

Rendszeroptimalizálás

Aláíráspótló vizsga feladatok

2016. május 24.

1. a) Írjuk fel azt a primál lineáris programozási feladatot, amelynek a duálisa a jobbra látható feladat. (A primál felírása hasonló alakú legyen, mint a duálisé, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

$$\min\{8y_1 + 7y_2 + 6y_3\}$$

ha

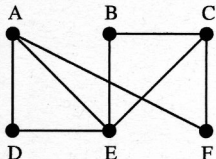
$$y_1 + 3y_2 + 2y_3 = 4$$

$$y_1 + 2y_3 \geq 5$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$$

b) Döntsük el, hogy a kapott primál feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán.

2. Tekintsük a következő feladatot: keresendő egy minimális összsúlyú lefógó ponthalmaz az alábbi gráfban, ahol minden v csúcs $w(v)$ súlyát az alábbi táblázat mutatja. Fogalmazzuk meg ezt a feladatot egészértékű programként (vagyis adjunk meg egy olyan egészértékű programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens ezzel a feladattal). A keresett egészértékű programot *ne* mátrixos alakban adjuk meg, hanem vezessünk be a feladat szempontjából releváns változókat és ezek segítségével írjuk fel. (A szóban forgó lefógó ponthalmazt *nem kell megadni*, a feladat az egészértékű programként való megfogalmazás. Egy ponthalmaz akkor lefógó, ha minden élnek legalább az egyik végpontját tartalmazza.)

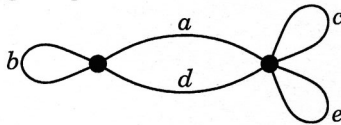
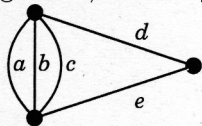


v	:	A	B	C	D	E	F
$w(v)$:	3	1	2	1	2	2

3. A p valós paraméter minden értékére állapítsuk meg, hogy az alábbi mátrix oszlopai milyen matroidot koordinátáznak a valós test felett. Ahol a matroid grafikus, ott adjunk meg egy gráfrepresentációt is.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & p & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ p & -1 & 0 & p \end{pmatrix}$$

4. Az alábbi két gráf által meghatározott grafikus matroidoknak állapítsuk meg az összegét. Ha az összeg grafikus, akkor adjunk meg egy gráfrepresentációt is.



5. Döntsük el, hogy n méretű bemenet esetén az alábbi lépésszámú algoritmusok polinomiálisak-e. Válaszainkat indokoljuk is.

a) $n \log_2 n + 3\sqrt{n}$

b) $3^{\log_2 n}$

c) $\sqrt{n}^{\log_2 n}$

6. Adjunk 2-approximációs algoritmust gráfok maximális élszámú 3-színezhető részgráfjának megadására (és lássuk be, hogy valóban 2-approximációs algoritmust adtunk meg).

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**