

A megoldásra fordítható idő **60** perc. A feladatok megoldásához csak papír, írószer, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és kommunikáció tiltott. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. **Indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk.** Kérjük, hogy minden beadott lapra írja rá a nevét és NEPTUN kódját!

1. $N=3$ esetére írja fel a diszkrét Fourier transzformáció (DFT) bázis ($\mathbf{c}(i)$, $i=0,1,2$) és reciprokbázis ($\mathbf{g}(i)$, $i=0,1,2$) vektorait (2 pont)! Mutassa be, hogy az $\mathbf{I} - \mathbf{g}(i)\mathbf{c}^T(i)$ ($i=0,1,2$) mátrixok szorzata **0**-át ad (4 pont)! Bizonyítsa be, hogy ez a tulajdonság tetszőleges N -re igaz (4 pont)! Rajzolja fel a rekurzív DFT-t megvalósító számítás blokkvázlatát $N=3$ esetére (2 pont)! Írja fel annak a jelnek a diszkrét időfüggvényét, amelyet az $(1, 1+j, 1-j)$ értékű DFT jellemez (3 pont)!
2. $N=5$ esetére tervezzen véges impulzusválaszú szűrőt a frekvencia-mintavételi eljárás segítségével! A szűrő átvitele nulla frekvencián egységnyi, $0.2 \cdot f_m$ és $0.4 \cdot f_m$ frekvencián (f_m a mintavételi frekvencia) pedig nulla. Rajzolja fel a szűrőt magvalósító számítás blokkvázlatát (4 pont), és vezesse le az amplitúdó karakterisztikáját megadó összefüggést (6 pont)!
3. Vezesse le az adaptív lineáris kombinátor esetére érvényes Wiener-Hopf egyenletet (5 pont)! Határozza meg a súlytényezőket arra az esetre, amikor $\mathbf{P}^T = [0 \quad -0.5 \cdot \sin(4\pi/N)]$, \mathbf{R} első sora = $[0.5 \quad 0.5 \cdot \cos(4\pi/N)]$, \mathbf{R} második sora = $[0.5 \cdot \cos(4\pi/N) \quad 0.5]$, ahol $N=12$ (5 pont)! A lineáris kombinátor bemeneteire egységnyi amplitúdójú, szinuszos hullámformájú jelek mintáit vezetjük. Határozza meg ezen jelek egymáshoz viszonyított fázishelyzetét (3 pont)! Határozza meg a lineáris kombinátor kimenetén megjelenő hullámformát (2 pont)!