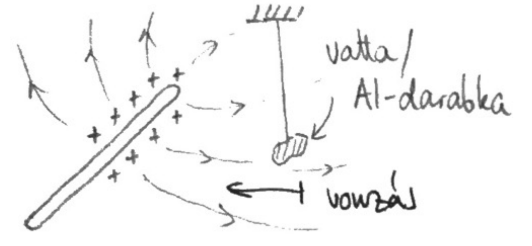
Kísérletben láttuk:

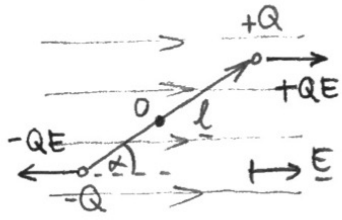


Kérdés: Miért vonzza magához a megdörzsölt ebonit-/üvegrúd az apró, töltetlen vatta-, illetve alumíniumdarabkát?

Válasz: A vatta/Al dipólussá válik.

I.) Dipólus külső elektromos mezőben

a.) homogén térben:



- eredő erő: $\sum \underline{F} = QE - QE = \emptyset$!
- forgatónyomaték:

$$M_0 = \frac{l}{2} \sin\alpha \, QE - \frac{l}{2} \sin\alpha (-QE)$$

$$M_0 = \underbrace{Q \cdot l}_{p,\ \text{dipólmomentum}} \cdot E \cdot \sin\alpha$$

vektoriálisan:

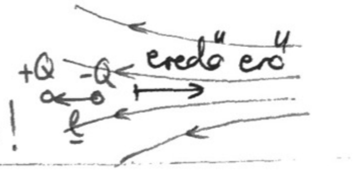
$$\underline{M} = Q\underline{l} \times \underline{E} = \underline{p} \times \underline{E}$$

(példa: H_2O molekula mikróban)

b.) inhomogén térben:

F_- nagyobb, mint $F_+ \Rightarrow \sum \underline{F} \neq \emptyset$!

Van eredő erő és forgatónyomaték is!



II.) Az elektromos fluxus

1.) A fluxus jelentése:

Az erővonalak sűrűsége (egységnyi, merőleges felületen áthaladó erővonalak száma) arányos $\underline{E}$-vel.

⇓

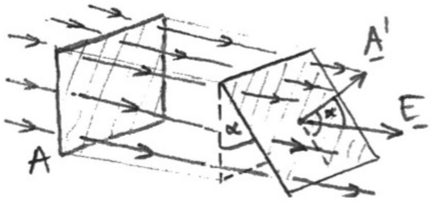
Nem egységnyi, hanem A nagyságú, merőleges felületen átmenő erővonalak száma arányos a

$$\boxed{\Psi = E \cdot A}, \quad [\Psi] = \frac{Nm^2}{C}$$

mennyiséggel. Ez a felületen átmenő fluxus.

2.) Általánosítás:

a.) Ferde felületre:



$$\Psi = E \underbrace{A' \cdot \cos\alpha}_{A}$$

vektorosan:

$$\boxed{\Psi = \underline{E} \cdot \underline{A}'}$$

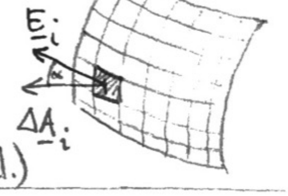
felületelem-vektor

b.) görbe felületre:

$$\boxed{\Psi = \sum_i \underline{E}_i \Delta\underline{A}_i}$$

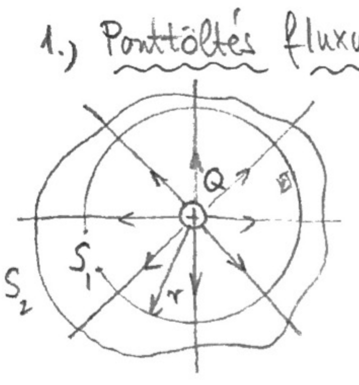
$$\Psi = \sum_i E_i \Delta A_i \cos\alpha_i$$

(Apró darabokra osztással.)



III.) Az elektromos Gauss-törvény

1.) Ponttöltés fluxusa zárt felületre:



A fluxus az S_1 gömbre:

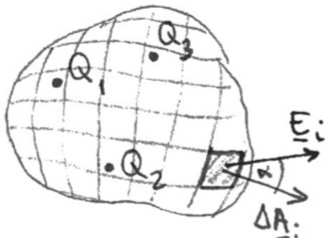
$$\Psi_1 = \sum_i \underline{E}_i \Delta\underline{A}_i = \sum_i E_i \Delta A_i$$

$$\Psi_1 = E(r) \underbrace{\sum_i \Delta A_i}_{\text{gömbfelszíne}}$$

$$\Psi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Ugyanakkora a Ψ_2 fluxus is az S_2 felületen, hiszen az áthaladó erővonalak száma ugyanaz.

2.) Általánosítás:



Szuperpozíció:

$$\underline{E}_i = \underline{E}_i^{(1)} + \underline{E}_i^{(2)} + \underline{E}_i^{(3)} + \dots$$

$$\Psi_{zárt} = \sum \underline{E}_i \Delta\underline{A}_i$$

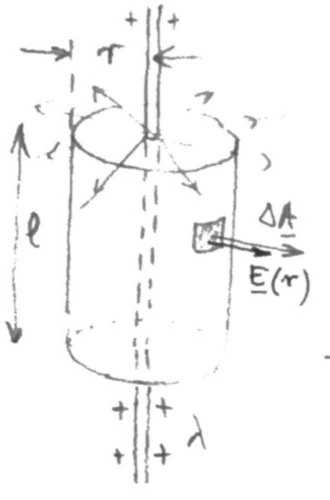
$$\Psi_{zárt} = \underbrace{\sum \underline{E}_i^{(1)} \Delta\underline{A}_i}_{Q_1/\varepsilon_0} + \underbrace{\sum \underline{E}_i^{(2)} \Delta\underline{A}_i}_{Q_2/\varepsilon_0} + \underbrace{\sum \underline{E}_i^{(3)} \Delta\underline{A}_i}_{Q_3/\varepsilon_0)} + \dots$$

Tehát:

$$\boxed{\Psi_{zárt} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sum Q_{bezárt}}$$

Gauss-törvény: zárt felület fluxusa egyenlő a bezárt eredő töltés $1/\varepsilon_0$-szorosával.

3.) Alkalmazás: hosszú, töltött pálca tere



$$\Psi_{zárt} = \sum \underline{E}(r)\cdot\Delta\underline{A}$$

$$\Psi_{zárt} = E(r)\underbrace{\sum \Delta A}_{2\pi r\cdot\ell}$$

Gauss-törvény:

$$E(r)\cdot 2\pi r\ell = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\underbrace{\lambda\cdot\ell}_{Q_{bezárt}}$$

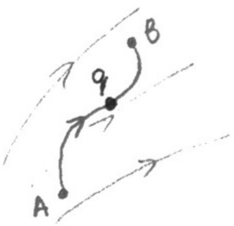
Az 1. előadással összhangban: $\boxed{E(r)=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}}$

2.) Feszültség

a) • Ha egy ponttöltés terében $W_{mező}$ független az úttól, ez több töltés eredő terére is igaz.

• Az elektrosztatikus mező tehát konzervatív!

• Létezik tehát elektromos potenciális energia!



$$W_{AB} = E^{A}_{pot} - E^{B}_{pot} = -\Delta E^{AB}_{pot}$$

feszültség (definíció):

$$\boxed{\Delta U_{AB} = \frac{\Delta E^{AB}_{pot}}{q} = -\sum_{A}^{B}\underline{E}\,\Delta\underline{s}}$$

ΔU_{AB} az egységnyi pozitív töltésen a mező munkája B→A útvonalon.

3.) Potenciál és potenciális energia

a.) általánosan:

$$\Delta U_{AB} = \frac{1}{q}\cdot\Delta E^{AB}_{pot} = \underbrace{\frac{E^{B}_{pot}}{q}}_{\varphi_B} - \underbrace{\frac{E^{A}_{pot}}{q}}_{\varphi_A} = \varphi_B - \varphi_A$$

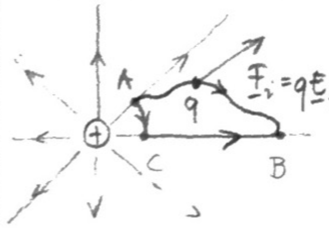
A mező tetszőleges pontjában az oda helyezett egységnyi, pozitív töltés potenciális energiáját potenciálnak (φ) nevezzük. A potenciál nullszintjét (referenciapontot) szabadon megválaszthatjuk, de általában a végtelenben vesszük fel.

$$\varphi_B - \varphi_R = \varphi_B = \Delta U_{RB} \quad (R := \text{referenciap.})$$

IV. Az elektromos feszültség és potenciál

A kísérletekben testek jöttek mozgásba. → A mezőnek van munkavégző képessége.

1.) Ponttöltés tere



$$W_{AB} = \sum \underline{F}_i\,\Delta\underline{s}_i = q\overbrace{\sum \underline{E}_i\,\Delta\underline{s}_i}^{\int \underline{E}\,d\underline{s}}$$

$$W_{AB} = q\sum|\underline{E}||\Delta\underline{s}_i|\cos\varphi$$

⇓ sugárirányú elmozdulás

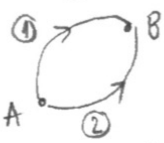
$$W_{AB} = W_{ACB}$$

Ponttöltés terében a mező próbatöltésen (q) végzett munkája független az úttól, csak a végpontoktól függ.

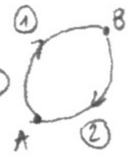
b.) Megjegyzések:

• mértékegység: $[\Delta U_{AB}] = \frac{J}{C} = V$ (volt)

• útfüggetlenségből hogyan lesz konzervatív?



$$W^{(1)}_{AB} = W^{(2)}_{AB} \Rightarrow$$



$$W^{(1)}_{AB} + W^{(2)}_{BA} = W^{(1)}_{AB} - W^{(2)}_{BA} = \emptyset.$$

c.) Feszültség ponttöltés terében.

$$\Delta U_{AB} = -\sum_{A}^{B}\underline{E}\,\Delta\underline{s} = -\int_{r_A}^{r_B} E(r)\,dr$$

$$\Delta U_{AB} = -kQ\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = k\frac{Q}{r_B} - k\frac{Q}{r_A}.$$

b.) Ponttöltés potenciálja:

$$\varphi(r) = \varphi(r) - 0 = \Delta U_{\infty,r} = k\frac{Q}{r}$$

Valóban, $\varphi(r)\to 0$, ha $r\to\infty$. 1. hatvány!

c.) Más megfogalmazás:

A potenciál a mező egy adott P pontjában megadja, hogy az egységnyi pozitív töltésen mekkora munkát végez a mező, mialatt a töltést P-ből a nullszintre (végtelen távoli pontba) mozgatjuk.

d.) Potenciális energia: $E_{pot} = q\cdot\varphi$