

Javítási példány

Nagypélda

Egy folytonos idejű rendszer impulzusválasza: $h(t) = A \delta(t+1) + B \delta(t) + 5 \epsilon(t) \left(e^{-\alpha t} - e^{-2\alpha t} \right)$

- a) Az A, B, α **valós** paraméterek mely értékeire létezik a rendszer átviteli karakterisztikája? (2 pont)

A továbbiakban $A = B = 0$, α továbbra is valós paraméter ($\alpha > 0$).

- b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (5 pont)
 c) A rendszer gerjesztő jele az $u(t) = 4 e^{-2|t|}$. Adja meg a rendszer válaszjelének Fourier transzformáltját! (5 pont)
 d) Adja meg, hogy α mely értékeire tekinthető alakhűnek a jelátvitel a következő feltételekkel! Az áteresztő sávban az amplitúdó karakterisztika nagyobb maximumának $\sqrt{2}$ -ed részénél, a jel amplitúdó spektrum maximumának 10 %-ánál kisebb értékei elhanyagolhatók. (A fáziskarakterisztikára vonatkozó feltételt tekintse közelítően teljesítettnek!) (8 pont)

- a) $\alpha > 0$, A és B tetszőleges. 2 pont
 (Ha $A = 0$ is szerepel, csak 1 pont.)

b) $H(j\omega) = \frac{5}{j\omega + \alpha} - \frac{5}{j\omega + 2\alpha}$ 2 pont

$H(j\omega) = \frac{5\alpha}{(j\omega)^2 + 3j\omega\alpha + 2\alpha^2}$ 3 pont, összesen 5 pont

c) $U(j\omega) = \int_{-\infty}^0 4 e^{2t} e^{-j\omega t} dt + \int_0^{\infty} 4 e^{-2t} e^{-j\omega t} dt$ 2 pont

$U(j\omega) = \left[4 \frac{e^{(2-j\omega)t}}{2-j\omega} \right]_{-\infty}^0 + \left[4 \frac{e^{(-2-j\omega)t}}{-2-j\omega} \right]_0^{\infty} = \frac{4}{2-j\omega} + \frac{4}{2+j\omega} = \frac{16}{\omega^2 + 4}$ 2 pont

$Y(j\omega) = \frac{80\alpha}{(\omega^2 + 4)(j\omega)^2 + j3\alpha\omega + 2\alpha^2}$

Bármely alakú, egyébként helyes $U(j\omega) H(j\omega)$ szorzat felírásáért 1 pont, összesen 5 pont

d) $\omega_1 = 0, \frac{5\alpha}{\sqrt{(2\alpha^2 - \omega_2^2)^2 + 9\alpha^2\omega_2^2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}\alpha}$ 2 pont

$4\alpha^4 - 4\alpha^2\omega_2^2 + \omega_2^4 + 9\alpha^2\omega_2^2 = 8\alpha^4$
 $\omega_2^4 + 5\alpha^2\omega_2^2 - 4\alpha^4 = 0 \quad \omega_2^2 = 0,7016\alpha^2, \quad \omega_2 = 0,8376\alpha$
 $\Delta\omega_{rendszer} = \omega_2 - \omega_1 = 0,8376\alpha$ 1 pont.

$\omega_a = 0, \frac{16}{\omega_b^2 + 4} = 0,4$ 2 pont $\omega_b^2 = 36, \quad \Delta\omega_{jel} = \omega_b - \omega_a = 6$ 1 pont

$0,8376\alpha > 6 \quad \alpha > 7,1634$ 2 pont, összesen a d) pontra 8 pont

1. Adja meg az $x[k] = (1 - \varepsilon[k]) 2^k$ DI jel Fourier transzformáltját, ha létezik, illetve indokolja „nem létezik” válaszát!

$$X(e^{j\vartheta}) = \sum_{k=-\infty}^{-1} 2^k e^{-j\vartheta k} = \sum_{n=1}^{\infty} (0,5 e^{j\vartheta})^n = \frac{0,5 e^{j\vartheta}}{1 - 0,5 e^{j\vartheta}} \quad 2 \text{ pont}$$

2. Adja meg azt a DI jelet, amelynek Fourier transzformáltja $X(e^{j\vartheta}) = \cos \vartheta$!

$$\cos \vartheta = \frac{1}{2} e^{j\vartheta} + \frac{1}{2} e^{-j\vartheta} \quad x[k] = \frac{1}{2} (\delta[k+1] + \delta[k-1]) \quad 2 \text{ pont}$$

3. Adja meg az átviteli karakterisztikáját annak a DI rendszernek, amelynek impulzusválasza: $h[k] = \varepsilon[k-1] (-0,5)^{k-1}$!

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{e^{-j\vartheta}}{1 + 0,5 e^{-j\vartheta}} \quad 2 \text{ pont}$$

4. Az $x[k]$ DI jel Fourier transzformáltja $X(e^{j\vartheta})$. Adja meg az $y[k] = e^{j\vartheta_0} x[k]$ jel Fourier transzformáltját!

$$Y(e^{j\vartheta}) = X(e^{j(\vartheta - \vartheta_0)}) \quad 2 \text{ pont}$$

5. A $H(e^{j\vartheta}) = \frac{1}{1 - 0,5 e^{-j\vartheta}}$ átviteli karakterisztikájú DI rendszer válaszjelének Fourier transzformáltja 1. Adja meg a bemeneti jelet!

$$u[k] = \delta[k] - 0,5 \delta[k-1] \quad 2 \text{ pont}$$