

Egyenszint:  $A_x = \lim_{\substack{t_1 \rightarrow -\infty \\ t_2 \rightarrow +\infty}} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt$

Átlagteljesítmény:  $P_x = \lim_{\substack{t_1 \rightarrow -\infty \\ t_2 \rightarrow +\infty}} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt$  (effektív érték:  $\sqrt{P_x}$ )

Csúcstényező:  $\frac{K}{\sqrt{P_x}}$  (ha  $A_x=0$ )

Fourier transzf.:  $F\{x(t)\} = X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$  Inverz~:  $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$

Várható érték:  $m_{\xi}(t) = M_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{\xi}(x, t) dx$

Autokorrelációs függvény:  $L_{\xi}(t_1, t_2) = M(\xi_{t_1} \cdot \xi_{t_2})$

Stacionárius folyamat:  $m_{\xi}(t) = m_{\xi}$  és  $L_{\xi}(t_1, t_2) = R(t_2 - t_1)$

Spektrális sűrűségfüggvény:  $s_{\xi}(f) = F\{R_{\xi}(\tau)\}$  És végül:  $s_{\eta}(f) = |H(f)|^2 \cdot s_{\xi}(f)$

Marosi Gyula; IB 222; tel: 463-1864; Email: gyula@i.com  
 ált.: 7-re jár.

Jegy: 2 db ZH átlaga + V átlaga  $\Rightarrow$  F. } ZH: 4,5  $\Rightarrow$  megajánlás lehetséges.  
 http://tel.ttt.ome.hu/dierTech } Hal István, lestatok.

ZH: március 24: 10-12 h; ChMax (600 fm)

ZH2: április 21: 10-12 h; K: 1.21

PZH május 12: 16-20 h; IB 027

Effektív érték:  $\sqrt{P_x}$

Erőstényező:  $\frac{k}{\sqrt{P_x}}$  (ha  $A_x = \phi$ : Gyorsított)

Utókérdés: a várható értékek sorozata.

Sztech. foly: sok akárcsak a mérés  $\Rightarrow$   $\approx$  12V körül (Copt).

$\rightarrow$  Váratlan érték: sokból egyet...  
 $\rightarrow$   $(t_1, t_2) \rightarrow$  csak az időpontok tartománya érdekes, s nem az, hogy mennyi  $(t_1, t_2)$

U jel teljesítményéről először: spektrál. B. jf.  $\Rightarrow S_f(f) = F\{R_f(\tau)\}$

$$S_n(f) = |H(f)|^2 \cdot S_f(f)$$

1. pld. //  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} =$  erőstény.

• Felj.:  $(A \cdot \sin(\omega t + \varphi)) = \frac{A^2}{2}$  }  $\frac{A}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} =$  erőstény.  
 jel } átl. P.

• Négyzetjelre: fels. hat: A }  $= \frac{A}{\sqrt{A^2}} = 1$   
 Felj. P.:  $A^2$

• Pld 2. //  $\frac{2A}{\sqrt{2 \cdot \frac{A^2}{2}}} = 2$

• Pld 3. //  $\Rightarrow \frac{3A}{\sqrt{\frac{3A^2}{2}}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow x_1$ ;  $x_2 = \frac{\cancel{3A}}{\sqrt{\frac{3A^2}{2}}} \approx \sqrt{5}$

Tipp alk:  $f_0 = 100 \text{ Hz}$ ; 38 jélet  $\Rightarrow (100 - 3800) \text{ Hz}$  -ig tart  $\Rightarrow$

Távkörzés: opt. minősítés. (egy időben).

MTS

csináltság

$\sqrt{2}, 2, \sqrt{6}$

$\uparrow$   
(1, 2, 3, ...) sin jel

$\hookrightarrow$  meg lehet csinálni, ha 3 alatti legyen a érté.

• Pld // 4. // • 3 hasznos Fa antihánel fpr-ek: - Törés vint...

-  $\hookrightarrow$  lehet csúszni a hasznos...  
-  $\hookrightarrow$

• Pl.: terjedési  $T \Rightarrow$  becslés.

$\hookrightarrow$  stat. modell  $\Rightarrow$  stat. jellelmék.

-  $\left\{ \frac{V^2}{\text{Hz}} \Rightarrow W \right\}$  símsímlen területe } Várható érték: időtől függő !!!  
Módszer  $\rightarrow$  pl.:  $P_e / \text{este} / \dots$

$\int f_{t_1} \Rightarrow \int_{t_1} \Rightarrow \text{ért}$   $t_1 = \text{mest.}$

$\int_{t_2} \Rightarrow (?)$  1. jobbi becslés  $\Rightarrow \mu = a \cdot \int_{t_2}$

Tévedés =  $\int_{t_2} - \mu = - \text{Hiba} = x$ ;  $x^2$ : vártatás lista.

**De** az érték veegy. hibának, hanem a várható értéket.

$E = M(\sum \epsilon_2 - \mu)^2 \rightarrow$  az értéket MINIMÁLI ZÁCMI!

$E = M(\sum \epsilon_2 - a \cdot \sum \epsilon_1)^2 \rightarrow$  a bb. regresszió lehetne.

$E = M(\sum \epsilon_2)^2 - M(\underbrace{2a}_{\text{kiemelés!}} \sum \epsilon_1 \sum \epsilon_2) + a^2 \cdot M(\sum \epsilon_1)^2 \rightarrow$  MIN. hely  $\Rightarrow$

$E'(\text{deriv. a.}) \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial a} = 0 \Rightarrow 0 = 2 \cdot a \cdot M(\sum \epsilon_1)^2 - 2 \cdot M(\sum \epsilon_1 \sum \epsilon_2) \Rightarrow a$

• Predikció (becslés, előrejelzés)  $\Rightarrow a = \frac{M(\sum \epsilon_1 \sum \epsilon_2)}{M(\sum \epsilon_1)^2} = \frac{L_f(t_1, t_2)}{L_f(t_1, t_1)}$  \*

Ez egy jó becslés lesz!

De az pont a  $\sum$  autokorrel. függvénye  $t_1, t_2 - \tau$

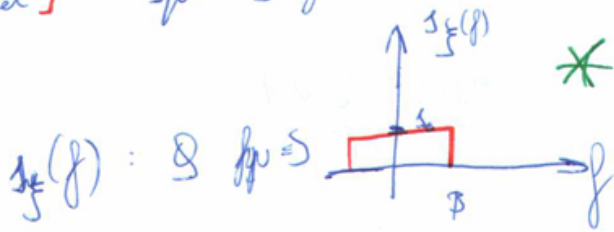
+ autokorrel. függ.  $\Rightarrow$  + predikció + becslés } Tehát csak a predikált értéktől való eltérést fogjuk pl.: értékelni.  $\Rightarrow$  MAX:  $\phi \Rightarrow \odot$   
 $\rightarrow$  NAGYON hatékony!

Ha a jel stacionárius  $\Rightarrow$  az autokorrel. függ. időfüggetlen  $(t_1, t_2, \dots)$   
 $\hookrightarrow$  átl. értéke időtől független.  $\hookrightarrow$  csak az eltérés  $(t_1, t_2)$  a lényeg  
 $\hookrightarrow \tau = t_2 - t_1$   
 $R(\tau)$   
 $\tau \Rightarrow$  1.24.

\*:  $a = \frac{R_f(\tau)}{R_f(0)}$   
(gyorsan)  $\phi$

$\mathcal{F}\{\text{autokorrel}\} = \text{spektr. B. f.}$

• Pld: G. //



$\Rightarrow$  Páros jelvény  $\Rightarrow$  **síktal. jelvény**

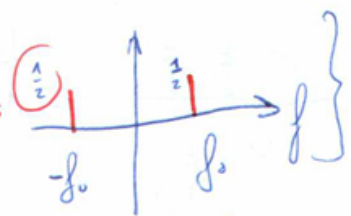
Jelvény: Nagy sávolság az a jel!

• Gyök: Valós jelvény F.-al.

$\hookrightarrow \forall$  páros f.p.v. tartozik hozzá!

} (?)  $\Rightarrow$

cos  
jel  
teljesítménye  
is itt 7



Sin. jel spektrális képe (f<sub>0</sub>) ...

Ha az  
Nem  
szimmetrikus (kétold.)

$\Rightarrow$  ellentétes előjelű komponensek vannak.

$$\begin{cases} \text{Sin}(x) \sim \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \\ \text{Cos}(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2} \cdot e^{j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2} \cdot e^{j2\pi(-f_0)t}$$

(\* teljesítmény:  $2 \cdot \text{so} \cdot B$ )

• Autokorrel f.p.v.  $\Rightarrow R_f(\tau) = \int_{-B}^B e^{j2\pi f \tau} df = 1 \cdot \left[ \frac{e^{j2\pi f \tau}}{2\pi \tau} \right]_{-B}^B =$

$$= 1 \cdot \frac{e^{j2\pi B \tau} - e^{-j2\pi B \tau}}{j2\pi \tau} = 2 \cdot \text{so} \cdot B \cdot \frac{\text{Sin}(2\pi B \tau)}{2 \cdot \pi B \tau} \Rightarrow \frac{\text{Sin}(x)}{x} \Rightarrow$$

... SIN ...

• Autokorrel f.p.v. ( $\phi$ ) helyen felvett értéke = jel teljesítménye.

Híradástechnika - gyakorlat  
 http://el.m.bme.hu/1trTech/  
 Marosi Gyula  
 I.B.222., tel.: 1864  
 gyula@i.am

0. gyakorlat - Jelek leírása

- Határozzuk meg az A amplitúdójú,  $f_0$  frekvenciájú szinuszjel, illetve szimmetrikus négyszögjel csúcstényezőjét! **1.**
- Határozzuk meg két, egyenként A amplitúdójú,  $f_1$ , illetve  $f_2$  frekvenciájú szinuszos jel összegének a csúcstényezőjét! **2.**

1. gyakorlat - Jelek leírása

- Határozzuk meg egy exponenciálisan lecsengő  $R_\xi(t)$  autokorrelációs függvényű  $\xi$  folyamat spektrális sűrűségfüggvényét!

$$R_\xi(t) = R_0 \cdot e^{-\frac{|t|}{T}}$$

*↳ kinétek*

Visszhang hatása stacionárius jelle

- Az  $\eta$  folyamat a zérus várhatóértékű  $\xi$  stacionárius folyamat  $\eta_t = \xi_t - \xi_{t-T}$  lineáris transzformáltja. Határozzuk meg az  $\eta$  folyamat autokorrelációs függvényét! Határozzuk meg a  $\xi$  és az  $\eta$  folyamatok spektrális sűrűségfüggvényeinek hányadosát!

0. gyakorlat - Jelek leírása

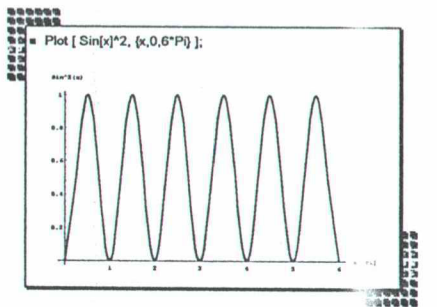
- Határozzuk meg az alábbi két jelnek a csúcstényezőjét! **3.**

$$x_1(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 t) + A \cdot \cos(2\pi \cdot 2f_0 t) + A \cdot \cos(2\pi \cdot 3f_0 t)$$

$$x_2(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 t) + A \cdot \sin(2\pi \cdot 2f_0 t) + A \cdot \cos(2\pi \cdot 3f_0 t)$$

1. gyakorlat - Jelek leírása

- Példa az autokorrelációs függvény hasznáról (előrejelzési feladat) **4.**
- Az autokorrelációs függvény és a spektrális sűrűségfüggvény kapcsolata **5.**

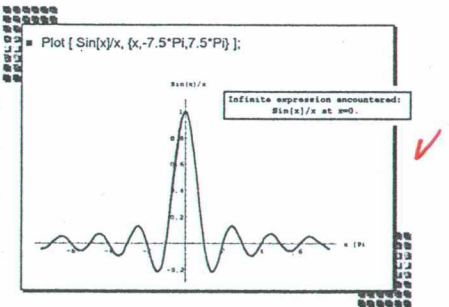


A háromfázisú szinuszos jel

- Stacionárius-e a  $\xi_t = A \cdot \cos(2\pi \cdot f t + \phi)$  folyamat? (Itt A és f konstansok,  $\phi$  pedig egy diszkrét val. változó, amely három lehetséges értékét (0,  $2\pi/3$ ,  $4\pi/3$ ) azonos valószínűséggel vesz fel.)
  - ... szűkebb értelemben (erősen)
    - $F_\xi(x, t) = P\{\xi_t < x\} = ?$
  - ... tágabb értelemben (gyengén)
    - $M\{\xi_t\} = ?$
    - $L_\xi(f_1, f_2) = ?$

1. gyakorlat - Jelek leírása

- Határozzuk meg egy  $s_\xi(t)$  spektrális sűrűségfüggvényű  $\xi$  folyamat (sávhatárolt fehér zaj) autokorrelációs függvényét! **6.**

$$s_\xi(f) = \begin{cases} s_0, & \text{if } |f| \leq B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$


! Nem stac. folyamatok NI NCSen spektr. & szusz.

7.// Fourier  $\Rightarrow \int_{-T_0}^T R_0 \cdot e^{-\frac{|t|}{T}} \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} R_\xi(f) = \frac{2TR_0}{1+(2\pi f T)^2}$

$R_\xi(t)$

Nehezen leírható!

$\Rightarrow$  pr.: felírni le  $\Rightarrow$  ki...

ábrák:

$H(f) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j2\pi f RC}$

$S_B(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2$

---

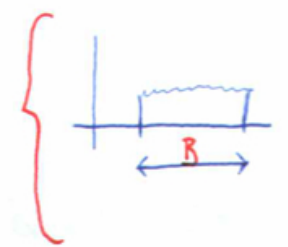
$|H(f)|^2 = \frac{1}{1+(2\pi f T)^2}$

pr.:  $S_x(f) = 2TR_0 \Rightarrow$   
 $S_B(f) = R_0 \cdot e^{-\frac{|t|}{T}}$

- 1. // Gauss;  $m_{\xi} = 0$ ;  $\sigma^2 = 1$
- a/  $f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
- b/ átlagteljesítménye  $M(\xi^2) = 1$ ;  $\sigma_{\xi}^2 = M(\xi^2) = M^2(\xi)$
- c/  $R_{\xi}(0) = 1$
- d/  $\eta_t = \xi^2$ ;  $m_{\eta} = 1$  (Előző gyakorló...)

Zajok leírása: • Ekvivalens zajhőmérséklet

$$T_{\text{ekv}} = \frac{P_{\text{zaj}}}{k \cdot B}; \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{K}}$$



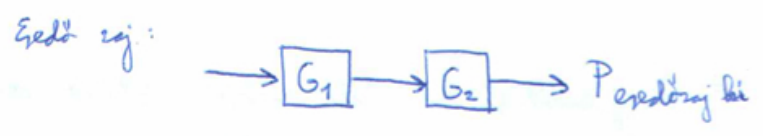
•  $P_{\text{zajátzaj ki}}$  (bevezetve red. zajhőmérsékletet)

$$T_{\text{szed}} = \frac{P_{\text{zajátzaj ki}}}{k \cdot B \cdot G}$$

•  $P_{\text{zaj be}}$   $P_{\text{zaj ki}}$ ;  $T_{\text{red, eredő}} = \frac{P_{\text{zaj ki}}}{k \cdot B \cdot G} =$

$$= \frac{P_{\text{zaj be}} + P_{\text{zajátzaj ki}}}{k \cdot B \cdot G} = T_{\text{be}} + T_{\text{szed}}$$

• Zajtényező:  $F = \frac{P_{\text{eredő zaj ki}}}{k B T_0 G} = 1 + \frac{T_{\text{szed}}}{T_0}$

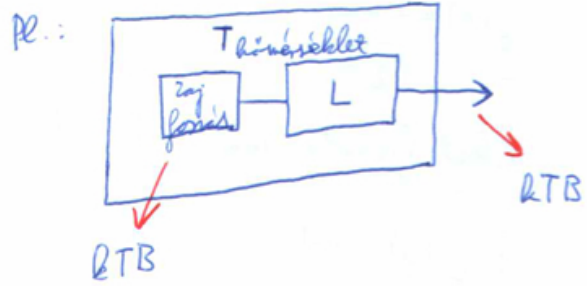


$$\left\{ -k B T_{\text{szed}_2} \cdot G_2 + P_{\text{eredő zaj ki}} = k \cdot B \cdot T_0 \cdot G_1 \cdot G_2 + k B T_{\text{szed}_1} \cdot G_1 \cdot G_2 \right\}$$

$$T_{red, ered} = T_0 + T_{szed1} + \frac{T_{szed2}}{G_1} \Rightarrow F_{er} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}$$

Bemenő zaj      ERŐSÍTŐ lánc

• Gyilkosítás  $\Rightarrow$   $L$  ;  $L = \frac{1}{G} \Rightarrow$



$$\left\{ F = L, \text{ ha } T = T_0 \right\}$$

$$L = \frac{1}{G} ; kTB \cdot \frac{1}{L} + P_{szell, zajtörési} = kTB$$

$$* P_{szell, zajtörési} = kTB(L-1)$$

$$F = 1 + (L-1) \frac{T}{T_0}$$

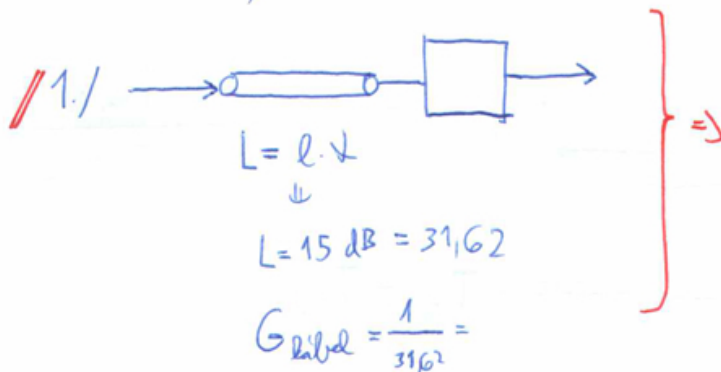
• Pld: Kábel erősítő

$$l = 15 \text{ m}$$

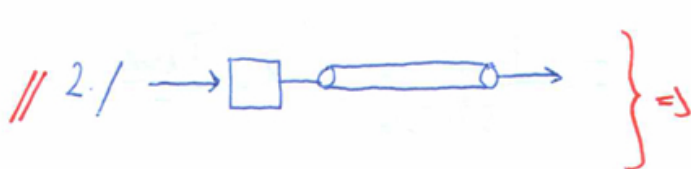
$$\alpha = 1 \text{ dB/m}$$

$$T = 290 \text{ K} = T_0 \Rightarrow T = T_0 \Rightarrow F_{kabel} = L = 31,62$$

$$F = 3 \text{ dB} ; G = 20 \text{ dB} \Rightarrow F = 2$$



$$F_{er}^{(1)} = 31,62 + \frac{2-1}{\frac{1}{31,62}} = 18 \text{ dB}$$



$$F_{er}^{(2)} = 2 + \frac{31,62-1}{100} = 2,3062 = 3,6 \text{ dB}$$

$\Sigma \Rightarrow$  Nagy erősítésű, kis zajtörésű eszközök használata előnyös (előre) !



- Pld // Antenna + Vevő
- // Antenna + Kábel + Vevő →

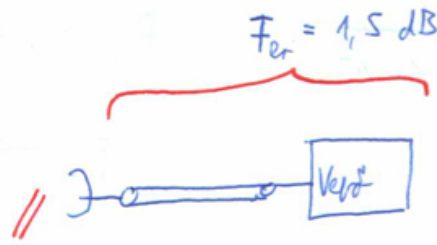


$$T_A = 20K, F = 0,5 \text{ dB}$$

$$F = 1 + \frac{T_{red}}{T_0}$$

$$T_{red} = T_0 \cdot (F - 1) = 290 \cdot (1,22 - 1) = 35,4K$$

$$T_{eredet} = T_A + T_{red} = 55,4K$$



$$L = 1 \text{ dB} \quad T = 290 \text{ K}$$

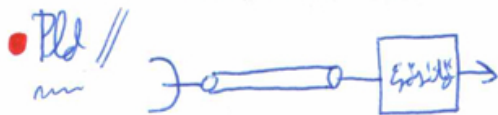
$$T_{red \text{ kábel}} = T_0 \cdot (F_{er} - 1) = 290 \cdot (1,41 - 1) = 119,8K$$

$$T_{eredet} = T_A + T_{red \text{ kábel}} = 139,8K$$

$$10 \lg \left( \frac{139,8K}{55,4K} \right) = 4 \text{ dB}$$

marad

A jeltejesítés is romlik ⇒  
 a jel-szr viszony romlik még  
 ennel (4dB) is nagyobb lehet.



$$T_A = 40K \quad L = 1 \text{ dB} \quad (F = ?)$$

$$T = 290K$$

$$P_{jel} = 1 \mu W \quad ; \quad \text{jel-szr viszony} = SNR \cong 39 \text{ dB} \Rightarrow \left( \frac{39}{10} \right) = 7943$$

$$B = 20 \text{ MHz} \quad ; \quad B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{W \cdot s}{K}$$

{ Szr: Antenna zajlaja + kábel csillap + "erősít" zajlaja }

$$F_{er} = L^{dB} + F^{dB}$$

+ a kábelre:  $P_{szr} = \frac{1}{7943} \mu W \approx 0,125 \text{ pW}$

$$T_{eredet} = \frac{P_{szr}}{k \cdot B} = 452 \text{ K}$$

{ Először elvitt 40 K-t az antenna... ⇒  
 MARAD:  $452K = T_0(F_{er} - 1)$ ;  $F_{er} \leq 2,42$  ! = 3,84 dB  
 - kábel ⇒  $F \leq 2,84 \text{ dB}$

• Pld //  $f_k =$

$$R_{f_k}(u) = \frac{1}{1+u^2}$$

$\Downarrow$   
 $R_{1,2,3,4, \dots}$

• Egyetlen minta alapján működő prediktor

$$R_0 \cdot a_1 = R_1; \quad a_1 = \frac{R_1}{R_0} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ f_k \xrightarrow{?} f_{k+1}; \quad f_{k \cdot a_1} = f_{k+1} \right\} \begin{matrix} \text{FOLYTONOS} \\ \text{ESETRE} \end{matrix}$$

$$\text{Eml.} \therefore f_t \Rightarrow f_{t+1}; \quad f_{t+1} = f_t \cdot \frac{R(t)}{R(0)}$$

$$M \left( f_{k+1} - \frac{1}{2} f_{k+1} \right)^2 \rightarrow M \left( f_{k+1}^2 - 2 \cdot a_1 f_{k+1} f_k + a_1^2 \cdot f_k^2 \right) =$$

$$= \underbrace{R_0}_{1} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \underbrace{R_1}_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} \cdot R_0 = \frac{3}{4}; \quad R_2 = \frac{1}{5}; \quad R_3 = \frac{1}{10}$$

• Kétlépéses prediktor:  $f_{k+2} = a_1 f_k + a_2 f_{k+1}$

$$M \left( f_{k+2} - (f_k \cdot a_1 + f_{k+1} \cdot a_2) \right)^2 = \left\{ \text{Bek. lib}^2 \text{ lehetséges értéke} \right\}$$

$$!!! \quad M \left( f_{k+2}^2 - 2 \cdot f_{k+2} (f_k \cdot a_1 + f_{k+1} \cdot a_2) + (f_k \cdot a_1 + f_{k+1} \cdot a_2)^2 \right) =$$

$$* = R_0 - 2a_1 R_2 - 2a_2 R_1 + a_1^2 \cdot R_0 + 2 \cdot a_1 a_2 R_1 + a_2^2 \cdot R_0 \Rightarrow \text{MINIM...}$$

LEVEZETÉS

$\Rightarrow$  Deriv  $\Rightarrow$

$$-2 \cdot R_2 + 2a_1 R_0 + 2a_2 R_1 = 0$$

$$-2 \cdot R_1 + 2a_1 R_1 + 2a_2 R_0 = 0$$

$$\left. \begin{matrix} // a_1 \\ // a_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} R_2 = a_1 R_0 + a_2 R_1 \\ R_1 = a_1 R_1 + a_2 R_0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{5} = a_1 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} a_1 + a_2 \\ \vdots \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} a_1 = a_2 \end{matrix} \right\} \dots \left. \begin{matrix} a_1 = -\frac{1}{15} \\ a_2 = \frac{8}{15} \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

\*: visszahelyettesíteni:

MIN HIBA: 97466

ALIG  $\downarrow$   $\approx$  1 lépéses

HIBA TÖL  $\Rightarrow$   $\left( \sim \frac{1}{3} \% \right)$

## A zajok műszaki leírása

- Ekvivalens zajhőmérséklet:  $T_{ekv} = \frac{P_{zaj}}{kB}$
- Bemenetre redukált saját zaj hőmérséklete:  $T_{sred} = \frac{P_{sajátzajki}}{kB \cdot G}$
- Négypólus bemenetére redukált eredő zajhőmérséklet:  

$$T_{redere} = \frac{P_{eredőzajki}}{kB \cdot G} = \frac{P_{beeső} + P_{sajátzajki}}{kB \cdot G} = T_{beeső} + T_{sred}$$
- Négypólus zajtényezője: ( $T_0=290K$ )  $F = \frac{P_{eredőzajki}}{kBT_0 \cdot G} = 1 + \frac{T_{sred}}{T_0}$
- Láncbakapcsolt négypólusok eredő zajtényezője és (eredő redukált) zajhőmérséklete:  

$$P_{eredőzajki} = kB \cdot T_0 \cdot G_1 G_2 + kB \cdot T_{sred1} \cdot G_1 G_2 + kB \cdot T_{sred2} \cdot G_2$$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad T_{redere} = T_0 + T_{sred1} + T_{sred2} \frac{1}{G_1}$$
- Csillapító zajtényezője:  $F = 1 + (L-1) \frac{T}{T_0}$

## Eredő zajhőmérséklet

- Mekkora romlást okoz az eredő zajhőmérsékletben az antennát és a vevőt összekötő 1 dB csillapítású, 290 K hőmérsékletű kábel, ha az antenna saját zajhőmérséklete 20 K?  
A vevő zajtényezője 0.5 dB.

$$F = 1 + \frac{T_{sred}}{T_0}$$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}$$

- Mekkora a romlás dB-ben kifejezve?

## Előerősítő + levezető kábel

- Határozzuk meg a levezető kábelből és előerősítőből álló rendszer zajtényezőjét, mindkét sorrendű összekapcsolás esetén!  
A kábel hossza 15 m, csillapítástényezője 1 dB/m, hőmérséklete 290 K, az erősítő zajtényezője 3 dB, erősítése 20 dB.

$$G_{cable} = \frac{1}{L}$$

$$F_{cable} = 1 + (L-1) \frac{T}{T_0}$$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}$$

## Jel-zaj viszony

- Egy 40 K zajhőmérsékletű antenna 1 nW teljesítményű jelet vesz 20 MHz sávzélességben, és egy 1 dB csillapítású, szobahőmérsékletű kábelrel csatlakozik az erősítő bemenetéhez.
  - Legfeljebb mekkora lehet az erősítő zajtényezője, ha a kimenetén elvárt jel-zaj viszony 39 dB?
  - Mekkora az erősítő bemenetén a jel-zaj viszony?

Április 21. 10:15-től. IE007.

Átvitel; Jónás & csat. kódolás; hibátűrő kód; antenna.

Pl.: 5 szimb.  $\Rightarrow$  hány Bit?

acsvos  $\Rightarrow$  3

nem egyenletes eloszlás:  $\Rightarrow$  Pl.: gyakori szimb.  $\Rightarrow$  1 Bit.

}  $\Rightarrow$  attól függ...

• Prefix mentes kódolás (nem egy karakter megkötés)  $\Rightarrow$

Bitfolyam eloszlása  $\Rightarrow$  együtt meghiúsít a kódot (és végét).

Nem előtagja egyik sem a másiknak.

• Entropia: Üresség, szimb. inf. tartalma.

Mivel kisebb a valósz.  $\Rightarrow$  annál nagyobb az inf. tartalma  
(Pl.: „Hohó”, aki ki fog esni a alabon...”)

De szeretnénk őket összehasonlíthatóvá tenni.

$P_1$  és  $P_2 \Rightarrow$  függetlenséggel  $\Rightarrow P_1 \cdot P_2 \Rightarrow \oplus \rightarrow \odot$

És fordított arányos  $\Rightarrow \log \frac{1}{P_i}$ ; alap: 1-nél nagyobb kell.

$\log_2 \Rightarrow$  „Bin. inf. unit”  $\Rightarrow$  BIT

Uti: Pl.: N db szimb. jön

„i.” szimb. előford. valósz.  $P_i =$

Pl.: 

A	15%
B	50%
C	30%
D	1%
E	4%
P	

 Pl. jön 100.000 szimb.  $\Rightarrow \sum_i N \cdot P_i \cdot \log_2 \left( \frac{1}{P_i} \right) \Rightarrow$  Teljes uti inf. tartalma.

Egy db-re:  $\sum_i \frac{N \cdot P_i \cdot \log_2 \left( \frac{1}{P_i} \right)}{N} =$  Jónás átr.

Egy szimb.-re jutó inf. tartalma.

És ha tudjuk a selességet }  $\Rightarrow$  Jónás.  
a Jónásból

- 1. //  $\rightarrow$  lehet egy. bitet mondani, melyben az átl. bitszám  $<$  Entropia. {Tehát, de nem lesz egybit megfogja}
  - 2. //  $\forall$  kód. egy. bitet mondani, melyben az átl. bitszám  $<$   $H+1$ . {MAX, HAZURA'CAS, SHANNON}
- Átl. bitszám  $\Rightarrow$  1 szimbole  $\Rightarrow$  2 bit jutott...

Szimbol. csoport. kód  $\Rightarrow$  Szimbol. Párosítás, Triplettes, Quadruplettes kódolások.

$$\frac{H+1}{N} \text{ alá sorítható } \Rightarrow 1 \text{ szimbol. csoport fordul elő} \dots \Rightarrow$$

- Pld 1. // Lehet-e? ... Kraft  $\Rightarrow \sum_i 2^{-l_i} \leq 1$  és igen  $\Rightarrow$  😊

$$2^{-5} + 2^{-5} + 2^{-4} + 2^{-4} + \dots = 1$$

Kraft egyenlőség  $\Rightarrow$  Lehet. De nem mondja meg, milyen BIT-eket kell kiosztani.

$$\text{Mekkora?} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \left( p_i \cdot \log \frac{1}{p_i} \right) = H = \sum_i p_i \cdot l_i$$

$p_i \cdot l_i$   
 $\downarrow$   
 i. Adatok

$$\Leftrightarrow \forall i \text{-re } \left\{ \log \frac{1}{p_i} = l_i \right\}$$

$$\{ 25\%, 12,5\%, 6,25\%, \dots \} \leftarrow$$

$$\Downarrow$$

$$P_i = 2^{-l_i}$$

$$H = 49/16 = \underline{\underline{3.0625}}$$

Red 2. // BIN Shannon =>

	A	B	C	D	E	F	
$P_i$ :	0,4	0,25	0,12	0,1	0,08	0,05	Bit kell.
$l_i$ :	2	2	4	4	4	5	{ szed... }
$F_i$ :	0	0,4	0,65	0,77	0,87	0,95	

[Ad  $\frac{1}{P_i}$ ]  
feladat

$\forall \oplus$  az első nimb. válaszgat...

• szám táblázat az egy bites BINARY táblázat

$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$
8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Kódok:  $\emptyset\emptyset$  01 1010 1100 1101 11110 { Shannon kód }

$0,4 \Rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$   
egy 3-e  
vaste...

csak addig megvárni, ameddig elég.

$0,65 \cdot 16 = 10,4$

$0,77 \cdot 16 = 12,32$

$\textcircled{13,92}$

30,4

$2,75$  Bit/simb. = átl. kódhossz.

Egyetlen kódhossz: 3

60 ; 55 bit/s  
egy. sk

$2,75 \cdot 20.000 \Rightarrow 55$  kbit/s

Jutnak-e ez alá menki?

$H = 2,2356$  Bit/nimblóm.

Sk  $\rightarrow 2,75$  Bit/simb.

Egyetlen  $\rightarrow 3$  Bit/simb.

Huffman  $\rightarrow$

Huffman: Metalelem; 2 legkisebb valószínűségű elemek  $\Rightarrow$  EF { csoport alkotása } HUF!

A	B	C	D	EF	} $\rightarrow$ CD
0,4	0,25	0,12	0,1	0,13	

A	B	CD <sup>110</sup>	EF <sup>111</sup>	} $\rightarrow$ CDEF
0,4	0,25	0,22	0,13	

A <sup>0</sup>	B <sup>10</sup>	CDEF <sup>11</sup>	} $\rightarrow$ BCDEF	A <sup>0</sup>	BCDEF <sup>1</sup>	} $\rightarrow$
0,4	0,25	0,35		0,4	0,6	

A	B	C	D	E	F
0	10	1100	1101	1110	1111

$\Rightarrow 2,3$  Bit/symbolum  $\Rightarrow 4$  KBit/sec.

"Bibi" sz; Huf.  $\Rightarrow$  előre kell ismerni a valósz.  $\Rightarrow$  2x el kell menni.

Prefixmentes a kód  $\Rightarrow$

visza  $\Rightarrow 1,1,0,1,...$  Egyértelmű lefordítás.

• Hilrajánítás lin. kódal // redundáns  $\rightarrow$  ismételt inf // plusz felesleg??

H: pozitív mátrix

$S = \emptyset \Rightarrow$  n<sub>0</sub> hila // nem detektálható.

Síkt - la kód?  $\rightarrow$  Egység mátrix J-e benne?  $\rightarrow N \Rightarrow$  Nem síkt.

Hány bites az üni vektor? 4 } {16 db vektor  $\rightarrow$  16 bites}  
-11- a kódoké? 8 }  $\rightarrow C_{4,8} // C_{8,4}$

De csak tehető  $\Rightarrow$

Hány jelt lehet  $\Rightarrow 2^8 = 256$

De ebből csak 16 a j<sub>0</sub> elem.

}  $\Rightarrow$

4. sor - 3. sor  $\Rightarrow$

$$G := \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \Rightarrow \text{Síkt.}$$

Hány Hib. jelt / javításra áll?  $\rightarrow$  Kódok für körte HAMMING tal?  
( $t_{min}=3$ ) LEGKISEBBET megf<sub>0</sub>!

eg. kódolás  $\rightarrow \left[ \begin{array}{c} \frac{t-1}{2} \\ \text{int}(t-1) \end{array} \right] \Rightarrow$  javítás  
jelt

Kódok mely: Betűk léte 4 eset lehet.  
MIN  $\Rightarrow \emptyset$ .  
MIN után hív  $\Rightarrow$  a HAMM. távol  
 $\rightarrow$  ha elhagyjuk a  $\emptyset$ -t.

u = (0110)

C = (0110 1010)

u  
 $\Pi$   
egység mátrix

• Posit. dl. MATRIX.

$$H = \left( \begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

TRANSPON!!! Síkt  $\Rightarrow$  erős.



• Bilajar:  $\underline{u} = (\textcircled{1}101010)$  HIBA! ~~(Hilang)~~

$S = (0011) \rightarrow$  Salah, k. kita tes!  $S \neq 0$

$S = H \cdot \underline{e}_{not}$  ;  $\underline{e} = (10000000) \Rightarrow 1$   
letak ; R:  $\underline{e}_2 = (00000011) \Rightarrow 1$

$\hookrightarrow$  **gta BAI VAN!!!**

Mintavételezett és kvantált jelek (szimbólumok) vesztésmentes forráskódolása

- Egyértelmű megfejthetőség
- Állandó vs. változó szóhossz
- Folyamatos olvashatóság
- Entrópia:  $H = \sum_{i=1}^N \left( p_i \cdot \log_2 \frac{1}{p_i} \right)$
- $H \leq L < 1+H$
- Átlagos kódszóhossz
- Szimbólumcsoportok kódolása

*Egyért. de kódolható. Ne kód 1. sz. 2. sz. -al.*

Forráskódolás: Lehet-e ...?

- Lehet-e olyan egyértelműen megfejthető bináris kódot szerkeszteni, amelyben a kódszavak hossza rendre 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 bit?
- Mekkora lehet egy forrás entrópiája, ha tudjuk, hogy éppen megegyezik a fenti kérdésben szereplő kód átlagos szóhosszúságával?

Forráskódolás: Kódoljunk!

- Egy diszkrét, memóriamentes információ forrás az A, B, C, D, E, F szimbólumkészletéből 20000 szimbólumot bocsát ki másodpercenként. Az A, B, C, D és E szimbólumok előfordulási valószínűsége *rendre* 40%, 25%, 12%, 10% és 8%.  $\{F=5x\}$
- Rendeljünk a szimbólumokhoz bináris
  - » a) Shannon kódot!
  - » b) Huffman kódot!
- Számítsuk ki ezen kódokkal, hogy másodpercenként várhatóan hány bit érkezik így a forrásból!
- Mennyire közelítik meg az így konstruált kódok a vesztésmentes kódolással elérhető bitsebesség alsó határát?

Digitális csatona minősítése (jellemzése)

- Zajos csatorna → hibavalószínűség
- Csatornakapacitás
  - » bináris, maximális entrópiájú forrásra
  - » #tökéletesen\_továbbított\_bit / szimbólum
- Példa:
  - bináris eltörlődéses csatorna kapacitása

Hibajavítás lineáris kóddal - emlékeztető

*kód u → c*

$$c = u \cdot G \quad c^T = G^T \cdot u^T$$

*(üveg → szék)*

$$s^T = (H \cdot v^T = H \cdot (c+c)^T) = H \cdot c^T$$

szisztematikus  $C(n,k)$  kódra:

$$G_{k \times n} = (I_k, P_{k \times (n-k)}) \quad H_{(n-k) \times n} = (-P_{(n-k) \times k}^T, I_{n-k})$$

*jószálban c=v*

Hibajavítás lineáris kóddal - példa

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Szisztematikus ez a kód?
  - Ha nem, akkor tegyük azzá!
- Hány hiba jelzésére / javítására alkalmas?
- Képezzük a paritásellenőrző mátrixot!
- Milyen kódszó tartozik az  $u = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$  üzenethez?
- Hogyan történik a hibajavítás, ha az iménti kódszó első bitje meghibásodik?

Példa #2

- Egy lineáris, szisztematikus blokk-kód méreteinek jellemző adatai  $n = 496$  és  $k = 480$ .
  - Határozzuk meg a szindróma vektor elemeinek számát!
  - Határozzuk meg a kódszavak paritáselemeinek számát!
  - Lehetséges-e, hogy ez a kód javít minden egyhibás hibamintát?
  - Lehetséges-e, hogy ez a kód javít minden kéthibás hibamintát is?
  - A vett sorozat mely elemeit (elemét) kell javítani, ha a sorozat szindrómája  $s = \{0100 \ 0000 \ 0000 \ 0000\}$ ?

Példa #3

- Egy lineáris, szisztematikus blokk-kódban a paritáselemek száma 16.
  - Meghatározható-e a kódszavak hosszának ismerete nélkül, milyen méretű a hibajavítási folyamat során előállított szindrómavektor?
  - Milyen kódszó méret választása esetén biztosítható, hogy a kód javítson minden egyhibás hibamintát?
  - Milyen kódszó méretek esetén képzelhető el, hogy a kód minimális távolsága 5?
  - Általánosítsuk az előző kérdésre adott választ!

Május 20. → 1. V

KONZ: IB 210; 8:15 - 10:00 (V V délti nap)

• Mi or a PAM: Pulsus Amplitudó Moduláció

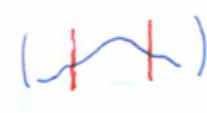
ME // Valahol V Gatorna Anolig! { U és I ritetek }

Jelek, indukciók etc. → Problémák ⇒ +5V és -5V (pl.)

De ez sem jó (□ jel ⇒ ∞ társít kellene).

Ha a csat. távközl. ⇒ leereskedik a jel (id).

(\* szűke V csat. távközl....)

Leereskedés ⇒ Beleszól a tollbibe 

- Hogy lehetne elemi jelekből megállapítani, hogy az előzővel bele hányok értelmez.

⇒ Ennél or a PAM.

→ Elemi jel spektrumát a vételi pontban vesszük meg.

⇒ V, melyen a szűke, jeleket, értéket!

Külön, külön **NEH** érdekes.

A jelform .... PAM (?)

Ezen elemi jelek a vételi old - on az előzővel bele ⇒ 1/2

- BIT/BODE v.

↳ szimb. seb (Baud) (1/sec)

{ Ha olyan az elemi jeleket, hogy T a szimb. köz távolság

$\frac{1}{T}$  - nál nem megy tovább a szimb.

$\frac{1}{2T}$  - nál szimb.

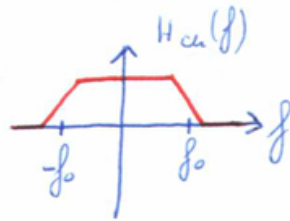
**ATHALLA'S MENTES!** { 142. dd }

- Példa: kódszó és jelek: Felidőben kevésbé miniat.  
Ha az időtől eltekintve  $\rightarrow$  átkülső lehet.

$$\text{Nyquist: } \sum_k H_{ca}(f - \frac{k}{T})$$

+1. // Milyen jelek lehet?  $\Rightarrow$  PAM, jelek lehet  $\Rightarrow$

Viteli pontok:



$$f_0 + i \cdot \frac{1}{T} = -f_0 + k \cdot \frac{1}{T}$$

$$2f_0 T = (k - i)$$

$$T = \frac{1}{2f_0}$$

$$T = 2 \cdot \frac{1}{2f_0}$$

$$T = 3 \cdot \frac{1}{2f_0}$$

De ezt már tudtuk:  $\frac{1}{2T}$  -bel szám.  
T után  $\phi$ .

Ha 2\* // 3\* -os számok  $\Rightarrow$  No ÁTHALL,  
De a bit seb. is csökken.

$$H_A(f) \cdot H_V(f) = H(f) \quad *$$



2,3. //  $\downarrow$

{ JH CHV volt ... }

$$h // \phi\left(-\frac{|dk|}{\sqrt{P_{2ij}}}\right) ; H_A(f) \cdot H_V(f) = H(f)$$

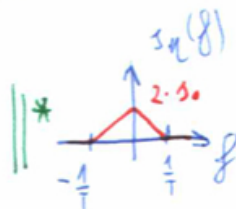
• a// Szimulációk határátkülső mentes lesz.

• b// Zaj szempontjából opt  $\Rightarrow$  Adá is kevésbé miniat.

Sorozatlagosan eleget a Nyquist kritérium.

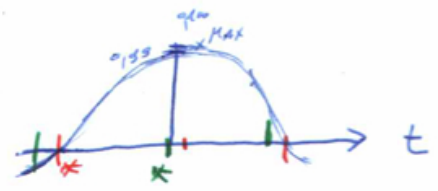
OPT

• c// Mennyi a viteli pontok  $= \sqrt{\text{Zajteljes}}$  ;  $\int_{-\infty}^{\infty} S_p \cdot \underbrace{|H_{kav}(f)|^2}_{\sqrt{2 \cdot (1 - |f \cdot T|)}} df$



$$P_2 = P_{zaj} = 2 \cdot S \cdot \left(\frac{1}{T}\right) \Rightarrow \phi(-444) \Rightarrow \underline{\underline{10}}$$

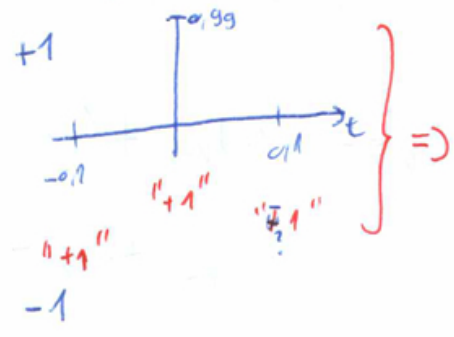
↳ 2400 BAUD



- 5. feladat // 6. //  $\Sigma$ : 2 szintű:  $\pm 1$
- 4 - " - :  $\pm 1, \pm 3$
- 8 - " - :  $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7$

\* : Így OK lenne .

\* : Elégségtelen a mintavétel  $\Rightarrow$  HIBA!



$$0,99 - 0,1 - 0,1 = 0,79 \text{ [V]}$$

WORST CASE

$$\phi\left(-\frac{|d_n|}{\sqrt{F_{UX}}}\right) \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} +1 \\ +0,79 \end{matrix} \right\} \text{ felt.}$$

• Ha 4 szintű  $\Rightarrow$

+3 V	00
+1 V	01
-1 V	10
-3 V	11

Ha: "00" "01" "11" {Vekt}

$$0,99 - 0,3 - 0,3 = 0,39 \text{ [V]}$$

⌞  
+0,39

Ha NINCS ADDITÍV zaj  $\rightarrow$  OK H.

• Ha 8 szintű  $\Rightarrow$

- +1
- +3
- +5
- +7

Ha:  $+7, +7, -1 \Rightarrow$

$$0,99 - 0,7 - 0,7 =$$

átbillent  $\Rightarrow$  az ADDITÍV zaj nélkül is hibás!

• Kocsihoz lehet-e ennyi segitemi?

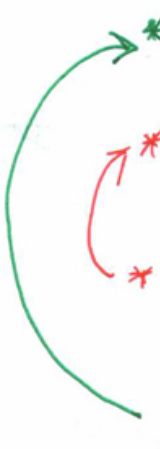
előre mióta

243

$J_k =$  a nettó jövedelmek összege:  $J_k = -0,1 \cdot d_{k-1} + 0,99 \cdot d_k + 0,1 d_{k+1} + V_k$

$J_{k+1} = -0,1 \cdot d_k + 0,99 \cdot d_{k+1} + 0,1 \cdot d_{k+2} + V_{k+1}$

$J_{k-1} = -0,1 \cdot d_{k-2} + 0,99 \cdot d_{k-1} + 0,1 \cdot d_k + V_{k-1}$



$\frac{0,1}{0,99}$

$-\frac{0,1}{0,99}$

}  $\epsilon_s \leq \Rightarrow$

$J'_k = -0,01 \cdot d_{k-2} + 1,01 \cdot d_k - 0,01 \cdot d_{k+2} + 0,1 \cdot V_{k-1} + V_k - 0,1 \cdot V_{k+1}$

$\Rightarrow$  +4 utasítás a jövedelmek között.

$\Rightarrow$  **A KETTŐVEL** sokkal rosszabb, de CSAK 1% -ban!

BA3 VOLT:  $0,99 - 0,1 \cdot 7 - 0,1 \cdot 7 < 0!$

! A ZAI zajna növekedés  $\rightarrow$  "felp"!  
 $\Rightarrow$  +2% ZJP vár!

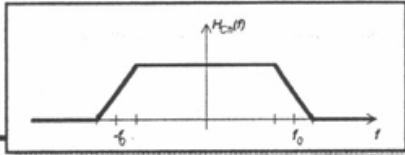
! ZERO FORCEING! Néha!

! 1ms-os késleltetés beépült.

### A PAM és az ISI

Milyen jelzési sebességek esetén lehet az alábbi szinkron PAM adatátviteli csatornában szimbólumközi áthallástól mentes adatátvitelt folytatni?

» Segítség: Nyquist kritérium:  $\sum_k H_{cs}(f - \frac{k}{T}) = const.$



1.//

### A PAM és az ISI (hf)

Milyen jelzési sebességek esetén nincs szimbólumközi áthallás, ha az elemi jel spektruma az alábbi? Vessük össze idő- és frekvenciartománybeli tudásunkat!

$$M(f) = \begin{cases} \frac{1}{B} \cdot \left(1 - \frac{|f|}{B}\right) & \text{ha } |f| \leq B \\ 0 & \text{ha } |f| > B \end{cases}$$

Segítség:  $m(t) = \left(\frac{\sin(\pi \cdot B \cdot t)}{\pi \cdot B \cdot t}\right)^2$

Mi a következménye annak, ha a jelzési sebesség kicsi az elemi jel sávszélességéhez képest?

2.//

3.//

### Hibavalószínűség számítása

Bináris szinkron PAM jel  $m(.)$  elemi jelét a  $H_A(f) = H_V(f) = H(f)$  szűrőkkel alakítjuk ki. A vett minták a vevőszűrő után  $d_k = \pm 1.2 V$  értékűek, a jelzési sebesség 2400 Baud, és a vonali jelet  $1.5 \cdot 10^{-5} V^2/Hz$  spektrális sűrűségű, szélessávú Gauss zaj zavarja.

Határozzuk meg az átvitel hibavalószínűségét!

$$H(f) = \begin{cases} \sqrt{2 \cdot (1 - |f \cdot T|)} & \text{ha } |f| \leq 1/T \\ 0 & \text{ha } |f| > 1/T \end{cases}$$

Segítség: hibavalószínűség =  $\Phi\left(-\frac{|d_k|}{\sqrt{R_z}}\right)$

4.//

### Az ISI romboló hatása

TFH az  $m(.)$  elemi jel valamely mintavételi fázisban ugyan kielégíti a Nyquist feltételt (azaz  $T$  közötti mintái rendre  $m_0=1, m_{\pm 1}=0, m_{\pm 2}=0, \dots$ ), de a mintavételi fázis időzítési hiba következtében elcsúszik, és a meghatározó jelminták  $m_0=0.99, m_{+1}=0.1, m_{-1}=-0.1, m_{\pm 2}=0, \dots$  értékűek lesznek.

Becsüljük meg a hibavalószínűséget meghatározó jel-zaj viszony romlását 2, 4 és 8 szintű rendszerben!

5.//

6.//

### Az ISI romboló hatásának kompenzálása

Próbáljuk meg az előző feladat adatjelét egy háromegyűthetős FIR szűrővel kiegyenlíteni!

Becsüljük meg a hibavalószínűséget meghatározó jel-zaj viszonyt!

7.//

8.//

Mely tényezők rontják a döntés biztonságát szinkron PAM rendszerekben?

- Jelmintákat terhelő zaj
- ISI, rossz mintavételi pozíció
- Főminta eltérése a várttól  
(alaperősítésbeli bizonytalanság)

9.//