

Veremautomaták, környezetfüggetlen nyelvek

1. Legyen az ábécé $\Sigma = \{0, 1\}$, a veremautomata állapotai $Q = \{A, B, C\}$, amiből A a kezdő állapot és C az egyetlen elfogadó állapot, Z a verem kezdő szimbóluma. A veremautomata állapotátmeneti függvénye: $\delta(A, 0, \varepsilon) = \{(A, a)\}$, $\delta(A, 1, \varepsilon) = \{(A, b)\}$, $\delta(A, \varepsilon, \varepsilon) = \{(B, \varepsilon)\}$, $\delta(B, 0, a) = \{(B, \varepsilon)\}$, $\delta(B, 1, b) = \{(B, \varepsilon)\}$, $\delta(B, \varepsilon, Z) = \{(C, \varepsilon)\}$.
 - (a) Adja meg a lehetséges számításokat a 010 szó esetén!
 - (b) Elfogadja az automata a 0110 szót?
 - (c) Mi az automata által elfogadott nyelv?
 - (d) Adjon meg ehhez a nyelvhez egy környezetfüggetlen nyelvtant!
2. Készítsen veremautomatát a palindromok nyelvéhez!
3. Adjon veremautomatát az alábbi nyelvekhez!
 - (a) $L_a = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } i + j = k\}$
 - (b) $L_b = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } j + k = i\}$
 - (c) $L_c = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } i + k = j\}$
4. Készítsen veremautomatát a jó zárójelezések nyelvéhez!
5. Álljon L azokból a $\{0, 1\}$ feletti sorozatokból, melyekben a középső karakter 0. Igazolja, hogy L környezetfüggetlen nyelv!
6. Adjon veremautomatát az alábbi nyelvekhez!
 - (a) $L_a = \{a^n b^m : 2n = m \geq 1\}$
 - (b) $L_b = \{a^n b^m : 2n \geq m \geq n \geq 1\}$
7. Készítsen veremautomatát az $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb \mid a \mid b$ nyelvtanból és adjon meg az **ababa** szóhoz egy elfogadó számítást (ha van ilyen)!
8. Tekintsük az előadáson szerepelt egyértelmű nyelvtant az aritmetikai kifejezésekre.
 - (a) Adjon meg az $a + a * a * a + a$ szóhoz egy levezetési fát!
 - (b) Ha a levezetési fa alapján számoljuk ki a kifejezés értékét, akkor milyen sorrendben végezzük el a műveleteket?
 - (c) Egészítse ki a nyelvtant úgy, hogy a kivonás is szerepeljen benne!
 - (d) Mi lesz ennél a nyelvtannál az $a - a + a - a$ levezetési fája? Mi a műveletek sorrendje?
9. Adjon meg egy környezetfüggetlen nyelvtant, ami az összes olyan helyes kifejezést generálja, amiben szorzás, hatványozás és zárójelek lehetnek! A nyelvtan legyen egyértelmű és tükrözze a műveletek szokásos sorrendjét (azaz, ha nincs zárójel, akkor előbb hatványozunk, és pl. a 2^{3^4} -nél előbb a 3^4 -et kell kiszámolni és ez lesz a 2 kitevője).
10. Legyen L_r egy tetszőleges reguláris nyelv és legyen L_c egy tetszőleges környezetfüggetlen nyelv.
 - (a) Mutasson olyan példát, amikor $L_r \cap L_c$ nem reguláris!
 - (b) Igazolja, hogy $L_r \cap L_c$ mindig környezetfüggetlen!
 - (c) Mutasson olyan példát, amikor L_1 és L_2 is környezetfüggetlen, de $L_1 \cap L_2$ nem az!
11. Igazolja, hogy az $\{x\#y : x, y \in \{0, 1\}^* \text{ és } x \neq y\}$ nyelv környezetfüggetlen! (Az ábécé a $\{0, 1, \#\}$.)