

Név:	Jó:	Javító:
NEPTUN:	Rossz:	
Aláírás:	Σ	

Feladatonként +1, 0 vagy -1 pont szerezhető. Karikázza be a helyes válasz betűjelét!
Legalább 5 kérdésre választ kell adni és legalább 4 pontot el kell érni.

1. Levegőben 150 MHz frekvenciájú síkhullám terjed a pozitív z tengely irányába; az E vektor x irányú, amplitúdója 250 V/m. Legyen a Γ görbe annak a négyzetnek a kontúrja, amely síkja merőleges az y tengelyre, és megfelelő oldalai párhuzamosak az x ill. a z tengelyekkel. A négyzet oldalhossza a síkhullám hullámhosszának negyede. Adja meg a Γ görbe mentén indukálódó feszültség amplitúdóját!

- a) 354 V **b) 177 V** c) 250 V d) nem lehet

2. Egy ϵ_r relatív dielektromos állandójú dielektrikummal kitöltött gömbkondenzátor külső elektródájának sugara (b) adott. Mekkora legyen a belső elektróda sugara ahhoz, hogy annak felületén a lehető legkisebb térféltesség lépjen fel akkor, amikor a kondenzátort U feszültségre kapcsolják?

- a) $b/\sqrt{2}$ b) $0,69b\epsilon_r$ **c) $0,5b$** d) $b\epsilon^{-1}$

3. Egy 400 cm sugarú fémgömb levegőben áll, töltése 50 nC. Becsülje meg annak az elektrosztatikus erőnek a nagyságát, amely egy $1 \mu\text{C}$ töltésű, pontszerű testre hat, ha annak távolsága a fémgömb középpontjától 410 cm!

- a) 0,22 N** b) 3,6 N c) 0,45 N d) 26,7 μN

4. Egy ideális, 50Ω hullámimpedanciájú, 12 m hosszú koaxiális kábel lezárása egy soros RC-tag, amelynek impedanciája 200 MHz frekvencián $(50 - j50)\Omega$. Mekkora a vezetéken az állóhullámarány az említett frekvencián?

- a) 2,62** b) 3,00 c) 1,41 d) ∞

5. Vezető közegben a P pontban és annak környezetében az áramsűrűség időben állandó, helyfüggvénye $\mathbf{J}(x, y, z) = (3x\hat{e}_x + 2z^2\hat{e}_y)\text{A/m}^2$, ahol a hosszegység méter. Adja meg a P pontot körülvevő, 3 mm^3 térfogatú képzeletbeli gömbben elhelyezkedő töltés 2 ms idő alatti megváltozását!

- a) nem lehet b) 6 pC c) -6 pC **d) -18 pC**

6. Egy ideális, ismeretlen permittivitású szigetelő közegbe ágyazott párhuzamos vezetők távvezeték alkot. A vezeték mentén a feszültségamplitúdó valamely maximumhelye és a hozzá legközelebb eső minimumhelye között 20 cm a távolság, ha a vezeték 250 MHz frekvenciájú forrás táplálja. Adja meg a szigetelő közeg relatív permittivitását!

- a) 1,5 **b) 2,25** c) 4 d) 4,9

7. Egy gömbkondenzátor dielektrikuma ϵ_r relatív dielektromos állandójú, σ fajlagos vezetőképességű veszteséges szigetelő anyag. A feltöltött kondenzátor töltése a szivárgási áram miatt állandóan csökken. Egy pillanatban a belső elektróda töltése Q . Mennyi idő múlva lesz a belső elektróda töltése $Q/\sqrt{2}$?

- a) $\epsilon_0\epsilon_r/\sigma$ b) $0,250\epsilon_0/\sigma$ **c) $0,347\epsilon_0\epsilon_r/\sigma$** d) $\epsilon_0\epsilon_r/(\sqrt{2}\sigma)$

8. Egy 2 m hosszú, vékony fémrúd vízszintes síkban forog az egyik végén átmenő fém tengely körül, percenként 90 fordulatszámmal. A rúd szabad vége egy, a rúd hosszával megegyező sugarú, rögzített fémgömbön csúszik. Mekkora a rúd tengelye és a fémgömb között mérhető feszültség, ha az egész rendszer homogén, függőleges irányú, 25 mT indukciójú mágneses térben van?

- a) 150 mV b) 104 μV c) 0,94 V **d) 0,47 V**

9. Egy szabad térben álló rövid dipólusantenna sugárzási ellenállása $100 \text{ m}\Omega$, időben szinuszos tápáramának amplitúdója 3 A. Legfeljebb mekkora hatásos teljesítményt nyerhetünk egy olyan vevőantenna illesztett terhelésén, amely 1200 m-re van a dipólusantennától, és hatásos felülete $1,35 \text{ m}^2$?

- a) 15,7 μW b) 25,0 nW c) 8,70 nW **d) 50,5 nW**

10. Egy hosszú, egyenes, 5 cm szélességű és 2 mm vastagságú réz szalagban egyenáram folyik; az áramsűrűség homogén, $0,4 \text{ A/mm}^2$ nagyságú. A közeg levegő. Becsülje meg a mágneses indukció nagyságát a szalag síkjában, a szalag középvonalától 50 cm távolságban!

- a) 16 μT** b) 800 nT c) $4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ d) 64 μT

$$2) U = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \rightarrow Q = \frac{4\pi\epsilon \cdot U}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

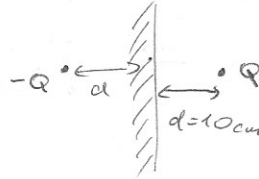
$$\epsilon(a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{U}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{U}{a - \frac{a^2}{b}}$$

U tényleges értéke irreleváns, csak a konstans kiváltja magát.

Mivel nagyobb a, annál kisebb a belső elektróda töltéssűrűsége eső tere, viszont mivel kisebb, annál levelesebb töltést halmoz fel benne a megadott feszültség, ezzel az optimumát kell megtalálni.

$$\frac{1}{a - \frac{a^2}{b}} \text{ minimuma } a = 0.5b \text{-nél van.}$$

3) $r \gg d$, így töltéstörvényt alkalmazhatunk:



$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{d^2} = -0.22 \text{ N, vonzza a gömb a töltést}$$

$$4) Z_0 = 50 \Omega$$

$$Z_2 = 50 - j50 \Omega$$

$$r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = 0.2 - j0.4 = 0.4472 e^{-1.104j}$$

$$VSWR = \sigma = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = 2.618$$

5)

$$\oint_A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} = -\frac{dQ}{dt}$$

$$\oint_A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \text{div } \mathbf{F} \cdot dV \quad (\text{Gauss-Osztrogvétel})$$

$$-Q = t \cdot \int_V \text{div } \mathbf{F} \cdot dV = t \cdot 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \left(\frac{d^3 x}{dx} + \frac{d^2 z^2}{dz} \right) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 3 = \underline{18 \text{ pC}}$$

6)

$$d = 20 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m} \quad v = \lambda \cdot f = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{c}{\epsilon_r} \rightarrow \epsilon_r = \left(\frac{c}{v} \right)^2 = 2.2469$$

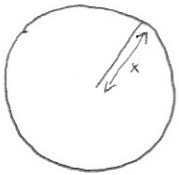
4) A stacionárius áramlás-elektrosztatika analógia miatt $\frac{G}{C} = \frac{1}{RC} = \frac{\sigma}{\epsilon}$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = Q_0 \cdot e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon}} \Rightarrow Q_0 \cdot e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon}} = Q_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{e}}$$

$$-\frac{\sigma t}{\epsilon} = \ln \frac{1}{\sqrt{e}}$$

$$t = -\ln \frac{1}{\sqrt{e}} \cdot \frac{\epsilon}{\sigma} = 0.3465 \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\sigma}$$

8,



$$F = Q(E + v \times B) \Rightarrow E = v \times B$$

$$u_i = \int E = \int v \times B = B \cdot \int v$$

$$v(x) = \frac{90 \cdot 2 \times \pi \text{ m}}{60 \text{ s}} = 3\pi x$$

$$u_i = 3\pi B \cdot \int_0^2 x dx = 6\pi B = \underline{\underline{0.441 \text{ V}}}$$

$$9, \quad R_s = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = \frac{R_s}{80\pi^2}$$

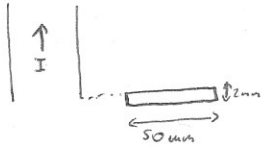
$$\text{Mivel } E_z(r, \varphi) = Z_0 \cdot \frac{I}{2} \cdot \frac{l}{r} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{v} \cdot e^{-j\beta r} \quad \text{és } H_{\varphi}(r, \varphi) = \frac{E_z(r, \varphi)}{Z_0}$$

$$\text{A sugárirányú vektor } S(r, \varphi) = \frac{I^2}{8} \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot Z_0 \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{r^2} \Big|_{\varphi = \frac{\pi}{2}} = \frac{I^2}{8} \cdot \frac{R_s}{80\pi^2} \cdot 120\pi \cdot \frac{1}{r^2} = 34.3 \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$P = \int_A S(r, \varphi) \cdot dA = 34.3 \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 1.35 \text{ m}^2 = \underline{\underline{50.3546 \mu\text{W}}}$$

10,

$$A = 100 \text{ mm}^2 \Rightarrow I = 40 \text{ A}$$



$$dI = \frac{40 \text{ A}}{5 \text{ cm}} = 800 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\text{így a Biot-Savart törvény alapján } dB = \mu \frac{dI}{4\pi} \cdot \frac{dl \times r_0}{r^2} = \mu \frac{dI}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$B = \int_{0.525 \text{ m}}^{0.445 \text{ m}} dB = 16.04 \mu\text{T}$$