

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	IMSC

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Ebből a részből külön is el kell érni 40%-ot!)

Ha valamelyik következtetés helyes, bizonyítsuk; ha hamis, adjunk ellenpéldát!

1. feladat (20 pont) Számoljuk ki az alább fölírt két határozatlan integrált!

$$i) \int \frac{x^2 - x - 7}{x^2 - x - 6} dx, \quad ii) \int e^{\sqrt{2x}} dx.$$

Segítség: az ii) résznél használjuk az $u = \sqrt{2x}$ helyettesítést!

2. feladat (15 pont) A határozott integrálról tanultak alapján mutassuk meg, hogy

$$\int_{-5}^5 \frac{1}{\sqrt[4]{e^{-8x} + 16e^{4x}}} dx$$

értéke egy 0 és 1 közötti szám. *Jótanács: ne próbálkozzunk a kérdéses integrál konkrét kiszámolásával!*

3. feladat (15 pont) Számoljuk ki az

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 \leq y \leq \sqrt{\frac{x}{2}}, \quad y \leq 1$$

egyenlőtlenségek által definiált tartomány területét!

4. feladat (15 pont) Definiáljuk egy valós, egyváltozós függvény egy adott pontban vett deriváltját. Következik-e a deriválhatóság a folytonosságból? És fordítva?

5. feladat (25 pont) Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = 15x - x^3 - 15 \arctan(x)$$

képlettel definiált f függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából valamint határozzuk meg lokális szélsőérték-helyeit és inflexiós pontjait! Eredményeinket elég egy összefoglaló táblázatban megadni; most nincs szükség vázlatos függvény-rajzra.

6. feladat (10 pont) Definiáljuk egy sorozat torlódási pontjainak fogalmát és (bizonyítás nélkül) mondjuk ki a torlódási pontok és részsorozatok kapcsolatáról tanult tételt!

IMSC feladat (16 IMSC pont)

Határozzuk meg az

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(x)}{e^x + 1} dx$$

integrál értékét! *Segítség: ne a fönt szereplő integranduszhoz próbáljunk primitív függvényt keresni – valahogy inkább használjuk ki, hogy az integrálási tartomány szimmetrikus a nullára!*