

Algoritmuselmélet vizsgazárthelyi  
2014. január 16.

1. Írja le az  $f(n) = O(g(n))$  és az  $f(n) = \Omega(h(n))$  definícióját! Indoklással együtt adjon rájuk egy-egy példát!
2. Írja le a beszúrásos rendezés algoritmusát! Vezesse le, hogy mennyi összehasonlítást használ az algoritmus, ha lineáris keresést és mennyit, ha bináris keresést használunk! (A keresési algoritmusokat nem kell részletezni.)
3. Írja le a minimális súlyú feszítőfák keresésére szolgáló piros-kék algoritmust (a piros és kék szabályok megadásával együtt)!

---

4. Egy játékban az 1-től  $n$ -ig számozott mezőkön haladunk az 1-es mezőről indulva a következő szabály szerint: az  $i$ -edik mezőről egy lépésben egy olyan  $j > i$  sorszámu mezőre ugorhatunk, melyre  $t \leq j - i \leq 2t$ , ahol  $t$  egy, a játék elején előre rögzített pozitív paraméter. Egy ilyen lépésért a játékban  $h_j$  pontot kapunk (ami lehet negatív szám is). Ahhoz, hogy nyerjünk, az utolsó ugrással épp az utolsó,  $n$ . mezőbe kell érnünk, nem ugorhatjuk át. Adjon algoritmust, amivel  $O(tn)$  lépésben meghatározhatjuk, maximum mennyi lehet a kapott pontok összege, ha nyerünk! (A pontok összege lehet negatív is.)
5. Egy  $B_5$  fában csupa különböző pozitív egész számot tárolunk. A gyökérben két útjelző címke található, ezek értéke 76 és 103. Mennyi a fában tárolt elemek lehetséges maximális száma?
6. Tegyük fel, hogy egy NP-teljes  $A$  problémára találtunk egy olyan algoritmust, ami minden  $n$ -re, az  $n$  méretű bemeneteken  $O(n^{10})$  lépésben megadja a választ. Következik-e ebből, hogy minden NP-teljes  $B$  problémához van olyan algoritmus, ami minden  $m$ -re a  $B$  probléma  $m$  méretű bemeneteit  $O(m^{10})$  lépésben megoldja?
7. Jelölje  $X$  azt az eldöntési problémát, hogy egy adott  $N$  szám felírható-e két különböző prímszám szorzataként (azaz  $p \cdot q$  alakú-e,  $p \neq q$  prímek). Adj meg egy PRÍM  $\prec X$  Karp-redukciót!
8. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, amely az RH (részhalmozösszeg) problémát  $n$  szám esetén  $O(f(n))$  időben eldönti. Mutassa meg, hogyan lehet ezt az eljárást felhasználni arra, hogy  $O(n \cdot f(n))$  időben meg is találjunk egy, a feladatnak megfelelő részhalmazt (amennyiben az létezik)!