

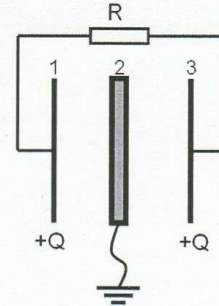
Villamosmérnök alapszak Fizika2	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz
2. vizsga, 2019. jún. 05.												

NÉV: _____

Neptun kód: _____

Előadó: Márkus / Sarkadi / Vizsgakurzus

1. Adott három párhuzamos, A felületű fémlemez, melyek egymástól egyaránt d távolságra vannak. A középső (2-es) fémlemez földelt, míg az 1-es és 3-as lemez összeköttetésben áll egymással az R ellenálláson keresztül. A szélső lemezek mindegyike $+Q$ töltéssel rendelkezik.



a) Mennyi töltés található a középső, földelt lemezen? (1) Mekkora potenciálon van az 1. és a 3. fémlemez a földhöz képest? (1)

Helyettesítő kép: 2 db Q töltésű kondenzátor:

$+Q$ 1 3 $+Q$
 $-Q$ 2 $-Q$

\Rightarrow 2. lemez töltése: $-2Q$

$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ $U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$

c) A 2. lemezt elmozdítjuk a 3. lemez felé, miközben az 1. és 3. lemez nyugalomban maradt. Az elmozdulás mértéke x . Mekkora lesz az 1-2 valamint a 2-3 lemezpárok alkotta kondenzátorok kapacitása az elmozdulást követően? ($C_{12}=?$ $C_{23}=?$) (1)

$d+x$ $d-x$

1 2 3

$\rightarrow x$

$C_{12} = \epsilon_0 \frac{A}{d+x}$ $C_{23} = \epsilon_0 \frac{A}{d-x}$

d) Tegyük fel, hogy az elmozdulás igen gyorsan történt, R pedig igen nagy, így a középső lemez elmozdulását követő pillanatban számottevő töltés még áramlik át az ellenálláson. Mekkora az U_{12} illetve az U_{23} feszültség az elmozdulást követő pillanatban? (1)

$U_{12} = \frac{Q}{C_{12}} = \frac{Q(d+x)}{\epsilon_0 A}$ $U_{23} = \frac{Q}{C_{23}} = \frac{Q(d-x)}{\epsilon_0 A}$

e) A középső lemez elmozdulását követően igen hosszú idő eltelte után mennyi ΔQ töltés áramlik át az ellenálláson? (1)

Hosszú idő eltelté után: $U'_{12} = U'_{23} \Rightarrow \frac{Q-\Delta Q}{C_{12}} = \frac{Q+\Delta Q}{C_{23}} \Rightarrow \frac{(Q-\Delta Q)(d+x)}{\epsilon_0 A} = \frac{(Q+\Delta Q)(d-x)}{\epsilon_0 A}$

$\Rightarrow Qd - \Delta Qd + Qx - \Delta Qx = -Qd + \Delta Qd + Qx - \Delta Qx \Rightarrow 2Qd = 2\Delta Qd \Rightarrow \Delta Q = \frac{x}{d} Q$

IMSC) Milyen potenciálon lesz az 1. és a 3. lemez a földhöz képest a középső lemez elmozdulását követően hosszú idő elteltével? (2,5i)

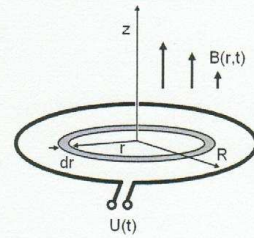
$U'_{12} = U'_{23} = \frac{Q-\Delta Q}{C_{12}} = \frac{(Q-\frac{x}{d}Q)(d+x)}{\epsilon_0 A} = \frac{Q}{\epsilon_0 Ad} (d-x)(d+x) = \frac{Q}{\epsilon_0 Ad} (d^2 - x^2)$

2. Adott egy hengersizmetrikus, helytől és időtől is függő z irányú mágneses tér. A mágneses indukció hely- és időfüggését az alábbi függvény adja meg:

$$B(r,t) = \frac{B_0 \sin(\omega t) \sin(kr)}{r}$$

ahol B_0 , ω és k pozitív állandók, r pedig a tengelytől mért távolság.

a) Határozza meg az ábrán szürkével jelölt r sugarú, igen keskeny, dr szélességű körgyűrű $d\phi(r,t)$ mágneses fluxusát az idő függvényében! (1)



$$d\phi(r,t) = B(r,t) \cdot dA = \frac{B_0 \sin(\omega t) \sin(kr)}{r} \cdot 2r\pi dr = 2B_0\pi \sin(\omega t) \sin(kr) dr$$

b) A mágneses térben elhelyezünk egy R sugarú vezető gyűrűt az ábra szerint. Határozza meg a vezető gyűrű által határolt terület $\phi(t)$ mágneses fluxusát az idő függvényében! (2)

$$\phi(t) = \int d\phi = 2B_0\pi \sin(\omega t) \int_0^R \sin(kr) dr = 2B_0\pi \sin(\omega t) \left[-\frac{\cos(kr)}{k} \right]_0^R$$

$$\phi(t) = \frac{2B_0\pi \sin(\omega t)}{k} (1 - \cos(kR))$$

c) Határozza meg a vezetékurokban indukálódó $U(t)$ feszültséget az idő függvényében! (1)

$$U(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{2B_0\pi \omega \cos(\omega t) (1 - \cos(kR))}{k}$$

d) Mekkora R -t válasszuk, ha azt akarjuk, hogy a hurokban ne indukálódjék feszültség? $R > 0$ eseteket vizsgáljuk! (1)

$$U(t) = 0, \text{ ha } 1 - \cos(kR) = 0 \Rightarrow \cos(kR) = 1 \Rightarrow kR = 2\pi N \quad N: \text{egész}$$

$$R = \frac{2\pi}{k} \cdot N \quad \text{ahol: } N = 1, 2, 3, \dots$$

IMSC) A vezetékurokot nagy ellenállású fogyasztóval terheljük. Mekkora R -t, ha azt szeretnénk, hogy a hurokban ne ébredjen a vezeték feszítő erő? (2,5i)

Lorentz-erő: $d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B})$

$\vec{F}_e = 0$

Ha: $U(t) = 0 \Rightarrow I(t) = 0 \Rightarrow R = \frac{2\pi}{k} N$

Ha: $B(t) = 0 \Rightarrow \sin(kR) = 0 \Rightarrow kR = \pi N$

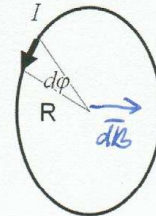
$$R = \frac{\pi}{k} \cdot N \quad \text{ahol } N: \text{egész}$$

3. Adott egy R sugarú, I árammal átjárt gyűrű.

a) Határozza meg egy kicsiny $d\varphi$ középponti szög alatt látszó ívelem által keltett $d\vec{B}$ mágneses indukció járuléék nagyságát a kör középpontjában! (1,5)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \Rightarrow |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{|d\vec{l}| |\vec{r}| \sin 90^\circ}{|\vec{r}|^3}$$

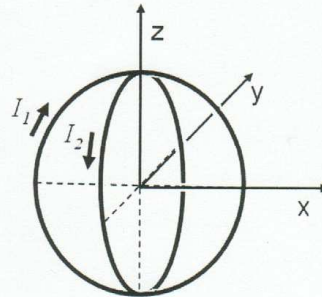
$$|d\vec{l}| = R \cdot d\varphi \quad |\vec{r}| = R \quad |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot d\varphi \cdot R}{R^3} = \frac{\mu_0 I d\varphi}{4\pi R}$$



b) Mekkora mágneses indukciót kelt az áramjárta gyűrű a gyűrű középpontjában? (1)

$$B = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 I 2\pi}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

c) Egy koordináta-rendszerben két darab R sugarú gyűrűt helyezünk el az ábra szerint. Az xz síkban elhelyezett gyűrűben $I_1(t) = I_0 \sin(\omega t)$ függvény szerint, az yz síkban elhelyezett gyűrűben $I_2(t) = I_0 \cos(\omega t)$ függvény szerint változik az áram. Adja meg az origóban kialakuló mágneses tér indukcióvektorát az idő függvényében, koordinátás alakban! (1)



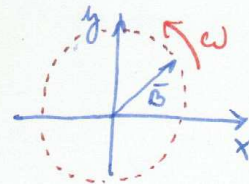
$$B_1(t) = \frac{\mu_0 I_1(t)}{2R} = \frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t)}{2R}$$

$$B_2(t) = \frac{\mu_0 I_2(t)}{2R} = \frac{\mu_0 I_0 \cos(\omega t)}{2R}$$

$$\vec{B}(t) = \frac{\mu_0 I_0}{2R} [\cos(\omega t); \sin(\omega t); 0]$$

d) Határozza meg az origóban kialakuló mágneses indukció nagyságát az idő függvényében (1) Milyen mozgást végez az indukcióvektor? (0,5)

$$|\vec{B}(t)| = \frac{\mu_0 I_0}{2R} \sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} = \frac{\mu_0 I_0}{2R}$$



- az indukcióvektor ω körszögsebességgel egyenletes körmozgást végez:

IMSC) Mi történne egy origóban elhelyezett rézgolyóval a mágneses tér hatására? Röviden indokolja válaszát! (2,5)

A forgó mágneses térbe helyezett vezető golyóban örvényáramok indukálódnak. Lenz-törvénye miatt a golyóba olyan forgatónyomaték hat, hogy a golyó a mágneses tér forgásával megegyező irányban forogni kezd.

4. Egy λ hullámhosszúságú fotont elnyel egy m tömegű hidrogén atom.

a) Mekkora a foton energiája és impulzusa? (1)

$$p_f = \frac{h}{\lambda} \quad E_f = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

b) Az elnyelődést követően mekkora lesz a hidrogén atom sebessége? Feltételezzük, hogy az atom kezdetben nyugalomban volt, és az elnyelődést modellezhetjük rugalmatlan ütközéssel. (1,5)

- Impulzusmegmaradás: *el. előtt el. után*

$$p_f + 0 = 0 + p_H \Rightarrow p_H = p_f = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Rightarrow m v = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda}$$

c) A foton energiájának hányad része alakul át a hidrogén atom mozgási energiájává? (1,5)

$$E_H = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{h^2}{m^2 \lambda^2} = \frac{h^2}{2 m \lambda^2}$$

$$\eta = \frac{E_H}{E_f} = \frac{\frac{h^2}{2 m \lambda^2}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{h}{2 m c \lambda} = \frac{hf}{2 m c^2}$$

d) Mekkora lesz a hidrogén atom de-Broglie hullámhossza? (1)

$$\lambda_D = \frac{h}{p_H} = \frac{h}{p_f} = \frac{h}{\frac{h}{\lambda}} = \lambda$$

IMSC) Egy kezdetben alapállapotú, nyugvó hidrogén atomot fehér fényel világítunk meg. Mekkora értékeket vehet fel a hidrogén atom impulzusa az elnyelést követően, ha tudjuk, hogy a hidrogén atom N kvantumszámmal jellemzett pályája $E_N = E_0 / N^2$ energiával rendelkezik, ahol E_0 az atomot jellemző konstans.

Itz alapállapotú H-atom az alábbi energiákkal rendelkező fotonokat képes elnyelni: $E_{fN} = E_0 \cdot (1 - \frac{1}{N^2})$ ahol $N = 2, 3, 4, \dots$

$$p_{fN} = \frac{E_{fN}}{c} = \frac{E_0}{c} \left(1 - \frac{1}{N^2}\right)$$

$$p_{H(N)} = p_f = \frac{E_0}{c} \left(1 - \frac{1}{N^2}\right)$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Az elektrosztatikus tér *őrványmentes*....., mert erővonalai nem záródnak önmagukba.
2. Az elektrosztatikus tér *fonálos*....., mert az erővonalak mindig töltésből indulnak ki, és töltésekben végződnek.
3. Egy fémgömb sugarát 2-szeresére növeljük. Kapacitása *2*.....-szeresére változott.
4. Síkkondenzátor lemezei közé $\epsilon_r=2$ dielektromos állandójú szigetelő lemezt csúsztatunk, miközben a fegyverzetek töltése nem változott. A kondenzátor energiája *1/2*.....-szeresére változott.
5. Ha próbatöltést mozgatunk *ekvipotenciális*..... felületeken, nem történik munkavégzés.
6. Gömbszimmetrikus töltéselrendezés terében célszerű a *végteles töltési pontot*..... nulla potenciálú pontnak tekinteni.
7. A Biot-Savart törvény matematikai alakja a fizikai mennyiségek konvencionális jelölése esetén:
.....
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{r} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{r} \times \hat{r}}{r^2} \quad (\vec{r} = r\hat{r})$$
8. Félvezetők vezetőképessége a hőmérséklet növelésével növekszik, mert a termikus gerjesztés hatására az anyagban megnő a szabad *töltéshordozók száma*.....
9. Egy ferromágneses anyagban periodikusan változtatjuk a H mágneses teret, miközben mérjük a B mágneses indukciót. B -t ábrázoljuk H függvényében. A kapott diagram az anyag *histerézis-görbéjét*..... ábrázolja.
10. Ha egy adott felület elektromos fluxusa időben változik, a felületen *eltérési áram*..... folyik át.
11. Az elektromos térerősség vektor merőlegesen oscillál az elektromágneses hullám terjedési irányára, ezért az elektromágneses hullámot *transzverzális hullámnak*..... nevezzük.
12. A vákuumban terjedő elektromágneses hullám Poynting-vektora és terjedési iránya *meg egyezik*.....
13. A Bohr-féle atommodell segítségével jól magyarázható az atomok *vonalas*..... színképe.
14. Részecskék bizonyos valószínűséggel olyan akadályon is képesek áthaladni, amelynek potenciáljátja meghaladja a részecske energiáját. A jelenséget *alagút effektusnak*..... nevezzük.
15. A Heisenberg-féle határozatlansági reláció értelmében egy részecske *impulzusa*..... és *helye*..... nem ismerhető egyszerre tetszőleges pontossággal.

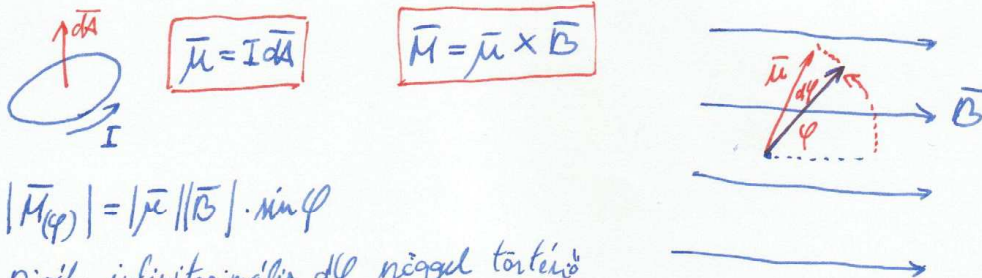
Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Semleges töltésű alufólia darabot függesztünk fel szigetelő fonalra. A fóliadarabhoz megdörzsölt műanyagrúddal közelítünk. Milyen kölcsönhatást tapasztalunk, magyarázza a jelenséget egy mondatban. (1) Hagyjuk, hogy a fólia hozzáérjen a műanyagrúdhoz. Ez után milyen kölcsönhatást tapasztalunk, mi a jelenség magyarázata? (1) Az alufóliát kézzel megérintjük. Hogyan viselkedik ezután a fólia a műanyagrúd közelében? Mi a jelenség magyarázata? (1)

- A műanyag rúd térében az alufólia polarizálódik: a fólia rúdtól közelebbi fele a rúddal ellentétes, a rúdtól távolabbi fele a rúddal megegyező töltéssel lesz. A polarizált fóliát a rúd vonzza
- Ha a fólia hozzáér a töltött rúdhoz, a fólia töltéseket vesz fel a rúdtól. A két test töltése egyenlő lesz, így taszítja egymást.
- Ha megérintjük a fóliát, töltése a testünkön keresztül a föld felé távozik. A fólia újól semleges lesz, a polarizáció jelensége miatt a rúd újra vonzza a fóliát.

2. Definiálja rajz és matematikai összefüggés segítségével egy elemi kóráram mágneses dipólmomentumát! (1) Írja fel a \vec{B} mágneses indukciójú térbe helyezett $\vec{\mu}$ mágneses momentummal rendelkező dipólról ható forgatónyomaték-vektort megadó összefüggést! (0,5) A fentiekből kiindulva vezesse le a dipól potenciális energiájára vonatkozó összefüggést! (1,5)



$$|\vec{M}(\varphi)| = |\vec{\mu}| |\vec{B}| \cdot \sin \varphi$$

- Dipól infinitesimális $d\varphi$ szöggel történő elfordítása során végzett munka: $dW = M(\varphi) d\varphi$

$$dW = \mu B \cdot \sin \varphi d\varphi$$

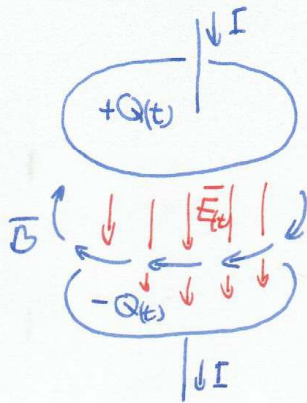
- Dipól egyenlő helyzetű α szöggel történő elforgatás során végzett munka:

$$W = \int dW = \mu B \int \sin \varphi d\varphi = \mu B [-\cos \varphi]_0^\alpha = \underline{\underline{\mu B (1 - \cos \alpha)}}$$

- E_{pot} : konstans erőjű határolatlan:

$$E_{pot} = -|\vec{\mu}| |\vec{B}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \boxed{E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}}$$

3. Vázlatosan rajzoljon fel egy töltődő síkkondenzátort, és rajolja fel a lemezek között kialakuló elektromos térerősség és mágneses indukció vektorokat! (1) Írja fel matematikai alakban azt a fizikai törvényt, amely magyarázatot ad a lemezek közötti mágneses tér jelenlétére, és definiálja azt a fizikai mennyiséget, fogalmat, amely a lemezek közötti mágneses teret létrehozza. (1) Definiálja a Poynting-vektort matematikai összefüggés segítségével, és új ábrán szemléltesse a töltődő kondenzátor fegyverzetei közt kialakuló Poynting-vektor-mezőt! (1)



• Ampère-Maxwell törvény

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 (I + I_{\text{elt}})$$

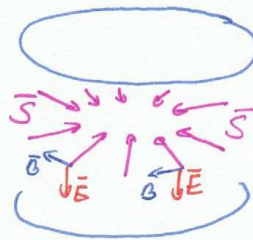
• Eltolási áram:

$$I_{\text{elt}} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

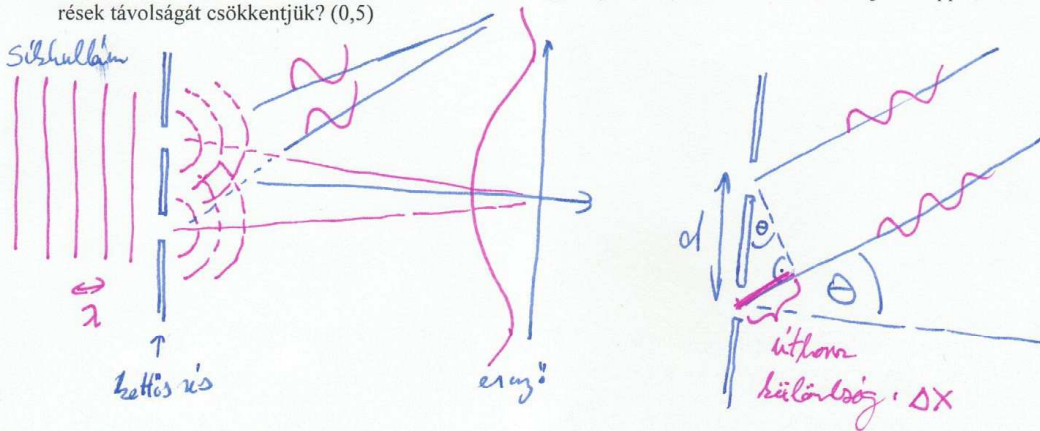
ahol $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$

• Poynting-vektor

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$



4. Vázlatosan ábrázolja a Young-féle kétréses kísérletet, melyet λ hullámhosszúságú elektromágneses síkhullámmal végzünk el (0,5). Az ábra, valamint matematikai levezetés segítségével mutassa meg, mely irányokban tapasztalunk konstruktív interferenciát a réstől távol elhelyezett ernyőn! (1) Vázlatosan ábrázolja az ernyőre vetülő fény intenzitását a hely függvényében! (1) Mi történik az elhajlási képpel, ha a rések távolságát csökkentjük? (0,5)



Konstruktív interferencia azokban az irányokban van, ahol $\Delta X = N \cdot \lambda$

$\Delta X = d \cdot \sin \Theta \Rightarrow$ erősítés irányai: $\sin \Theta_N = \frac{N \lambda}{d}$ ($N = \text{egész szám}$)

- Ha a rések távolsága csökken, a konstruktív interferenciához tartozó intenzitás-maximumok (elhajlási rendek) az ernyőn távolabb kerülnek egymástól.

5. Írja fel Bohr atommodelljére vonatkozó négy posztulátumát! (2) Rövid indoklással mutasson rá legalább egy olyan állításra, amellyel Bohr szembe megy, vagy meghaladja a klasszikus fizika elveit.
(1)

- Az elektronokat az atommag körül a Coulomb-erő tartja körpályán.
- Csak olyan elektronpályák valósulhatnak meg, ahol az e^- impulzusmomentuma $\frac{h}{2\pi}$ egész számú többszöröse.
- Az egyes pályákon keringő e^- -ok nem sugároznak ki elektromágneses hullámokat.
- Ha egy e^- az egyik pályáról a másikra átlév, a két pálya energia-különbségének megfelelő energiájú fotonot bocsát ki, vagy nyel el.

Ellentmondások a klasszikus fizikával.

- A kl. elektrodinamika szerint a gyorsuló töltés elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Így a körpályán keringő e^- -ok is sugároznának centripetális gyorsulásuk miatt.
Ez ellentmond Bohr 3. posztulátumával.
- A kl. mechanika szerint egy vonócentrum körül egy test tetszőleges nagy stacionárius pályán keringhet (lásd: bolygómeghatározás)
Ezzel ellentmond Bohr 2. posztulátumának.