Reguláris kifejezések, környezetfüggetlen nyelvek

1. Legyen az ábécé $\Sigma = \{0, 1\}$. Határozza meg az alábbi reguláris kifejezésekhez tartozó nyelveket!
   (a) $(0+1)^*011(0+1)^*$ (b) $1(0+1)^*0$ (c) $((0+1)(0+1))^*$
2. Adjon reguláris kifejezést azokra a nyelvekre, amelyek a $\{0, 1\}$ ábécé feletti következő szavakból állnak!
   (a) páratlan hosszú szavak;
   (b) páros hosszú nem üres szavak melyeknek első és utolsó karaktere is 1;
   (c) legalább 3 db 0-t tartalmazó szavak;
   (d) páros sok 0-t tartalmazó szavak;
   (e) a 0-val kezdődő és páratlan hosszú, valamint az 1-gyel kezdődő és páros hosszú szavak;
   (f) a 00 részszót tartalmazó páratlan hosszú szavak.
3. Adjon olyan reguláris kifejezéseket, amelyek rövidebbek az itt szereplőknél, de ugyanazt a nyelvet írják le!
   (a) $(0+\varepsilon)^*$ (b) $((0+\varepsilon)(0+\varepsilon))^*$ (c) $(0+1)^*01(0+1)^* + 1^*0^*$
4. Adjon reguláris kifejezést arra a nyelvre, ami az összes, az 110 részszót nem tartalmazó $\{0, 1\}$ feletti szóból áll!
5. Határozza meg az $S \to A \mid B \qquad A \to 0A1 \mid 01 \qquad B \to 1B0 \mid 10$ nyelvtan által generált nyelvet!
6. Legyen $S \to AB \qquad A \to 0A1 \mid 01 \qquad B \to 1B0 \mid 10$
   (a) Adjon meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 001110 szóhoz!
   (b) Határozza meg a nyelvtan által generált nyelvet!
7. Legyen $S \to AS \mid A \qquad A \to 0A1 \mid 01$
   (a) Adjon meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 01010011 szóhoz!
   (b) Határozza meg a nyelvtan által generált nyelvet!
8. Adjon környezetfüggetlen nyelvtant az 1. feladatban szereplő nyelvekre!
9. Adjon környezetfüggetlen nyelvtant az alábbi nyelvekre! Egyértelműek a megadott nyelvtanok?
   (a) $L = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^{n+1} : n \geq 0\}$
   (b) $L = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^{2n} : n \geq 0\}$
   (c) Az $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ feletti palindromok nyelve
   (d) $L = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^k\mathtt{c}^\ell : n = k \text{ vagy } n = \ell\}$
10. Adjon környezetfüggetlen nyelvtant a jó zárójelezések nyelvéhez!
11. Egyértelműek-e az alábbi nyelvtanok? Egyértelműek-e az általuk generált nyelvek?
    (a) $S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}S\mathtt{b} \mid \mathtt{aa} \mid \mathtt{bb} \mid \mathtt{a} \mid \mathtt{b}$
    (b) $S \to TT \mid U \qquad T \to 0T \mid T0 \mid \# \qquad U \to 0U00 \mid \#$
12. Határozza meg az alábbi környezetfüggetlen nyelvtanok által generált nyelveket!
    (a) $T \to TT \mid \mathtt{a}T\mathtt{b} \mid \mathtt{b}T\mathtt{a} \mid \mathtt{a} \mid \varepsilon$
    (b) $R \to T\mathtt{a}T \qquad T \to TT \mid \mathtt{a}T\mathtt{b} \mid \mathtt{b}T\mathtt{a} \mid \mathtt{a} \mid \varepsilon$
13. Határozza meg a következő nyelvtan által generált nyelvet!

$$\begin{aligned} R &\to XRX \mid S \\ S &\to \mathtt{a}T\mathtt{b} \mid \mathtt{b}T\mathtt{a} \\ T &\to XTX \mid X \mid \varepsilon \\ X &\to \mathtt{a} \mid \mathtt{b} \end{aligned}$$