

Vizsgadolgozat

Általános tudnivalók: A vizsga időtartama 100 perc. Számológépet lehet használni. A számszerű megoldásokat 4 értékes jegyre kerekítjük. A teljes pontszám eléréséhez a megoldás menete is szükséges, beleértve az egyes lépéseknél felhasznált tulajdonságok és tételek jelzését. A vizsga első 30 percében nem lehet a termet elhagyni.

- Írjuk fel az alábbi definíciót, illetve állítást:
 - Mikor nevezzük az X és Y azonos valószínűségi mezőn értelmezett valószínűségi változókat függetlennek?
 - Írjuk fel az Y valószínűségi változó X -re vett lineáris regresszióját (magát a valószínűségi változót, nem pedig a definiáló tulajdonságát). Fejezzük ki a tipikusan α -val és β -val jelölt együtthatókat az X és Y változók kovarianciája, várható értékei és szórásai segítségével.
- Robin* és *Georgina* bemegy egy kocsmába. *Georgina* kér egy sört, megissza, továbbá minden egyes elfogyasztott sör után $\frac{1}{3}$ eséllyel kér egy újabbat, és azt is megissza. *Robin* kér 4 sört, és ezeket egymástól függetlenül, egyenként $\frac{1}{2}$ eséllyel elfogyasztja. Ha tudjuk, hogy *Georgina* több sört ivott, mint *Robin*, akkor mi az esélye, hogy *Robin* egyet sem ivott meg?
- Az X normális eloszlású valószínűségi változóról tudjuk, hogy a $2X + 10$ transzformáltjának eloszlása $N(8; 4)$. Határozzuk meg az X^2 változó várható értékét.
- Az X és Y diszkrét valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat, amelyből két értéket kitöröltek.

	X		
		0	1
Y			
	-1	$\frac{1}{2}$	
	1		$\frac{1}{4}$

Határozzuk meg a hiányzó értékeket, ha tudjuk, hogy X várható értéke $1/3$. Állapítsuk meg, hogy függetlenek-e az X és Y valószínűségi változók.

- A manók az északi sarkon zsákokat töltenek meg ajándékokkal. Az egyes ajándékok térfogata egymástól független, azonos eloszlású valószínűségi változó, várható értéke $0,4 \text{ m}^3$, szórása pedig $0,23 \text{ m}^3$. Egy zsákba mindig 12 darab ajándék kerül, továbbá összesen 48 darab zsákot töltenek meg ajándékokkal. Egy zsák térfogata a benne lévő ajándékok össztérfogatának 110%-a. Mi az esélye, hogy a zsákok beférnek a Mikulás szánjába, ha a szán összesen 256 m^3 -nyi zsák elszállítására képes? (A zsákok térfogata összeadódik.)
2021. decemberében egy héten keresztül minden délben megmértük az erkélyünkön a hőmérsékletet, és feljegyeztük a mért adatokat: 10, 2, 4, 15, 17, 5, 10 °C.
 - Adjuk meg a tapasztalati eloszlásfüggvény értékét a 10 helyen.
 - Számoljuk ki korrigált tapasztalati szórásnégyzetet.

