(s)]\}$$

$$sx_2(s)=\frac{1}{T_p}[k_px_1(s)-x_2(s)]$$

$$y(s)=x_2(s)+k_zu_z(s)$$

A **zárt rendszer** állapotegyenletei és paramétermátrixai ennek alapján az időtartományban is felírhatók:

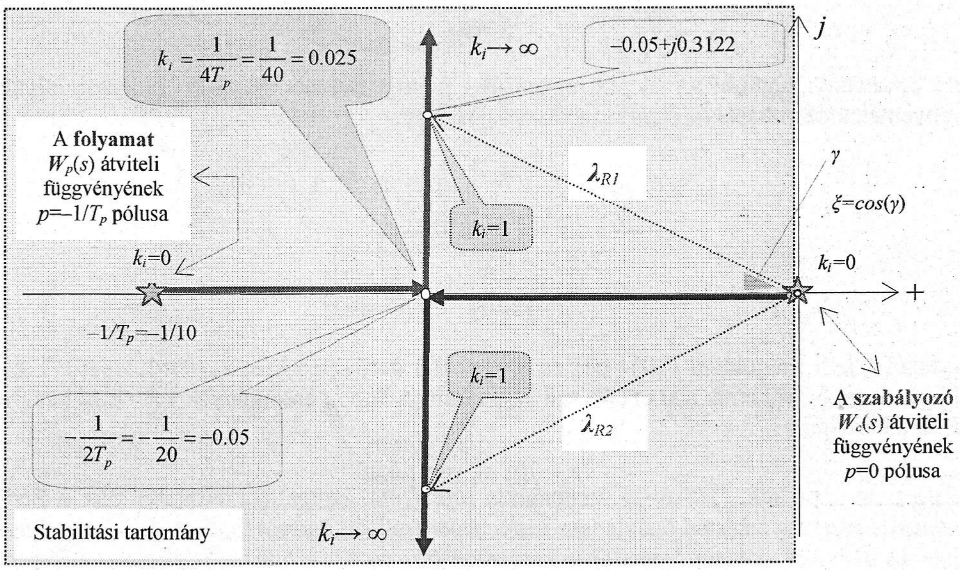
„sebesség" meghatározásához az **idő** mérése is szükséges (az arányos szabályozás ***k*** hurokerősítése dimenzió nélküli szám).

[2] Ez a megállapítás akkor érvényes, ha a zavaró jel arányos tagon keresztül befolyásolja a szabályozott jellemzőt.

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -k_{ci} \\ \dfrac{k_p}{T_p} & -\dfrac{1}{T_p} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_{ci} & -k_{ci}k_z \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}}_{u^*(t)}$$

$$y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_z \end{bmatrix}}_{D} \underbrace{\begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}}_{u^*(t)}$$

A zárt kör **karakterisztikus egyenlete** (pl. a nyitott kör $W_0(s)=G_0(s)/H_0(s)=k_{ci}k_p/[s(1+sT_p)]$ átviteli függvényének alapján): $H_0(s)+G_0(s)=s(1+sT_p)+k_{ci}k_p=s^2T_p+s+k_i=0$ ($k_i=k_{ci}k_p$). A rendszer gyökhelygörbéje, miközben a k_i integrálási körerősítés befut egy $0<k_i<k_{imax}$ intervallumot:



Az integrálszabályozási rendszer gyökhelygörbéje ha $W_0(s)=k_i/[s(1+sT_p)]$

A karakterisztikus polinom $p_{Ri}=\lambda_{Ri}$ gyökeinek és az egyensúlyi pont (u_0, y_0) koordinátáinak kiszámításainkhoz a **MATLAB** szimbolikus eljárását is felhasználhatjuk:

```
syms kci kp Tp kz uao uzo  real
A=[0 -kci;kp/Tp -1/Tp];B=[kci -kci*kz;0 0];
C=[0 1];D=[0 kz];
poli=poly(A);p=eig(A);
u=[uao;uzo];xo=-inv(A)*B*u;yo=(-C*inv(A)*B+D)*u;
disp(poli);pause;disp(p);pause;
disp(xo);pause;disp(yo);pause;
kp=input('kp=');Tp=input('Tp=);kz=input('kz=');kci=input(kci=);
uao=input('uao=');uzo=input('uzo=);
A=subs(A);B=subs(B);C=subs(C);D=subs(D);
poli=subs(poly(A));p=subs(eig(A));
u=subs(u);xo=subs(xo);yo=subs(yo);
disp(xo);pause;disp(yo);pause;
```

Az $y(s)$, $u(s)$ jelek, illetve ezek $y(t)_{t=\infty}=y_0$, $u(t)_{t=\infty}=u_0$ állandósult értékei y_{A0}, u_{z0} állandó gerjesztések mellett

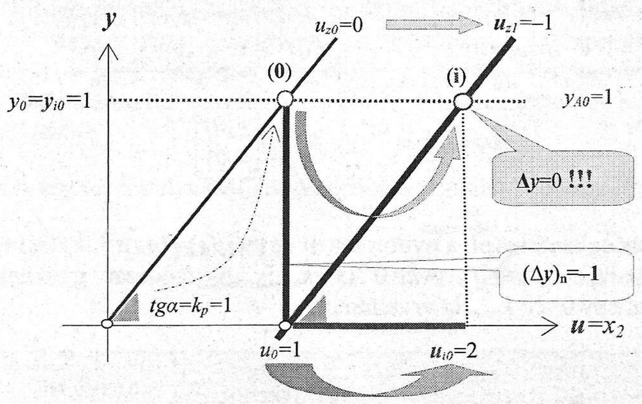
$$y(s) = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} y_A(s) + \frac{W_z(s)}{1+W_0(s)} u_z(s) = \frac{k_i}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{y_{A0}}{s} + \frac{k_z s(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{u_{z0}}{s}$$

$$y(\infty) = y_0 = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sy(s) = [s\frac{k_i}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{y_{A0}}{s} + s\frac{k_z s(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{u_{z0}}{s}]\Big|_{s=0} = y_{A0}$$

$$u(s) = \frac{W_c(s)}{1+W_0(s)} y_A(s) - \frac{W_c(s)W_z(s)}{1+W_0(s)} u_z(s) == \frac{k_{ci}(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{y_{A0}}{s} - \frac{k_{ci}k_z(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{u_{z0}}{s}$$

$$u(\infty) = u_0 = \underbrace{\lim}_{s\to 0} su(s) = [s\frac{k_{ci}(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{y_{A0}}{s} - s\frac{k_{ci}k_z(1+sT_p)}{s(1+sT_p)+k_i}\frac{u_{z0}}{s}]\Big|_{s=0} = \frac{k_{ci}}{k_i} y_{A0} - \frac{k_{ci}k_z}{k_i} u_{z0} = \frac{1}{k_p} y_{A0} - \frac{k_z}{k_p} u_{z0}$$

Láthatóan $y(\infty)=y_{A0}$, és az **I** szabályozó állandósult állapotban *pontosan annyival* változtatja meg az u irányító jelet, mint amennyi az u_z **teljes** kompenzálásához szükséges (lásd a következő ábrát).

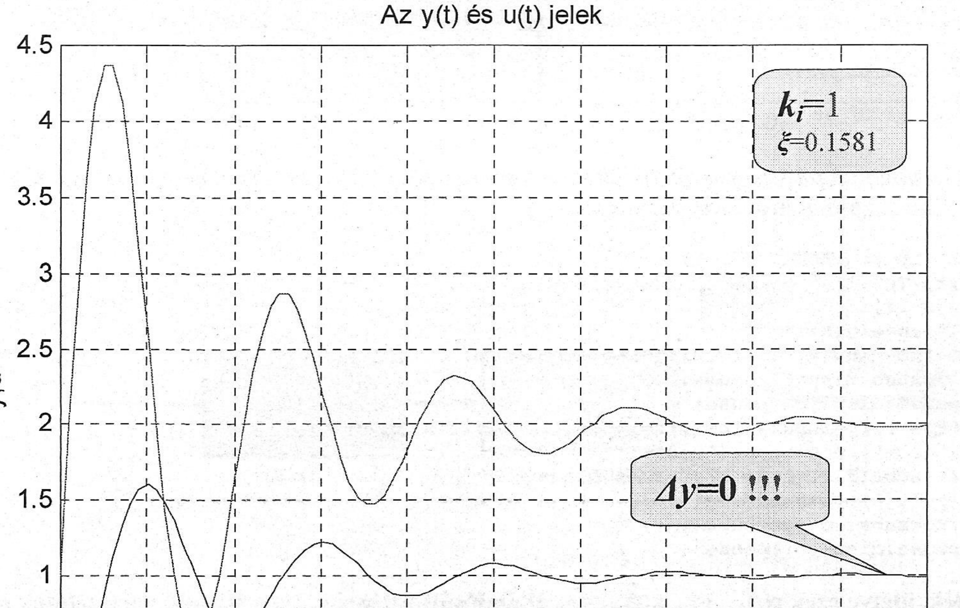


A (0) jelű egyensúlyi pontból az (i) jelű egyensúlyi pontba történő tranziens átmeneti folyamat $u(t)$ és $y(t)$ időfüggvényeinek kiszámításához a zárt szabályozási rendszer

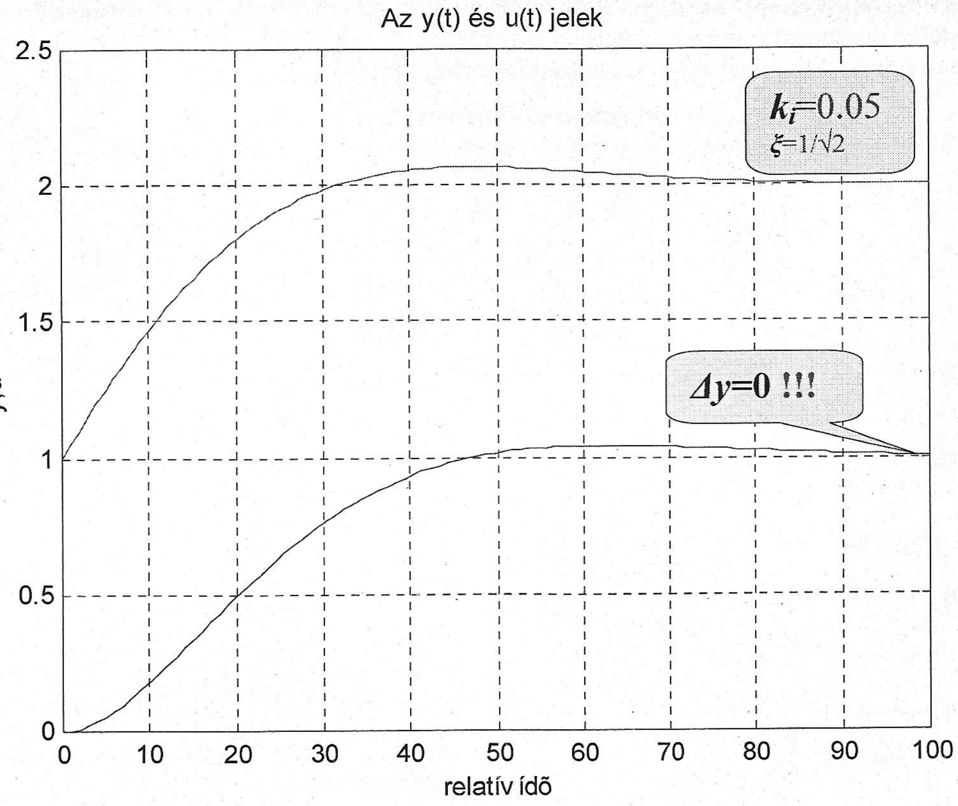
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k_{ci} \\ \frac{k_p}{T_p} & -\frac{1}{T_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ci} & -k_{ci}k_p \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}$$

állapotegyenletet kell megoldani $y_A(t)=\mathbf{1}(t)$ és $u_z(t)=-\mathbf{1}(t)$ gerjesztésekre, $x_{10}(0)=1$, $x_{20}(0)=1$ kezdeti feltételek mellett. Ehhez igénybe vehetjük a MATLAB szolgáltatásait. A kapott eredmények a $k_i=k_{ci}k_p$ integrálási körerősítés $k_i=1$, és $k_i=0.05$ értékeire:

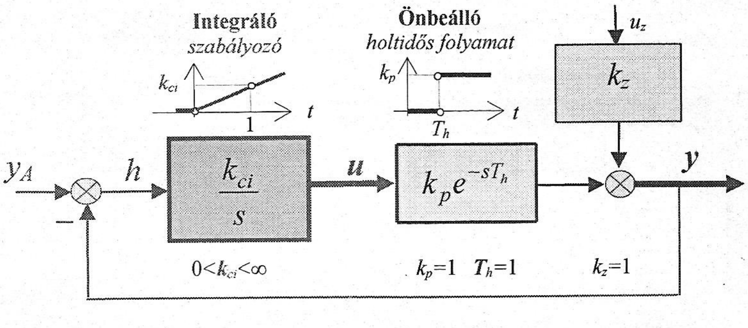


k_i=1 esetében a zárt rendszer csillapítási tényezője alacsony (ξ=0.1581), ami **lassan** csillapodó, **nagy amplitúdóval** rendelkező lengésekkel történő beállást jelent. Az I szabályozó hatására – annak ellenére, hogy az u_z zavarójel zérusról –1 értékre megváltozott – az $y(t)$ szabályozott jellemző visszaáll az eredeti y_0=1 értékére (Δy=0 !!!).



k_i=0.05 esetében a zárt rendszer csillapítási tényezője elfogadható (ξ=0.707), ami **erősen** csillapodó, **kis amplitúdóval** rendelkező lengésekkel történő beállást jelent. Az **I** szabályozó hatására – annak ellenére, hogy az u_z zavarójel zérusról –1 értékre megváltozott – az $y(t)$ szabályozott jellemző most is visszaáll az eredeti y_0=1 értékére (Δy=0 !!!).

Holtidős folyamat szabályozása I szabályozóval



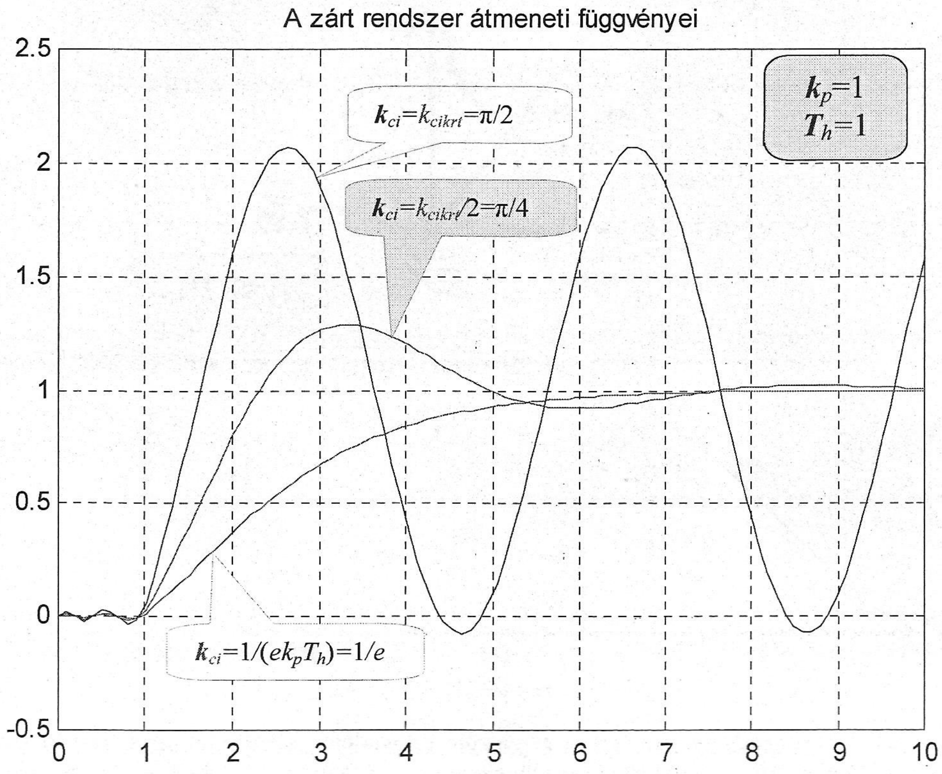
$$k_{cikrt} = \frac{\pi}{2T_h k_p} \quad \Rightarrow \quad k_{cimeg} \cong \frac{k_{cikrt}}{2} = \frac{\pi}{4T_h k_p}$$

Megjegyzés: ha az adott holtidős folyamatot **P** szabályozó működtetné, a kritikus körerősítés $k_{krt}=k_{ckrt}k_p=1$ lenne, ami a $k_{meg}=1/2$ választás miatt gyenge zavarelhárítási minőséget jelentene (lásd az arányos szabályozásnál tárgyalt struktúrát !!!). A fenti elrendezésben **P** szabályozó helyett **I** szabályozót alkalmazunk, ezért most *integrálszabályozásról* van szó. Az adott struktúra a $k_{ikrt}=k_{cikrt}k_p$ integrálási hurokerősítés értékénél szintén *labilissá* válik, de ha $k_i<k_{ikrt}$ akkor a stabilis rendszerben most is **teljes mértékű zavarelhárítás** valósulhat meg. Az *s* tartományban felírt rendszeregyenletek (a folyamat holtideje miatt) transzcendens tényezőt is tartalmaznak:

$$y(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}\left(y_A(s)+\frac{W_z(s)}{W_0(s)}u_z(s)\right)=\frac{k_i e^{-sT_h}}{s+k_i e^{-sT_h}}\left(y_A(s)+\frac{k_z s}{k_i e^{-sT_h}}u_z(s)\right)$$

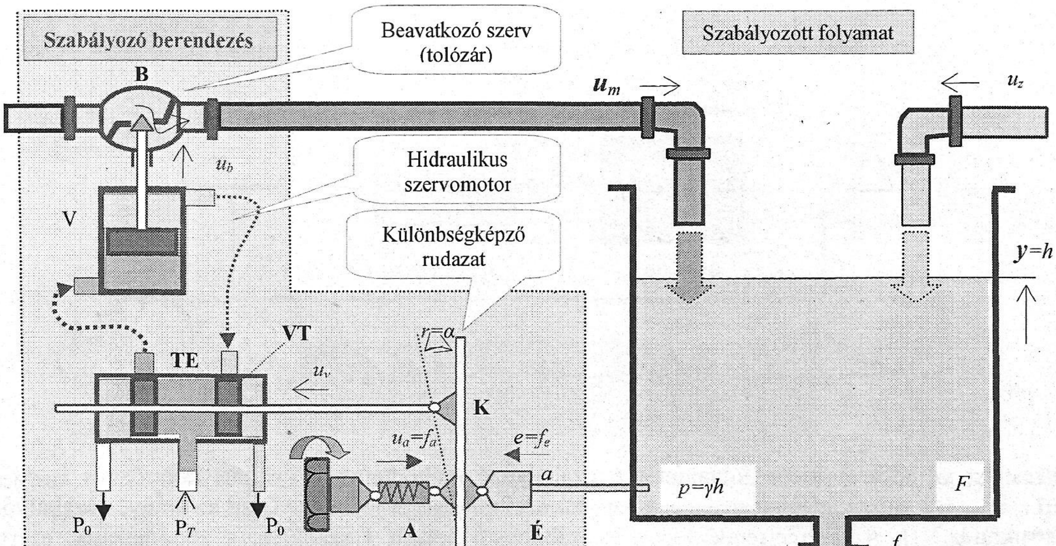
$$u(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}\left(\frac{1}{W_p}y_A(s)-\frac{W_z(s)}{W_p(s)}u_z(s)\right)=\frac{k_i e^{-sT_h}}{s+k_i e^{-sT_h}}\left(\frac{1}{k_p e^{-sT_h}}y_A(s)-\frac{k_z}{k_p e^{-sT_h}}u_z(s)\right)$$

A $exp(-sT_h)$ holtidős tényezőt pl. ötödfokú *Pade* polinommal közelíthetjük. A zárt szabályozási rendszer $y_A(t)=\mathbf{1}(t)$ alapértékre vonatkozó eredő $v_R(t)$ átmeneti függvényeinek grafikonjai a $k_i=k_{ci}k_p$ integrálási körerősítés különféle értékeire a **MATLAB** szolgáltatásainak felhasználásával számíthatjuk:



Holtidős folyamat szabályozása integráló szabályozóval

Szerkezeti illusztráció:

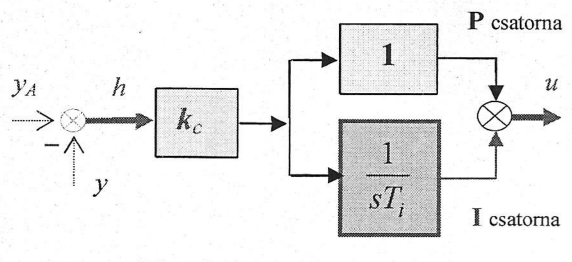


Integráló taggal modellezhető a hidraulikus erősítővel működtetett hidraulikus szervomotor. A szabályozási hatásláncban ez az integráló tag. Ez mindaddig „dolgozik", amíg a hiba zérussá nem válik.

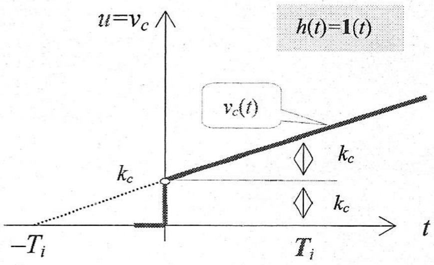
Integrálszabályozás PI szabályozóval (a **0**–, és az **1** típusú szabályozás előnyös tulajdonságainak egyesítése)

0 típusú (arányos szabályozás): **gyors, de van** maradó hiba
1 típusú (integrálszabályozás): **lassú**, de **nincs** maradó hiba

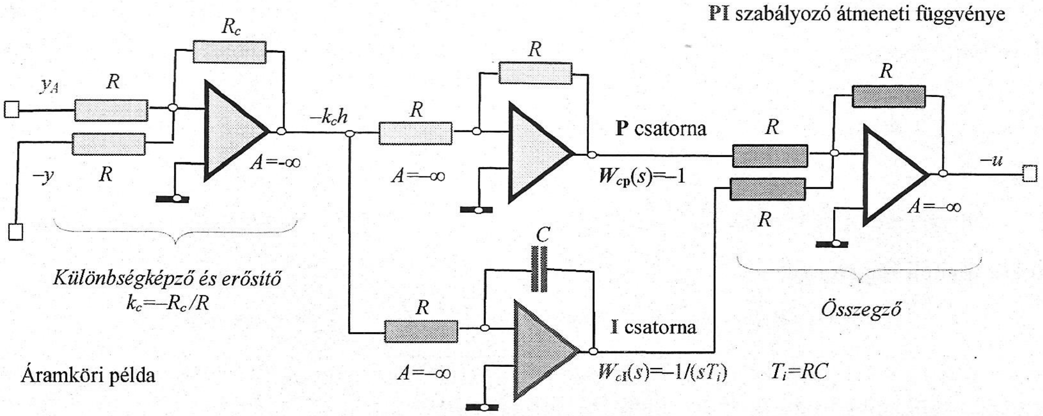
A **PI** szabályozó



PI szabályozó hatásvázlata

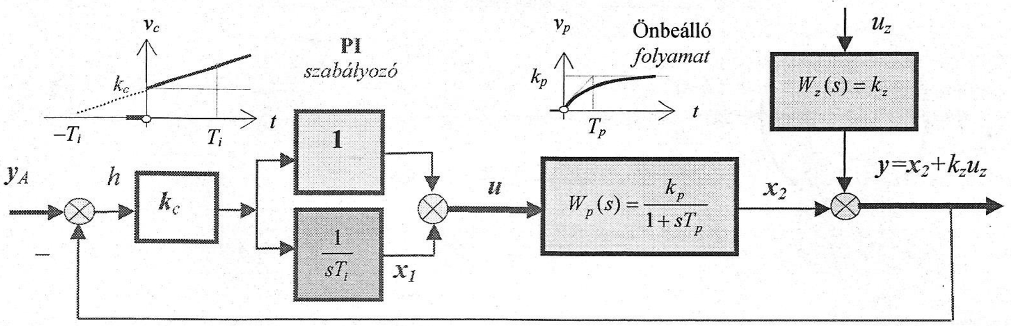


PI szabályozó átmeneti függvénye



Áramköri példa

A szabályozás hatásvázlata PI szabályozóval és T taggal modellezett folyamattal



A hatásvázlat alapján $y_1=y$ kimenőjelnek tekinthetjük az y szabályozott jellemzőt, $y_2=u$ kimenőjelnek pedig felvesszük az u irányító jelet (ami most **nem** állapotváltozó, mert **nem** integráló tag kimenőjele !!!). Állapotváltozónak tekinthetjük a $W_p(s)$ tag x_2 kimenőjelét és a szabályozó **I** csatornájának x_1 kimenőjelét. A **PI** szabályozót tartalmazó integrálszabályozási rendszer állapotegyenlete mindezek figyelembevételével:

Az elsőrendű differenciálegyenletek:

$$\frac{dx_1(t)}{dt}=\frac{1}{T_i}k_c\{y_A(t)-[x_2(t)+k_z u_z(t)]\}=$$
$$=-\frac{k_c}{T_i}x_2(t)+\frac{k_c}{T_i}y_A(t)-\frac{k_c k_z}{T_i}u_z(t)$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt}=\frac{1}{T_p}k_p\{x_1(t)+k_c[y_A(t)-(x_2(t)+k_z u_z(t))]\}-\frac{1}{T_p}x_2(t)=$$
$$=\frac{k_p}{T_p}x_1(t)-\frac{1+k_c k_p}{T_p}x_2(t)+\frac{k_c k_p}{T_p}y_A(t)-\frac{k_c k_p k_z}{T_p}u_z(t)$$

A kimeneti egyenletek:

$$y_1(t)=x_2(t)+k_z u_z(t)$$
$$y_2(t)=u(t)=x_1(t)+k_c\{y_A(t)-[x_2(t)+k_z u_z(t)]\}=$$
$$=x_1(t)-k_c x_2(t)+k_c y_A(t)-k_c k_z u_z(t)$$

Mátrixegyenlet formájában a **zárt** szabályozási rendszer állapotegyenlete:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_c}{T_i} \\ \frac{k_p}{T_p} & -\frac{1+k}{T_p} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{k_c}{T_i} & -\frac{k_c k_z}{T_i} \\ \frac{k}{T_p} & -\frac{k k_z}{T_p} \end{bmatrix}}_{B} \begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -k_c \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_z \\ k_c & -k_c k_z \end{bmatrix}}_{D} \begin{bmatrix} y_A(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix}$$

A paramétermátrixok és a karakterisztikus egyenlet $\boldsymbol{k}=k_c k_p$ jelölés mellett:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_c}{T_i} \\ \frac{k_p}{T_p} & -\frac{1+k}{T_p} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{k_c}{T_i} & -\frac{k_c k_z}{T_i} \\ \frac{k}{T_p} & -\frac{k k_z}{T_p} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -k_c \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & k_z \\ k_c & -k_c k_z \end{bmatrix}$$

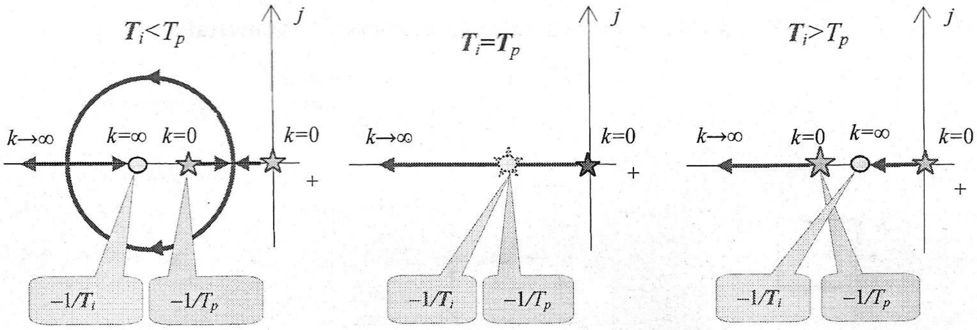
$$\det(\lambda_R I - A) = \begin{vmatrix} \lambda_R & \frac{k_c}{T_i} \\ -\frac{k_p}{T_p} & \lambda_R + \frac{1+k}{T_p} \end{vmatrix} = \lambda_R(\lambda_R + \frac{1+k}{T_p}) + \frac{k}{T_i T_p} = \lambda_R^2 + \frac{1+k}{T_p}\lambda_R + \frac{k}{T_i T_p} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$T_i T_p \lambda_R^2 + (1+k) T_i \lambda_R + k = 0$$

A nyitott kör átviteli függvénye:

$$W_0(s) = W_c(s) W_p(s) = \underbrace{k_c \frac{1+sT_i}{sT_i}}_{W_C(s)} \underbrace{\frac{k_p}{1+sT_p}}_{W_P(s)} = \underbrace{k \frac{1+sT_i}{sT_i(1+sT_p)}}_{W_O(s)} \qquad k = k_c k_p \quad k_i = \frac{k}{T_i}$$

A zárt rendszer gyökhelygörbéje T_i és T_p különféle értékei mellett:



A $\boldsymbol{T_i}$=$\boldsymbol{T_p}$ választás látszik célszerűnek, mivel ekkor a rendszerből látszólag eltűnik a folyamat T_p időállandója, és ezzel a rendszer másodrendűről elsőrendűre is egyszerűsödik. (A valóságban természetesen a folyamat T_p időállandója a rendszerből nem tűnik el – mártsak azért sem mert a paraméterek nem lehetnek egzakt értékek – az u irányító jel **túlvezérlése** kelti azt a látszatot, mintha T_p a rendszerből eltűnt volna.)
A zárt rendszer $y(t)$, $u(t)$ jelei $\boldsymbol{T_i}$=$\boldsymbol{T_p}$ választása esetében, $y_A(t)$=**1**(t) egységugrás gerjesztés mellett:

$$W_0(s) = W_c(s) W_p(s) = \frac{k_c(1+sT_i)}{sT_i} \frac{k_p}{1+sT_p} = \frac{k}{sTi}$$

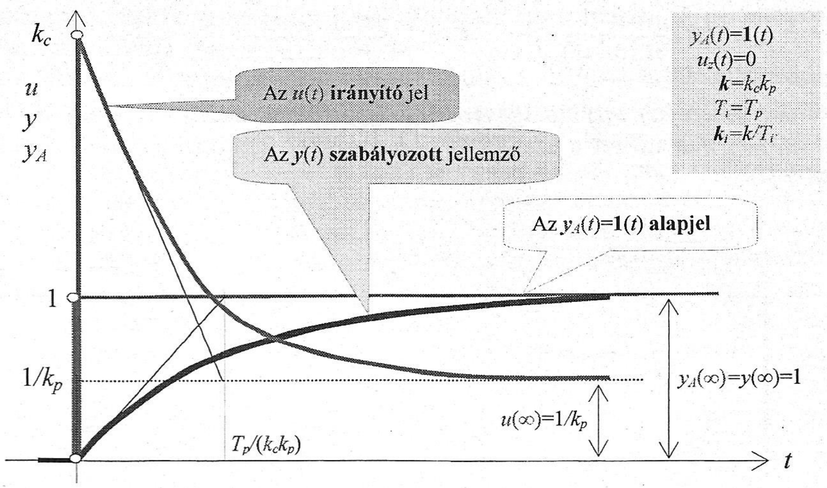
$$y(s) = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} y_A(s) = \frac{k\frac{1+sT_i}{sT_i(1+sT_p)}}{1+k\frac{1+sT_i}{sT_i(1+sT_p)}} \frac{1}{s} = \frac{k}{sT_p+k}\frac{1}{s} = \frac{1}{1+s\frac{T_p}{k}}\frac{1}{s}$$

$$u(s) = \frac{W_c(s)}{1+W_0(s)} y_A(s) = \frac{k_c\frac{1+sT_i}{sT_i}}{1+k\frac{1+sT_i}{sT_i(1+sT_p)}} \frac{1}{s} = \frac{1}{k_p} \frac{1+sT_p}{1+s\frac{Tp}{k}} \frac{1}{s}$$

$$y(t) = v_R(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{1+s\frac{T_p}{k}}\frac{1}{s}\right\} = 1 - e^{-\frac{k}{T_p}t}$$

$$u(t) = L^{-1}\left\{\frac{k_c}{k}\frac{1+sT_p}{1+s\frac{T_p}{k}}\frac{1}{s}\right\} = \frac{1}{k_p}\left[1 + (k-1)e^{-\frac{k}{T_p}t}\right]$$

Grafikonon ábrázolva:



Figyeljük meg az irányító jel $u(0)=k_c$ értékű túlvezérlését! k_c növelésével ugyan lerövidíthető a beállás kb. $5T_p/k$ ideje, de ennek ára a túlvezérlés növekedése. Általános alapelv: a tranziens folyamatok az u irányító jel **túlvezérlésével** rövidíthetők, de ennek korlátai vannak!

Integrálszabályozás PID szabályozóval

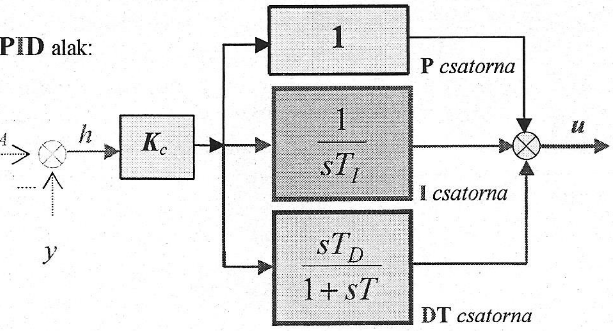
A **PI** szabályozónak egy realizálható **D** csatornával való bővítése a beállási időt további mérsékelheti.

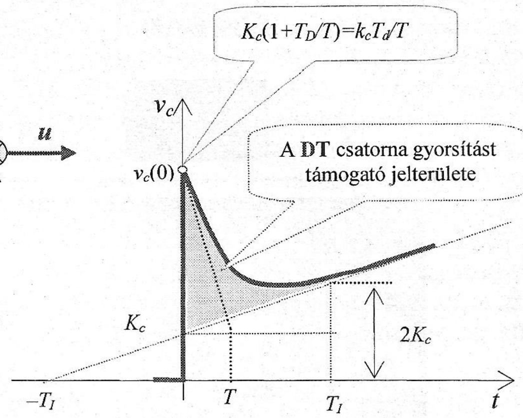
$$W_p(s)=\frac{k_p}{(1+sT_{p1})(1+sT_{p2})}e^{-sT_h}$$

$$W_c(s)=\underbrace{K_c\left(1+\frac{1}{sT_I}+\frac{sT_D}{1+sT}\right)}_{\text{PID}}=\underbrace{k_c\frac{1+sT_i}{sT_i}}_{\text{PI}}\underbrace{\frac{1+sT_d}{1+sT}}_{\text{PD}}$$

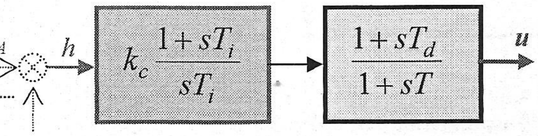
$$K_c=k_c\frac{T_i+T_d-T}{T_i}\quad T_I=T_i+T_d-T\quad T_D=\frac{(T_i-T)(T_d-T)}{T_i+T_d-T}$$

PID alak:





PIPD alak:



A **PID** alak átviteli függvényei alapján:

$$v_c(s)=K_c\left(1+\frac{1}{sT_I}+\frac{sT_D}{1+sT}\right)\frac{1}{s}\ \Rightarrow$$

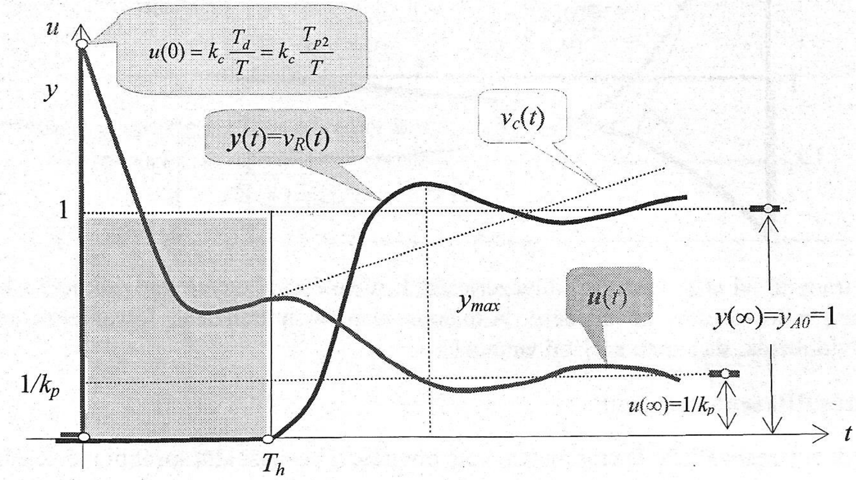
$$v_c(t)=L^{-1}\{v_c(s)\}=K_c\left(1+\frac{t}{T_i}+\frac{T_D}{T}e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

A nyitott és a zárt rendszer eredő átviteli függvényei, ha a folyamatot kéttárolós holtidős tag modellezi, valamint a szabályozó paramétereit $T_i=T_{p1}$, $T_d=T_{p2}$ szerint választjuk meg ($T_{p1}>T_{p2}>0$:

$$W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=\underbrace{k_c\frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT)}}_{W_C(s)\to\text{PIPD}}\underbrace{\frac{k_p}{(1+sT_{p1})(1+sT_{p2})}e^{-sT_h}}_{W_P(s)}\ \rightarrow\ T_i=T_{p1}\quad T_d=T_{p2}$$

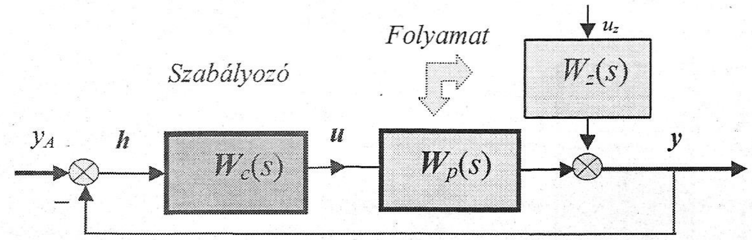
$$W_0(s)=\frac{k}{sT_{p1}(1+sT)}e^{-sT_h} \qquad W_R(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}=\frac{k}{sT_{p1}(1+sT)+ke^{-sT_h}}e^{-sT_h}$$

Az $y_A(t)=\mathbf{1}(t)$ hatására keltett $y(t)$, $u(t)$ időfüggvények jellegzetes meneteit a következő ábra mutatja. (A $0<t<T_h$ időintervallumban az $u(t)$ irányító jel a szabályzó $v_c(t)$ átmeneti függvénye szerint változik, mert ebben az időtartományban $y(t)=0$).



Összefoglalás

A soros kompenzációs visszacsatolt szabályozási rendszer hatásvázlata alapján kimenőjelnek – szabályozott jellemző $y(s)$ transzformáltja mellett – felvéve a rendszer hibajelének–, és az irányítójelének $h(s)$, $u(s)$ transzformáltjait is, a zárt szabályozási rendszer dinamikus tulajdonságokat leíró fontosabb átviteli függvények az alábbi ábra alapján számíthatók:



$$\begin{bmatrix} y(s)\\ u(s)\\ h(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{W_0}{1+W_0} & \frac{W_z}{1+W_0}\\ \frac{W_c}{1+W_0} & -\frac{W_cW_z}{1+W_0}\\ \frac{1}{1+W_0} & -\frac{W_z}{1+W_0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_A(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}=\frac{W_0}{1+W_0}\begin{bmatrix} 1 & \frac{W_z}{W_0}\\ \frac{1}{W_p} & -\frac{W_z}{W_p}\\ \frac{1}{W_0} & -\frac{W_z}{W_0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_A(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{W_0(s)=W_c(s)W_p(s)}$

A jelentős gyakorisággal előforduló, a **szabályozót** és a **folyamatot** leíró, *átviteli* függvényekben megjelenített matematikai modellek (**PID, vagy PIPD** szabályozó, kéttárolós, holtidős önbeálló folyamat):

$$W_c(s)=\underbrace{K_c\left(1+\frac{1}{sT_I}+\frac{sT_D}{1+sT}\right)}_{\text{PID}}=k_c\underbrace{\frac{1+sT_i}{sT_i}}_{\text{PI}}\underbrace{\frac{1+sT_d}{1+sT}}_{\text{PD}} \qquad T_i>T_d>T=T_d/10$$

$$W_p(s)=\frac{k_p}{(1+sT_{p1})(1+sT_{p2})}e^{-sT_h} \qquad T_{p1}>T_{p2}$$

A zárt rendszer előírt minőségi követelményeinek kielégítése céljából a $W_c(s)$ szabályozási algoritmus paramétereit általában $T_i=T_{p1}$, $T_d=T_{p2}$, $T=T_{p2}/10$, $K_c=K_{ckr}/2$ értékre lehet megválasztani. Ha a folyamat késleltetésében a T_h holtidőnek domináló szerepe van ($T_h>>T_{p1}$), **I** szabályozó választása jelenthet elfogadható megoldást. A szabályozási algoritmus **P, I, D** tagok *párhuzamos* kapcsolásával (**PID** szabályozó), vagy **PI** és **PD** tagok *soros* kapcsolásával (**PIPD** szabályozó) realizálható. Az algoritmusok T paramétere a **D** vagy a **PD** fokozatok realizálhatóságának természetes követelménye.

Lehetséges, hogy a **folyamat** matematikai modellje a kéttárolós, holtidős önbeálló tulajdonsággal nem írható le (pl. labilis, zérusokat és pólusokat egyaránt tartalmazó, nem minimumfázisú, stb. rendszerek), vagy a követelmények a zavarelhárítás és követés feladatain túlmutatnak (pl. állapot-visszacsatolt-, optimális–, véges beállású stb. rendszerek). Ilyen esetekben a szabályzó tervezése egyedi megfontolásokat igényel, és a **PID** algoritmusokon túlmutató szabályozót eredményezhet. Az azonban minden esetre realitás, hogy a folyamat ismert, vagy kísérleti vizsgálatokkal meghatározott $W_p(s)=G_p(s)/H_p(s)$ átviteli függvényéhez kell méretezni azt a $W_c(s)=G_c(s)/H_c(s)$ átviteli függvénnyel jellemzett szabályozási algoritmust, amely együttműködve a folyamattal, teljesíti a zárt szabályozási rendszerre megfogalmazható **értéktartási** (zavarelhárítási), **követési** vagy **egyéb** kívánalmakat. Ezen elvek betartásának alapján méretezett $W_c(s)$ átviteli függvényben meg kell határozni $G_c(s)$ polinom m fokszámát, a $H_c(s)$ polinom $n \geq m$ fokszámát, és ennek megfelelően a $G_c(s)/H_c(s)$ algebrai tört $n+m+1$ paraméterét.

A szabályozó méretezésének egyfajta elve a *Truxal–Guillemin* szabályozó. Ez egy algebrai módszer a szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényének meghatározására azon elv alapján, hogy a zárt rendszer $W_{Rm}(s)=y(s)/y_A(s)$ eredő átviteli függvényét előírjuk. Ekkor:

$$W_{Rm}(s)=\frac{W_c(s)W_p(s)}{1+W_c(s)W_p(s)} \quad \longrightarrow \quad W_c(s)=\frac{1}{W_p(s)}\frac{W_{Rm}(s)}{1-W_{Rm}(s)}$$

$W_c(s)$ fenti megválasztásával a $W_p(s)$ átviteli függvényű folyamat mellett a zárt rendszer eredő átviteli függvénye $W_{Rm}(s)$ lesz. A $W_{Rm}(s)$ előzetes felvételével körültekintően kell eljárni, realizálható $W_c(s)$ átviteli függvényt akkor kapunk, ha $W_{Rm}(s)$ pólustöbblete nagyobb vagy egyenlő a folyamat pólustöbbletével ($W_{Rm}(s)=1$ választás esetében $y(s)=y_A(s)$ lenne, de ez a zárt rendszerre nyilvánvalóan **irreális előírást** jelentene, mivel a rendszerből pólust eltüntetni elvileg nem lehetséges).

1. Feladat

Adottak egy **arányos (0** típusú)–, és egy **integrál (1** típusú) **szabályozás** *nyitott* köreinek $W_{0P}(s)$ és $W_{0I}(s)$ *másodrendű* átviteli függvényei:

$$W_{0P}(s)=\frac{k}{(1+s)(1+10s)} \qquad W_{0I}(s)=\frac{k_i}{s(1+10s)} \qquad k>0 \quad k_i>0$$

1. Állítsuk elő mindkét esetben a zárt szabályozási rendszer **P**, **I** és **Σ** lineáris *alaptagokból* felépített hatásvázlatát! **2.** Mindkét szabályozásra ábrázoljuk a rendszerek *gyökhelygörbéit*! **3.** Mi a magyarázata annak, hogy $k>0$, $k_i>0$ bármekkora értékei mellett mindkét rendszer *aszimptotikusan stabilis*? **4.** k, illetve k_i mekkora értékei mellett van a zárt rendszerek $v_R(t)$ átmeneti függvényeinek *lengések nélküli* beállása? **5.** Válasszuk meg a k arányos–, illetve és k_i integrálási átviteli tényezőket olyan módon, hogy mindkét esetben a zárt rendszer $W_R(s)=y(s)/y_A(s)$ eredő átviteli függvényeinek *azonos* $\xi=1/\sqrt{2}$ *csillapítási tényezői* legyenek! **6.** Az azonos $\xi=1/\sqrt{2}$ csillapítási tényezőjű rendszerek eseteire léptékhelyesen ábrázoljuk a zárt rendszerek $y_A(t)=\mathbf{1}(t)$ alapjelre vonatkozó $v_{RP}(t)$ és $v_{RI}(t)$ *átmeneti* függvényeit! **7.** $k>0$, $k_i>0$ tetszőleges, pozitív értékek. Mekkorák a zárt rendszerek $v_R(t)$ átmeneti függvényeinek $v_R(t)_{t=0}=v_R(0)$ *kezdeti*–, és $v_R(t)_{t=\infty}=v_R(\infty)$ *végértékei*? **8.** A $W_{0P}(s)=k/[(1+s)(1+10s)]$ és a $W_{0I}(s)=k_i/[s(1+10s)]$ átviteli függvényű tagokat *pozitívan* visszacsatoljuk. A k illetve k_i paraméterek mekkora értékei mellett kerülhetnek a pozitívan visszacsatolt rendszerek a stabilitás határhelyzetébe? **9.** Mi a magyarázata annak, hogy a *pozitív* visszacsatolás a szabályozási feladat ellátására *alkalmatlan*? **10.** Mi jelenik meg a képernyőn az alábbi, `pr1` nevű **MATLAB** fájl futásakor?

```
% Arányos-, és integrál szabályozás vizsgálata
%*******************************************************************
% Arányos szabályozás: WOP=GOPs/HOPs=k/[(1+s)(1+10s)]
k=input('k=');GOPs=k;HOPs=[10 11 1];rlocus(GOPs,HOPs);pause;
[GRPs,HRPs]=cloop(GOPs,HOPs);damp(HRPs);pause;
step(GRPs,HRPs);pause;
[yP,xP,t]=step(GRPs,HRPs,0:1:100);
%*******************************************************************
% Integrál szabályozás: WOI=GOIs/HOIs=ki/[s(1+10s)]
ki=input('ki=');GOIs=ki;HOIs=[10 1 0];rlocus(GOIs,HOIs);pause;
[GRIs,HRIs]=cloop(GOIs,HOIs);damp(HRIs);pause;
step(GRIs,HRIs);pause;
[yI,xI,t]=step(GRIs,HRIs,0:1:100);
%*******************************************************************
plot(t,yP,'r',t,yI,'b');pause;
```

2. Feladat

Adottak egy **arányos (0** típusú)–, és egy **integrál (1** típusú) **szabályozás** nyitott köreinek $W_{0P}(s)$ és $W_{0I}(s)$ *másodrendű* átviteli függvényei.

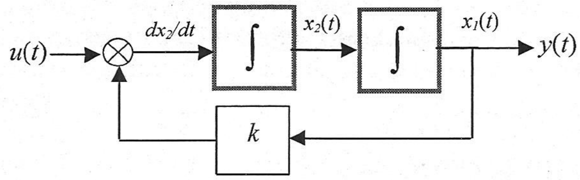
$$W_{0P}(s)=\frac{G_{0P}(s)}{H_{0P}(s)}=\frac{k}{(1+s)(1+10s)} \qquad W_{0I}(s)=\frac{G_{0I}(s)}{H_{0I}(s)}=\frac{k_i}{s(1+10s)} \qquad k>0 \;\; k_i>0$$

1. Mindkét zárt szabályozási rendszerre adjuk meg az *állapotegyenletek* egy lehetséges változatát! **2.** Bizonyítsuk be, hogy mindkét esetben az állapotmátrixok λ_1, λ_2 *gyökei* **azonosak** a $W_R(s)$ eredő átviteli függvényeknek a p_1, p_2 *pólusaival*! **3.** Mindkét esetre *oldjuk meg az állapotegyenleteket* az időtartományban, ha az alapjel $y_A(t)$=**1**(t), és k=11^2/20–1, illetve k_i=1/20. **4.** Bizonyítsuk be, hogy mindkét esetben az állapotmátrixok λ_1, λ_2 gyökei k>0 illetve k_i>0 mellett kizárólag *negatív valós résszel* rendelkeznek. **5.** Milyen számításokat hajt végre az alábbi `pr2` nevű **MATLAB** program?

```
% Arányos-, és integrál szabályozás vizsgálata
%************************************************************************
% Arányos szabályozás: WOP=GOPs/HOPs=k/[(1+s)(1+10s)]
k=11^2/20-1;GOPs=k;HOPs=[10 11 1];
[GRPs,HRPs]=cloop(GOPs,HOPs);[AP,BP,CP,DP]=tf2ss(GRPs,HRPs);pause;
KP=poly(AP);lambdaP=roots(KP);disp(lambdaP);pause;
step(AP,BP,CP,DP);pause;
%************************************************************************
% Integrál szabályozás: WOI=GOIs/HOIs=ki/[s(1+10s)]
ki=1/20;GOIs=ki;HOIs=[10 1 0];
[GRIs,HRIs]=cloop(GOIs,HOIs);[AI,BI,CI,DI]=tf2ss(GRIs,HRIs);pause;
KI=poly(AI);lambdaI=roots(KI);disp(lambdaI);pause;
step(AI,BI,CI,DI);pause;
%************************************************************************
```

3. Feladat

Adott az alábbi, lineáris alaptagokat–, és visszacsatolt struktúrát tartalmazó hatásvázlat. A hatásvázlat integráló tagjai egymással soros kapcsolást alkotnak.

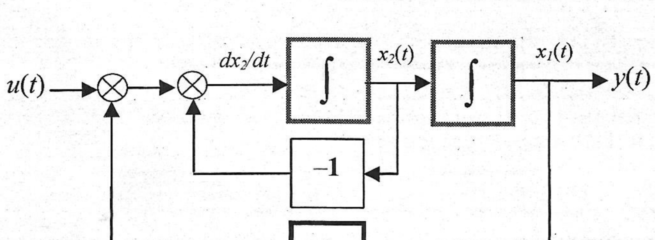


1. Adjuk meg a rendszer *állapotegyenleteit* és $W_R(s)$=$y(s)/u(s)$ eredő *átviteli* függvényét! **2.** Inverz *Laplace* transzformációval határozzuk meg, és grafikonon ábrázoljuk a rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényét k=1 (pozitív visszacsatolás)–, és k=–1 (negatív visszacsatolás) esetekre. **3.** Ábrázoljuk a rendszer *gyökhelygörbéjét*, miközben a k paraméter befutja a –10<k<10 intervallumot! **4.** Adjunk magyarázatott arra, hogy az adott struktúrában nincs olyan k érték, amely mellett a visszacsatolt rendszer *aszimptotikusan stabilis* lenne. **5.** Mit számít ki az alábbi `pr3` nevű **MATLAB** program?

```
% Visszacsatolás vizsgálata
%************************************************************************
G0=1;H0=[1 0 0]; [GRN,HRN]=cloop(G0,H0); [GRP,HRP]=cloop(G0,H0,1);
step(GRN,HRN);pause; step(GRP,HRP);pause;
rlocus(G0,H0,-10:0.1:10);pause;
[A,B,C,D]=tf2ss(GRN,HRN);
step(A,B,C,D);pause;
```

4. Feladat

Adott az alábbi, visszacsatolást tartalmazó hatásvázlat. A hatásvázlat integráló tagjai egymással soros kapcsolásban vannak.



1. Adjuk meg a rendszer *állapotegyenleteit* és $W_R(s)=y(s)/u(s)$ eredő *átviteli* függvényét! **2**. Inverz *Laplace* transzformációval határozzuk meg, és grafikonon ábrázoljuk a rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényét $k=1$ (pozitív visszacsatolás)–, és $k=-1$ (negatív visszacsatolás) esetekre. **3**. Ábrázoljuk a rendszer *gyökhelygörbéjét*, miközben a k paraméter befutja a $-10<k<10$ intervallumot! **4**. Adjunk magyarázatott arra, hogy az adott struktúrában $k<1$ mellett a visszacsatolt rendszer *aszimptotikusan stabilis*. **5**. Mit számít ki az alábbi `pr4` nevű **MATLAB** program?

```
% Visszacsatolás vizsgálata
%*************************************************************************
[G1,H1]=series(1,[1 1],1,[1 0])
[GRN,HRN]=feedback(G1,H1,1,1); [GRP,HRP]=feedback(G1,H1,-1,1);
step(GRN,HRN);pause; step(GRP,HRP);pause;
rlocus(G1,H1,-10:0.1:10);pause;
[A,B,C,D]=tf2ss(GRN,HRN);
lambda=eig(A);disp(lambda);pause;
p=roots(HRN);disp(p);pause;
step(A,B,C,D);pause;
```

5. Feladat

Adottak egy **arányos (0 típusú)**–, és egy **integrál (1 típusú) szabályozás** *nyitott* köreinek $W_{0P}(s)$ és $W_{0I}(s)$ *harmadrendű* átviteli függvényei:

$$W_{0P}(s)=\frac{k}{(1+s)(1+10s)(1+20s)} \qquad W_{0I}(s)=\frac{k_i}{s(1+10s)(1+20s)} \qquad k>0 \quad k_i>0$$

1. Állítsuk elő mindkét esetben a zárt szabályozási rendszer **P**, **I** és **Σ** lineáris *alaptagokból* felépített hatásvázlatát! **2**. Mindkét szabályozásra ábrázoljuk a rendszerek *gyökhelygörbéit*! **3**. Mi a magyarázata annak, hogy $k>0$, $k_i>0$ értékei mellett mindkét rendszer $k=k_{krt}$, $k_i=k_{ikrt}$ kritikus erősítések mellett elveszti a *stabilitását*? Mekkorák ezek a *kritikus erősítések*? **4**. k, illetve k_i mekkora értékei mellett van a zárt rendszerek $v_R(t)$ átmeneti függvényeinek *lengések nélküli* beállása? **5**. Válasszuk meg a k arányos–, illetve és k_i integrálási átviteli tényezőket olyan módon, hogy mindkét esetben a zárt rendszer $W_R(s)=y(s)/y_A(s)$ eredő átviteli függvényeinek *azonos* $\xi=1/\sqrt{2}$ *csillapítási tényezői* legyenek! **6**. Az azonos $\xi=1/\sqrt{2}$ csillapítási tényezőjű rendszerek eseteire léptékhelyesen ábrázoljuk a zárt rendszerek $y_A(t)=\mathbf{1}(t)$ alapjelre vonatkozó $v_{RP}(t)$ és $v_{RI}(t)$ *átmeneti* függvényeit! **7**. $0<k<k_{krt}$, $0<k_i<k_{ikrt}$ tetszőleges, de az adott intervallumon belüli pozitív értékek. Mekkorák a zárt rendszerek $v_R(t)$ átmeneti függvényeinek $v_R(t)_{t=0}=v_R(0)$ *kezdeti*–, és $v_R(t)_{t=\infty}=v_R(\infty)$ *végértékei*? **8**. A $W_{0P}(s)$ és a $W_{0I}(s)$ átviteli függvényű tagokat *pozitívan* visszacsatoljuk. A k illetve k_i paraméterek mekkora értékei mellett kerülhetnek a pozitívan visszacsatolt rendszerek a stabilitás határhelyzetébe? **9**. Mi a magyarázata annak, hogy k illetve ki bármekkora értékei mellet $v_R(t)_{t=0}=v_R(0)=0$? **10**. Mi jelenik meg a képernyőn az alábbi, `pr5` nevű **MATLAB** fájl futásakor?

```
% Arányos-, és integrál szabályozás vizsgálata
%********************************************************************
% Arányos szabályozás: W0P=G0Ps/H0Ps=k/[(1+s)(1+10s)(1+20s)]
k=1;k=input('k=');G0Ps=k;H0Ps=conv([1 1],[200 30 1]);rlocus(G0Ps,H0Ps);pause;
[GRPs,HRPs]=cloop(G0Ps,H0Ps);damp(HRPs);pause;
step(GRPs,HRPs);pause;
[yP,xP,t]=step(GRPs,HRPs,0:1:500);
%********************************************************************
% Integrál szabályozás: W0I=G0Is/H0Is=ki/[s(1+10s)(1+20s)]
ki=0.1;ki=input('ki=');G0Is=ki;H0Is=[200 30 1 0];rlocus(G0Is,H0Is);pause;
[GRIs,HRIs]=cloop(G0Is,H0Is);damp(HRIs);pause;
step(GRIs,HRIs);pause;
[yI,xI,t]=step(GRIs,HRIs,0:1:500);
%********************************************************************
plot(t,yP,'r',t,yI,'b');pause;
```

6. Feladat

Adottak egy **arányos (0 típusú)**–, és egy **integrál (1 típusú) szabályozás** *nyitott* köreinek $W_{0P}(s)$ és $W_{0I}(s)$ *harmadrendű* átviteli függvényei:

$$W_{0P}(s)=\frac{k}{(1+sT_p)(1+s\alpha T_p)(1+s\beta T_p)} \qquad W_{0I}(s)=\frac{k_i}{s(1+s\alpha T_p)(1+s\beta T_p)} \qquad k>0, k_i>0, T_p>0, 0<\alpha<1, 0<\beta<1$$

Bizonyítsuk be, hogy a zárt rendszerek k_{krt}, k_{ikrt} kritikus körerősítései kizárólag az α, β paraméterektől függnek, és legkisebb értékeiket akkor veszik fel, ha $\alpha=\beta$.

Elméleti kérdések

1. Adja meg a lineáris MIMO tag *állapotegyenletét* és *hatásvázlatát*!
2. Adja meg a lineáris SISO tag *rendszeregyenletét* és *rendszerjellemző függvényeit*!
3. Adja meg a lineáris MIMO tag állapotegyenletének *megoldó képletét*!
4. A dinamikus rendszer egyensúlyi pontja. Az egyensúlyi pont koordinátáinak meghatározása.
5. Mit jelent *Ljapunov stabilitási kritériuma*?
6. Mi a *sajátmozgás* és mi a *gerjesztett mozgás*?
7. Mikor érvényes és mit jelent a *szuperpozíció* elve?
8. Mit értünk *belépő vizsgálójelek* alatt?
9. Mi az ***átviteli***–, az ***átmeneti–, és a súly***függvény?
10. Mi az *állapottrajektória*?
11. Milyen szerepe van az állapotmátrix *sajátértékeinek* a lineáris rendszer sajátmozgásában?
12. Adja meg a lineáris rendszer állapotegyenletének megoldását az *s operátor tartományban*!
13. Adja meg a lineáris *alaptagok* matematikai modelljeit!
14. Mi a *Laplace* transzformáció szerepe a lineáris rendszer analízisében?
15. Mit jelent *Laplace* transzformáció *kezdeti* és *végérték* tétele?
16. Számítsa ki: $L\{\delta(t)\}=?$, $L\{\mathbf{1}(t)\}=?$, $L\{e^{at}\}=?$
17. Mi a *Laplace* transzformáció *eltolási* tétele? Mi a tétel jelentősége a szabályozás analízisében?
18. Mit jelent a *Laplace* transzformáció *linearitási tétele* és *differenciálási szabálya*?
19. Mit jelent az *inverz Laplace* transzformáció és milyen *módszerei* vannak?
20. $L^{-1}\{F(s)G(s)\}=?$
21. Mit jelen az állapotegyenlet *első kanonikus* alakja?
22. Mit értünk az átviteli függvény *direkt* és *részlettörtes* felbontása alatt?
23. Mit jelentenek a P, I, PI, PD, PID, T, T_ξ tagok?
24. Minőségileg helyesen ábrázolja a PI, PD, T és a T_ξ tagok *átmeneti* függvényeit!
25. Milyen *alrendszerek* alkotják a szabályozási rendszert?
26. Mit jelent az *önbeálló* és a *nem önbeálló* tag fogalma?
27. Mi az *átviteli* függvényével jellemzett lineáris tag *stabilitásának* feltétele?
28. Mi az *állapotegyenletével* leírt lineáris dinamikus tag *stabilitásának* feltétele?
29. Mit jelent a *felnyitott* szabályozási rendszer eredő *átviteli* függvénye?
30. $W_0(s)=G_0(s)/H_0(s)$. Adja meg a *zárt kör karakterisztikus egyenletét*!
31. A nyitott kör átviteli függvénye $W_0(s)=G_0(s)/H_0(s)$. Adja meg a *zárt kör* $W_R(s)$ *átviteli* függvényét!
32. Mi a *Hurwitz stabilitási kritérium*?
33. Mit jelent a *domináns póluspár* és mi a szerepe a *zárt* rendszer *tranziens* folyamataiban?
34. Mi a *gyökhelygörbe* és a szabályozási rendszer *kritikus körerősítése*?
35. Mit értünk *arányos szabályozás*–, és ennek *egyensúlyi munkapontja* alatt?
36. Az arányos szabályozás milyen mértékben hárítja el a zavarás szabályozott jellemzőre kifejtett hatását?
37. Az arányos szabályozásban a *körerősítés növelésének* milyen *korlátai* vannak?
38. Mi az *állásos szabályozás*? Alkalmazásának milyen *korlátai* vannak?
39. Mit értünk a szabályozás *értéktartási* és *követési* tulajdonságai alatt??
40. Mi az *integrálszabályozás*, milyen előnye van az arányos szabályozáshoz képest?
41. Mi a **PI** szabályozóval működő integrálszabályozás elve?
42. Mi a **PID** szabályozóval működő integrálszabályozás elve?
43. Milyen elvek alapján lehet megválasztani a **PI** és a **PID** szabályozók paramétereit?
44. A szabályozási hatásláncban jelenlévő *holtidős* jelkésleltetésnek milyen veszélyei vannak?
45. Mit jelent az önbeálló tag *statikus karakterisztikája*?
46. A lineáris SISO tag állapotegyenletének *paramétermátrixai* milyen *speciális* tulajdonsággal rendelkeznek?
47. Mit jelentenek és mikor érvényesek az $x_0=-A^{-1}Bu_0$, $y_0=C(-A^{-1}B+D)u_0$ képletek?
48. Az állapotegyenletnek milyen *numerikus* megoldásai vannak?
49. Mit jelent a dinamikus rendszer állapotegyenletének *munkaponti linearizálása*?
50. Mikor van az A mátrixnak A^{-1} *inverze* és ez hogyan határozható meg?