

2014.05.16. 14.15-15.45

Az egyes feladatokra adott válaszokat az egyes feladatokhoz rendelt helyen kérjük megadni! Válaszait minden esetben megfelelő módon indokolja! Piszkozatnak kérjen a felügyelőktől új lapot. **Saját papírok használata nem megengedett.** A számolásigényesebb feladatokat *-al jelöltük (nem nehezebbek, csak hosszabbak).

1. Feladat (4 pont, *): Egy állapotmodellel adott folyamat alapmátrixa a $t = 2$ időpillanatban

$$\Phi(2) = e^{At} \Big|_{t=2} = e^{2A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ a } t = 3 \text{ időpillanatban } \Phi(3) = e^{At} \Big|_{t=3} = e^{3A} = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ értékű.}$$

Adja meg a gerjesztés nélküli rendszer $\mathbf{x}(7) = \mathbf{x}(t) \Big|_{t=7}$ állapotvektorát, ha $\mathbf{x}_o = \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(t) \Big|_{t=0} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

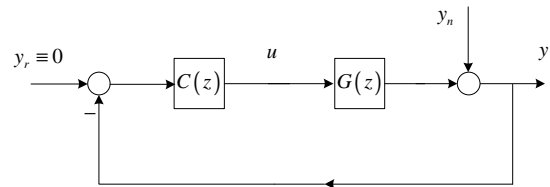
$$\Phi(5) = \Phi(2)\Phi(3) = \begin{bmatrix} 1 & 2.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Phi(7) = \Phi(5)\Phi(2) = \begin{bmatrix} 1 & 3.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(7) = \Phi(7)\mathbf{x}_o = \begin{bmatrix} 1 & 3.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Feladat (3 pont): Adja meg a folytonos állapotmodellnek az állapotvektorra vonatkozó megoldását a komplex operátoros tartományban!

3. Feladat (4 pont): Egy diszkrét idejű szabályozó differencia egyenlete $u[k] = 2e[k] - 1.5576e[k-1] + u[k-1]$. Adja meg

- a szabályozó jellegét
- a T_s mintavételi idő függvényében a szabályozó törési frekvenciáját (sarokfrekvenciáját)!



a/ PI

$$b/ C(z) = \frac{2z - 1.5576}{z - 1} = 2 \frac{z - 0.7788}{z - 1}$$

$$e^{-T_s/T} = 0.7788$$

$$\frac{1}{T} = \frac{-\ln(0.7788)}{T_s}$$

4. Feladat (4 pont): Egy $P(s)$ folytonos szakasz átmeneti függvényének mintavételezett sorozata $v[k] = A(1 - e^{-kT_s/T})$, $k = 0, 1, 2, \dots$ Adja meg a nulladrendű tartószerv és a $P(s)$ átviteli függvényű szakasz együttes impulzusátviteli függvényét!

Az adott $v[k]$ sorozat a $P(s) = \frac{A}{1 + sT}$ folyamat átmeneti függvényének a mintavételezett alakja, így

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\{v[k]\} = A \frac{1 - e^{-T_s/T}}{z - e^{-T_s/T}}$$

5. Feladat (4 pont, **): Legyen az irányítandó folytonos folyamat zérusrendű tartószervvel együtt képzett diszkrét

idejű impulzusátviteli függvénye $G(z) = G_+ z^{-d} = \frac{1}{z-0.5} z^{-2}$.

a.) Az ábrán látható zárt szabályozási rendszerben határozza meg $C(z)$ értékét úgy, hogy $\frac{Y(z)}{Y_n(z)} = 1 - R_n(z) z^{-2}$

teljesüljön, ahol $R_n(z) = \frac{0.75}{z-0.25}$ (Segítség: ebben a feladatban $G_- = 1$).

b.) Egységugrás alakú zavarást feltételezve adja meg $u[k]$ értékét a $k = 0, 1$ és $y[k]$ értékét a $k = 0, 1, 2, 3$ mintavételi időpillanatokra!

$$G_p(z) = \frac{1}{z-0.5} \quad Q(z) = \frac{R_n}{G_p} = \frac{\frac{0.75}{z-0.25}}{\frac{1}{z-0.25}} = \frac{0.75(z-0.5)}{z-0.25}$$

$$C(z) = \frac{Q}{1+QG} = \frac{\frac{0.75(z-0.5)}{z-0.25}}{1 - \frac{0.75(z-0.5)}{z-0.25} \frac{1}{z-0.5} z^{-2}} = \frac{0.75z^3 - 0.375z^2}{z^3 - 0.25z^2 - 0.75}$$

$$u[k] = -Qy_n[k]$$

$$(z-0.25)u[k] = -0.75(z-0.5)y_n[k]$$

$$u[k] = -0.75y_n[k] + 0.375y_n[k-1] + 0.25u[k-1]$$

$$u[0] = -0.75 = -\frac{3}{4}$$

$$u[1] = -0.75 + 0.375 - 0.25 \cdot 0.75 = -\frac{9}{16}$$

$$y[k] = (1 - R_n z^{-d}) y_n[k] = \left(1 - \frac{0.75}{z-0.25}\right) z^{-2} y_n[k] = \frac{z^3 - 0.25z^2 - 0.75}{z^3 - 0.25z^2} y_n[k]$$

$$y[k] = y_n[k] - 0.25y_n[k-1] - 0.75y_n[k-2] + 0.25y[k-1]$$

$$y[0] = 1 \quad y[1] = 1 \quad y[2] = 0.25 \quad y[3] = 0.0625$$

6. Feladat (4 pont, *): Egy diszkrét idejű rendszer állapotterese modelljének paraméterei a következők:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1.7 & -0.72 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = [1 \quad 0.9] \quad d = 0$$

Adja meg a rendszer $G(z)$ impulzusátviteli függvényét! Stabilis-e a rendszer?

$$(zI - \mathbf{F})^{-1} = \begin{bmatrix} z-1.7 & 0.72 \\ -1 & z \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} z & -0.72 \\ 1 & z-1.7 \end{bmatrix}}{z^2 - 1.7z + 0.72} = \begin{bmatrix} \frac{z}{(z-0.9)(z-0.8)} & \frac{-0.72}{(z-0.9)(z-0.8)} \\ \frac{1}{(z-0.9)(z-0.8)} & \frac{z-1.7}{(z-0.9)(z-0.8)} \end{bmatrix}$$

$$G(z) = \mathbf{c}^T (zI - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{g} = [1 \quad 0.9] \begin{bmatrix} z-1.7 & 0.72 \\ -1 & z \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{z+0.9}{(z-0.9)(z-0.8)}$$

Stabilis.

7. Feladat (4 pont, *): A $G(z) = \frac{0.01(z+0.9)}{(z-0.9)(z-0.8)}$ diszkrétizált folyamatmodellhez soros, póluskiejtéses, ideális mintavételes PIPD szabályozót tervezünk. A szabályozó erősítését válasszuk meg úgy, hogy egységugrás alakú alapjel esetén a bemenőjel kezdeti értéke $u[0] = 25$ legyen. Adja meg a zárt szabályozási kör differencia egyenletét!

$$C(z) = \frac{25(z-0.9)(z-0.8)}{z(z-1)}, \text{ ezért } L(z) = \frac{0.25(z+0.9)}{z(z-1)} \text{ és}$$

$$T(z) = \frac{L(z)}{1+L(z)} = \frac{\frac{0.25(z+0.9)}{z(z-1)}}{1 + \frac{0.25(z+0.9)}{z(z-1)}} = \frac{0.25(z+0.9)}{z^2 - z + 0.25z + 0.225} = \frac{0.25z + 0.225}{z^2 - 0.75z + 0.225}$$

$$y[k] - 0.75y[k-1] + 0.225y[k-2] = 0.25y_r[k-1] + 0.225y_r[k-2]$$

8. Feladat (3 pont): Vázolja fel a $C_{PD}(s) = A_p \frac{1+sT_D}{1+s\frac{T_D}{5}}$ PD szabályozó közelítő Bode diagramját ($a(\omega)$ és $\varphi(\omega)$ függvényét) és átmeneti függvényét!

