

Algoritmusok és gráfok - Pótzárthelyi  
2018. december 10.

1. Az alábbi futási idők közül pontosan egyikre igaz, hogy  $O(n^2)$ .

(a)  $2^{17}n^2 + 2018^2 - 100n \log n$                       (b)  $\frac{10n^3}{\log n} - 10n^2$

Válassza ki, hogy melyik az és erre bizonyítsa is ezt be megfelelő  $c$  konstans és  $n_0$  küszöb megadásával.

2. Egy kezdetben üres, 11 méretű hash táblába nyílt címzéssel, lineáris próbával szűrtünk be néhány egész számot, majd kettőt közülük kitöröltünk, így az alábbi állapotot kaptuk (\* jelöli a törölt cellákat, a kitöltetlen cellák mindvégig üresek voltak). A használt hash függvény a  $h(K) = K$  maradéka 11-gyel osztva függvény volt.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	1	26	*	15	16	6	*			10

(a) Mely cellákat és milyen sorrendben járjuk be ebben a táblában a 4-es szám keresése során?

(b) Mely cellákat és milyen sorrendben járjuk be ebben a táblában a 4-es szám beszúrása során?

3. Egy bináris keresőfa preorder bejárása során a fa csúcsait 3, 10, 4, 8, 7, 9 sorrendben látogatjuk meg. Rajzolja fel ezt a hat csúcsú bináris keresőfát, ahol ez megtörténhetett, majd lássa be, hogy a fa csak így nézhet ki.

4. Adott két tömb, mindegyik  $n$  különböző egész számot tartalmaz. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust az összes olyan szám megkeresésére, amik mindkét tömbben benne vannak.

5. Egy szomszédossági mátrixával adott  $n$  csúcsú, egyszerű, irányított  $G$  gráfban kettő csúcs kivételével minden csúcs színes: piros vagy kék vagy zöld. A csúcsok színei egy, a csúcsokkal indexelt  $S$  tömbben adottak. A két színtelen csúcs  $s$  és  $t$  és az a célunk, hogy megkeressük az  $s$ -ből  $t$ -be vezető legrövidebb egyszínű út hosszát. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix (esetleg többszöri) módosításával és egy tanult algoritmus (esetleg többszöri) változtatás nélküli futtatásával megoldja ezt a feladatot.

6. Éllistájával adott egy  $n$  csúcsú, 2018n élű egyszerű, irányított gráf. Adjon  $O(n)$  lépésszámú algoritmust, ami megkeresi a gráfban előforduló legnagyobb be-fokot és az összes olyan csúcsot, amibe ennyi él fut be.