

**1. feladat (14 pont)**

Írja fel az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, és az  $y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$  kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást:

$$y' - 3y \sin x = 2e^{-3 \cos x}$$

**2. feladat (6+14=20 pont)**

a) Ismertesse a szétválasztható változójú differenciálegyenletek definícióját, és megoldásának módszerét (bizonyítás nem kell)!

b) Az  $u = y - 3x$  új változó bevezetésével oldja meg az  $y' = \frac{9}{y - 3x}$  differenciálegyenletet (elegendő a megoldást implicit alakban megadni)!

**3. feladat (22 pont)**

Adja meg az  $y''' - y'' + y' - y = \operatorname{sh}(3x)$  differenciálegyenlet általános megoldását!

**4. feladat (12+5=17 pont)**

Konvergensek-e az alábbi sorok? Ha igen, adja meg az összegüket!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1} + (-7)^{n-1}}{3^{2n+2}}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+2}}{2^{3n+1} + (-7)^{n-1}}$$

**5. feladat (19+8=27 pont)**

Konvergensek-e az alábbi sorok? Ha igen, adjon becslést az  $s \approx s_{99}$  közelítés hibájára!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{(n+2)5^{n+1}}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3}{7n^3 + 3n}$$

**IMSC feladat (15 IMSC pont)** Egy motorcsónak sebessége állóvízben  $v_0 = 20$  km/h. Teljes sebességgel halad, majd a motor leáll, és ezután 40 s alatt a csónak sebessége  $v_1 = 8$  km/h-ra csökken. A víz ellenállása arányos a csónak sebességével. Mekkora a csónak sebessége 2 perccel a motor kikapcsolás után?