

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy  $n \geq 2$  méretű  $A[0 : n - 1]$  tömb, melyben csupa egész számot tárolunk, negatív számok és nulla is előfordulhat. A pszeudokódban egy lépésnek az összehasonlítás, az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma  $O(n)$ ? Válaszát indokolja!

```
ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:  
    ha A[i] < 0:  
        A[i] := 1  
ciklus vége
```

```
ciklus j = 0-tól 17-ig:  
    ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:  
        A[i] := A[i] + j  
    ciklus vége  
ciklus vége
```

2. Az 5, 2,  $x$ , 14 tömböt összefésüléssel rendezéssel rendezzük, ahol  $x$  egy olyan egész szám, ami máshol nem szerepel a tömbben. Adja meg  $x$  összes lehetséges értékét, ha
- $x$ -et a rendezés során csak egyetlen másik elemmel hasonlítjuk össze.
  - $x$ -et a rendezés során mindhárom másik elemmel összehasonlítjuk.
- Mindkét esetben magyarázza is el, hogy miért csak ezek az értékek lehetségesek.
3. Egy bináris keresőfában az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat tároljuk. A 6-os szám keresésekor az alábbi számokat látjuk ebben a sorrendben addig, amíg a keresett 6-os értéket megeljük: 3, 10, 5, 8, 6. Adja meg az összes olyan bináris keresőfát, amiben ez előfordulhat és mutassa meg, hogy csak ezek a fák lehetségesek.
4. Egy nyolc csúcsú irányítatlan gráfban a BFS (szélességi bejárás) algoritmusát futtatjuk az  $A$  csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. A futás végén a *honnán* tömb így néz ki:

A	B	C	D	E	F	G	H
A	C	A	C	A	G	D	E

- Rajzolja fel a BFS fát és röviden (1-2 mondatban) írja le, hogy hogyan kapta a fát a tömbből.
  - Ugyanezen a gráfon (melynek a BFS fa élein kívül számos más éle is lehet) futtatjuk a DFS (mélységi bejárás) eljárást szintén az  $A$  csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor ebben az esetben is az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. Lehetséges-e, hogy a DFS eljárás a  $G$  csúcsot a  $C$  csúcsból a  $CG$  élen keresztül járja be? Válaszát indokolja!
5. Adott egy  $n \geq 2$  méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben bármely két szám különbsége legalább 100.
6. Egy szomszédossági mátrixával adott  $n$  csúcsú, irányított  $G$  gráfban néhány csúcs pirosra, néhány csúcs pedig kékre van színezve, a többi csúcs színtelen. A színezés egy  $n$  méretű, a csúcsokkal indexelt  $C$  tömbben adott (ha a csúcs színtelen, akkor  $C[v] = \text{színtelen}$ ). Adott továbbá két kijelölt színtelen csúcs,  $s$  és  $t$  és  $s$ -ből szeretnénk  $t$ -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy az  $s$  után piros csúcsba megyünk,  $t$ -t kék csúcsból érjük el, az  $s$ -ből  $t$ -be vezető úton más színes csúcs nincsen és sem  $s$ -et, sem  $t$ -t nem érintjük a kiindulást és az érkezést leszámítva. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix módosításával és egy tanult algoritmus változtatás nélküli futtatásával meghatározza, hogy egy ilyen elérés során legkevesebb hány élen kell áthaladnunk (vagy ha ilyen eljutás nem lehetséges, akkor ez derüljön ki). A szomszédossági mátrix módosításánál nem kell pszeudokódot írni, elég egy pontos szöveges leírás arról, hogy hol, mit és hogyan kell módosítani.