

Név: _____

Neptun kód: _____

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. feladat (17 pont)

Adjuk meg a következő differenciálegyenletet összes megoldását!

$$x \mapsto y(x)? \quad x^2 y' = 9 - y^2 - 4y'$$

A megoldásfüggvényeket elég implicit alakban megadni.

2. feladat (17 pont)

Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet adott kezdeti feltételhez tartozó megoldását az $x > 0$ tartományon!

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \frac{x - 2y(1 + x^2)}{x^3 + x} \quad (x \neq 0), \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

A megoldást explicit alakban kell megadni.

3. feladat (16 pont)

Egy megfelelő helyettesítés alkalmazásával (vagy bárhogy másképp) találjuk meg a

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \frac{(x - y)^2}{xy} \quad (x, y \neq 0)$$

differenciálegyenlet összes megoldását. A megoldásfüggvényeket elég implicit alakban megadni. (Segítség: először bontsuk szét az egyenlet jobb oldalát, és egyszerűsítsük a tagokat.)

4. feladat (16 pont)

Az

$$y_a(x) = \cos(x)^2$$

formulával megadott függvény megoldása egy bizonyos 3-ad fokú, állandó együtthatós, homogén lineáris differenciálegyenletnek. Adjuk meg ugyanennek a differenciálegyenletnek azon $x \mapsto y(x)$ megoldását, amelyre $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$ és $y''(0) = 4$.

5. feladat (17 pont)

Határozzuk meg az x -re vonatkozó x_0 bázis-pontot és R konvergencia-sugarat az

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n+5}{n-3} \right)^{n^2} x^{2n} \quad \text{és} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (3x+1)^n$$

hatványsorok esetében!

6. feladat (17 pont)

Számoljuk ki a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!(n+2)}$$

sor értékét! (Segítség: először vizsgáljuk az $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{(n+2)}/(n!(n+2))$ hatványsort, és állapítsuk meg az összegképletét!)