

**1. feladat (13 pont)**

Írja fel az

$$y' = \frac{\operatorname{tg} y}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

differenciálegyenlet  $y(0) = \pi$  illetve  $y(0) = \frac{-\pi}{2}$  kezdeti feltételeket kielégítő megoldásait.

**2. feladat (13 pont)**

Adja meg az

$$y' + \frac{2}{x} \cdot y = \frac{\cos x}{x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását.

**3. feladat (14 pont)**

Az  $y = y(x)$  akárhányszor differenciálható görbe, átmegy az  $x_0 = 1, y_0 = 2$  ponton és megoldása az alábbi differenciálegyenletnek:

$$y' = \frac{1}{4x^2 + y^2}$$

- Milyen irányú az iránymező ebben a pontban? Mely pontokban lesz ugyanilyen irányú az iránymező?
- Határozza meg ennek a megoldásnak az  $x_0 = 1$  pontbeli második deriváltját! Van-e inflexiója ennek a megoldásnak az  $x_0 = 1$  pontban?

**4. feladat (15 pont)**

Megfelelő helyettesítéssel oldja meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y' = \frac{5y - 2x}{2x + y}.$$

(Elég az implicit alak megadása.)

**5. feladat (11 pont)**

Melyik az a legalacsonyabbrendű állandó együtthatós, lineáris, homogén differenciálegyenlet, melynek egy megoldása az

$$y = 3xe^{2x} - 4 \sin x$$

függvény? Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását!

**6. feladat (14 pont)**

Határozza meg az

$$y''' - 2y'' + y' = \sin x + 2e^x$$

differenciálegyenlet általános megoldását!

**7. feladat (10 pont)**

Ismertesse a numerikus sorokra vonatkozó gyökkritériumot. Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-2}{n+3} \right)^{n^2}$$

sor?

**8. feladat (10 pont)**

Írja fel az

$$f(n) = \frac{11}{2}f(n-1) + 3f(n-2)$$

lineáris rekurzió általános megoldását. Milyen  $f(0)$  és  $f(1)$  esetén lesz konvergens a megoldás?

---

*Pótfeladatok (csak 40 pont eléréséhez javítjuk ki):*

**9. feladat (10 pont)**

Írja fel az

$$y^{(6)} - 16y'' = 0$$

differenciálegyenlet általános megoldását.

**10. feladat (10 pont)**

Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(4n)!}{(5n)!}$$

numerikus sor?