

**1. feladat (4+10=14 pont)**

- a) Ismertesse az algebra alaptételét!  
 b) Határozza meg a  $z^4 + 8z = 0$  egyenlet gyökeit.

**2. feladat (10 pont)**

Hol konvex, illetve konkáv az  $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 10)$  függvény? Adja meg a függvény inflexiós pontjait!

**3. feladat (6+10=16 pont)**

- a) Ismertesse és bizonyítsa a parciális integrálás módszerét.  
 b) Számolja ki az  $\int e^{-2x} \sin(3x) dx$  integrált!

**4. feladat (14 pont)**

Oldja meg az alábbi kezdetiérték-feladatot

$$y' = \cos^2 y \cdot \sin^2 x, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

**5. feladat (5+12=17 pont)**

- a) Igazolja, hogy  $1 < \alpha$  esetén a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  sor konvergens  
 b) Adja meg a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n^3}}$  sor konvergenciatartományát!

**6. feladat (6+11=17 pont)**

- a) Számolja ki a gömbi koordinátákra való áttérés Jacobi-determinánsát.  
 b) Számolja ki az

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 + y^2 + z^2}}$$

függvény integrálját a  $Q = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64\}$  tartományon.

**7. feladat (4+5+3=12 pont)**

- a) Írja fel az  $f$  függvény Fourier-transzformáltjának ismeretében az  $x \mapsto xf(x)$  függvény Fourier-transzformáltját.  
 b) Számolja ki az

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

függvény Fourier-transzformáltját.

- c) Az a) és b) feladatrészek segítségével adja meg a

$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

függvény Fourier-transzformáltját.