



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Egészségügyi mérnök szak

Rajnai Richárd

ORVOSBIOLÓGIAI MÉRÉSTECHNIKA
KIS ZH FELADATOK

BUDAPEST, 2022

Tartalomjegyzék

A tankönyv 1. fejezetének feladatkidolgozása (1. KZH).....	4
1. KZH.....	11
Membránpotenciál.....	11
Átvitel és törésponti frekvencia.....	13
2. KZH.....	16
Műveleti erősítő.....	16
Vérgázanalízis	22
3. KZH.....	25
Ultrahang.....	25
EKG.....	28

Bevezetés

Ezt a jegyzetet azért írtam, mert keveseltem a gyakorló feladatok mennyiségét kisZH előtt ill. a legtöbb nem volt kidolgozva így nem tudtam leellenőrizni magam, hogy helyesen oldottam-e meg szóval remélem hasznos lesz számodra. Ezeket a feladatokat a kisZH-kra való készülés során oldottam meg 2022-ben. Semmi sem garantálja, hogy a jövőben is ilyen feladatok lesznek, de nálunk elég típusosak voltak. A feladatok többségét a tankönyvből, a moodlebe feltöltött segédletekből vagy előző évi kZH-ból szereztem illetve ha emlékeztem rá ZH után akkor azt is bele írtam utána. A 2. fejezetben a műveleti erősítős feladatokhoz tettem be pár villamosmérnök BSc záróvizsga feladatot is a segédletesek mellé. Fontos megemlíteni, hogy általában nem adnak ilyen nehéz feladatot kisZH-n, de ha igazán megérted a működését és nem csak bemagolod a megoldását egy pár konkrét áramkörnek akkor attól nem lesz sokkal nehezebb, hogy van rajta még 3-4 ellenállás/kondenzátor pluszba. Az emberek többségének az 1.kZH-ban átvitel számítás és 2. kZH-ban a műveleti erősítő számítás megy nehezebben, mert szinte bármilyen áramkört adhat és nem bemagolható így a megértésre koncentrálj. Természetesen én is hibázhatok, szóval ha többen is átszámoljátok és sokatoknak ugyan az jön ki lehet, hogy nektek van igazatok.

A tankönyv 1. fejezetének feladatkidolgozása (1. KZH)

1. Egy sejtmembrán vastagsága 11 nm, relatív permittivitása 12,6. Mekkora a membrán fajlagos kapacitása? ($\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ As/Vm}$) Mekkora a kapacitása egy $4 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ felületű membránnak?

$$\text{Fajlagos kapacitás: } \frac{C}{A} = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{1}{d} = 8,85 * 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} * 12,6 * \frac{1}{11 * 10^{-9} \text{m}} = 0,01 \frac{\text{As}}{\text{Vm}^2}$$

$$\text{Kapacitás: } C = 0,01 \frac{\text{As}}{\text{Vm}^2} * 4 * 10^{-12} \text{m}^2 = 4 * 10^{-14} \text{F}$$

2. Egy ionszelektív (K-ra érzékeny) membrán permeabilitása különböző ionokra:

$$P_{\text{Na}} = 10^{-7} \text{ cm/s}, P_{\text{K}} = 3 \times 10^{-4} \text{ cm/s}, P_{\text{Cl}} = 5 \times 10^{-7} \text{ cm/s}.$$

A membrán két oldalán az ionkoncentrációk:

	1. kamra	2. kamra
K	ismeretlen	60mM
Na	20mM	40mM
Cl	100mM	300mM

A membránnal elválasztott kamrák közti potenciálkülönbség: 16 mV. [ΔU az (1.16) szerint számítható.] Mekkora a K koncentráció az 1. kamrában?

Goldman-egyenlet:

$$\Delta U = -58 \lg \frac{P_{\text{Na}}[c_{\text{Na}}]_1 + P_{\text{K}}[c_{\text{K}}]_1 + P_{\text{Cl}}[c_{\text{Cl}}]_2}{P_{\text{Na}}[c_{\text{Na}}]_2 + P_{\text{K}}[c_{\text{K}}]_2 + P_{\text{Cl}}[c_{\text{Cl}}]_1}$$

$$c_{\text{K}1} = \frac{10^{\frac{\Delta U}{-58}} * (P_{\text{Na}}[c_{\text{Na}}]_2 + P_{\text{K}}[c_{\text{K}}]_2 + P_{\text{Cl}}[c_{\text{Cl}}]_1) - P_{\text{Na}}[c_{\text{Na}}]_1 - P_{\text{Cl}}[c_{\text{Cl}}]_2}{P_{\text{K}}}$$

(kiszámolom ezt a részét külön mert az egész képlet behelyettesítve nem fér ki egy sorba)

$$(P_{\text{Na}}[c_{\text{Na}}]_2 + P_{\text{K}}[c_{\text{K}}]_2 + P_{\text{Cl}}[c_{\text{Cl}}]_1) = \left(40 \text{mM} * 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 60 \text{mM} * 3 * 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 100 \text{mM} * 5 * 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right) = 0,018054 \text{mM} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$c_{\text{K}1} = \frac{10^{\frac{16 \text{mV}}{-58}} \left(0,018054 \text{mM} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right) - 20 \text{mM} * 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 300 \text{mM} * 5 * 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{3 * 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

$$c_{\text{K}1} = 31,378 \text{mM}, \text{ ha } \Delta U = 16 \text{mV}$$

$$c_{\text{K}1} = 113,076 \text{mM}, \text{ ha } \Delta U = -16 \text{mV}$$

Azt, hogy a membránon a feszültség milyen előjelű csak az iránya határozza meg. Ha egy adott feszültséget lemérünk az egyik irányból, majd megcseréljük a mérőelektrodákat a feszültség -1-szeresét kapjuk.

3. Akciós potenciál bekövetkezésekor a tintahal axonja (átmérő: 640 μm , hossz: 10 cm) belsejének potenciálja – a sejten kívüli térhez képest –70 mV-ról +20 mV-ra változik. A sejtmembrán fajlagos kapacitása 1 $\mu\text{F}/\text{cm}^2$. Mennyi töltés halad át a membránon (feltételezve, hogy az akciós potenciál bekövetkezésekor az ionáramlás egyenletesen oszlik el a teljes membrán felületen)? (A Faraday-állandó 96 500 C/mol.)

Az axon felülete hengerpalásttal közelíthető:

$$A = d * L * \pi = 640 * 10^{-6} \text{m} * 0,1 \text{m} * \pi = 2,01 * 10^{-4} \text{m}^2 = 2,01 \text{cm}^2$$

$$C = \frac{C}{A} * A = 1 \frac{\mu F}{cm^2} * 2,01 cm^2 = 2,01 \mu F$$

$$Q = C * \Delta U = 2,01 \mu F * 90 mV = 180,9 nC$$

$$\text{Áthaladó töltések száma: } n = \frac{Q}{F} = \frac{180,9 nC}{96\,500 \frac{C}{mol}} = 1,87 * 10^{-12} mol = 1,87 pmol$$

4. Mennyi töltés halad át a membránon egy korong alakú sejt esetében (átmérő: 20 μm , magasság: 5 μm), ha a sejtmembrán fajlagos kapacitása és a potenciálváltozás megegyezik a 3. feladatban megadottal?

A korong alakú sejt felülete a hengerével közelíthető:

$$A = 2 * \frac{d^2 \pi}{4} + d * L * \pi = 2 * \frac{(20 * 10^{-6} m)^2 * \pi}{4} + 20 * 10^{-6} m * 5 * 10^{-6} m * \pi =$$

$$= 9,42 * 10^{-10} m^2 = 9,42 * 10^{-6} cm^2$$

$$C = \frac{C}{A} * A = 1 \frac{\mu F}{cm^2} * 9,42 * 10^{-6} cm^2 = 9,42 pF$$

$$Q = C * \Delta U = 9,42 pF * 90 mV = 0,8478 pC$$

$$n = \frac{Q}{F} = \frac{0,8478 pC}{96\,500 \frac{C}{mol}} = 8,79 * 10^{-18} mol$$

5. Az akciós potenciál bekövetkezésekor a sejt belsejébe áramló töltés az ottlevő töltésmennyiség hány százaléka a 3. feladat esetében, ha a sejt belsejében levő oldat koncentrációja 0,3 mol/l?

A sejt űrmérete a henger térfogatával közelíthető:

$$V = \frac{d^2 \pi}{4} * L = \frac{(640 * 10^{-6} m)^2 * \pi}{4} * 0,1 m = 3,22 * 10^{-8} m^3 = 3,22 * 10^{-5} dm^3$$

A sejt belsejében lévő töltések száma ($dm^3 = l$):

$$n = V * c = 3,22 * 10^{-5} dm^3 * 0,3 \frac{mol}{dm^3} = 9,66 * 10^{-6} mol$$

$$\frac{n_{beáramló}}{n_{bentlévő}} * 100\% = \frac{1,87 * 10^{-12} mol}{9,66 * 10^{-6} mol} * 100\% = 19,36 * 10^{-6} \% = 0,00001936\%$$

6. Az akciós potenciál bekövetkezésekor a sejt belsejébe áramló töltés az ottlevő töltésmennyiség hány százaléka a 4. feladat esetében, ha a sejt belsejében levő oldat koncentrációja 0,4 mol/l?

$$V = \frac{d^2 \pi}{4} * L = \frac{(20 * 10^{-6} m)^2 * \pi}{4} * (5 * 10^{-6} m) = 1,57 * 10^{-15} m^3 = 1,57 * 10^{-12} dm^3$$

$$n = V * c = 1,57 * 10^{-12} dm^3 * 0,4 \frac{mol}{dm^3} = 6,28 * 10^{-13} mol$$

$$\frac{n_{beáramló}}{n_{bentlévő}} * 100\% = \frac{8,79 * 10^{-18} mol}{6,28 * 10^{-13} mol} * 100\% = 1,4 * 10^{-3} \% = 0,0014\%$$

7. Egy sejt belsejének potenciálja a sejten kívüli térhez képest -80 mV , a sejtmembrán vastagsága 10 nm . Mekkora a membránon fellépő térerő?

$$E = \frac{U}{d} = \frac{-80\text{ mV}}{10\text{ nm}} = -8 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} = -8 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$$

(mivel negatív az érték a külső elektromos mező nagyobb, ezért a pozitív töltéseket befelé hajtja)

8. Egy sejt belsejében és a sejten kívüli térben az alábbi koncentrációk állnak fenn:

	belül	kívül	permeabilitás, cm/s
K	155 mM	4 mM	2×10^{-6}
Na	12 mM	145 mM	2×10^{-8}
Cl	4 mM	120 mM	4×10^{-6}

$R = 8,31\text{ J}/(\text{mol}^\circ\text{K})$, $F = 96\,500\text{ C/mol}$. Mekkora a sejtmembránon fellépő potenciálkülönbség $T = 293\text{ }^\circ\text{K}$ hőmérsékleten?

$$\Delta U = -\frac{RT}{zF} * \ln \left(\frac{P_{Na} * c_{Na1} + P_K * c_{K1} + P_{Cl} * c_{Cl2}}{P_{Na} * c_{Na2} + P_K * c_{K2} + P_{Cl} * c_{Cl1}} \right) = -\frac{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}} * 293^\circ\text{K}}{1 * 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}} * \ln \left(\frac{12\text{mM} * 2 * 10^{-8} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 155\text{mM} * 2 * 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 120\text{mM} * 4 * 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{145\text{mM} * 2 * 10^{-8} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 4\text{mM} * 2 * 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 4\text{mM} * 4 * 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \right) = -0,08528\text{V} = -85,28\text{mV}$$

9. Membránnal elválasztott két kamrában különböző koncentrációjú KCl van. A membrán csak a K^+ ionok számára átjárható. $T = 298\text{ }^\circ\text{K}$ hőmérsékleten a két kamra közti feszültségkülönbség 10 mV . Mekkora a kamrákban levő K^+ koncentrációk hányadosa?

$$\Delta U = -\frac{RT}{zF} * \ln \left(\frac{c_1}{c_2} \right)$$

$$\frac{c_1}{c_2} = e^{\frac{-\Delta U z F}{RT}} = e^{\frac{-0,01\text{V} * 1 * 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}} * 298^\circ\text{K}}} = 0,677$$

10. A 9. feladatban megadott paraméterek mellett az 1. jelű kamrában $0,1\text{ mol/l}$ koncentrációjú KCl van. Milyen hibával állapítható meg a 2. jelű kamrában levő KCl koncentrációja, ha a hőmérséklet értékét $\pm 1^\circ\text{K}$ bizonytalansággal tudjuk mérni?

$$c_2 = \frac{c_1}{0,677} = \frac{0,1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}}{0,677} = 0,1477 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$$

$$c_{2|T=297} = \frac{c_1}{e^{\frac{-\Delta U z F}{RT}}} = \frac{0,1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}}{e^{\frac{-0,01\text{V} * 1 * 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}} * 297^\circ\text{K}}}} = 0,147844 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$$

$$c_{2|T=299} = \frac{c_1}{e^{\frac{-\Delta U_{ZF}}{RT}}} = \frac{0,1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}}{e^{\frac{-0,01V * 1 * 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}} * 299^\circ\text{K}}} = 0,147458 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$$

$$\Delta c_2 = c_{2|T=297} - c_{2|T=299} = 0,147844 - 0,147458 = 386 * 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{l}}$$

$$\frac{\Delta c_2}{c_2} = \frac{386 * 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{l}}}{0,1477 \frac{\text{mol}}{\text{l}}} = 0,0026 = 0,26\%$$

11. Egy ionszelektív (Na-ra érzékeny) membrán permeabilitása különböző ionokra: $P_{Na} = 2 \times 10^{-4}$ cm/s, $P_K = 10^{-6}$ cm/s, $P_{Cl} = 5 \times 10^{-7}$ cm/s. A membránnal két kamrát választunk el, amelyekben az ionkoncentrációk:

	1. kamra	2. kamra
K	20 mM	400 mM
Na	20 mM	40 mM
Cl	100 mM	50 mM

Mekkora lesz a potenciálkülönbség a két kamra között?

$$\Delta U = -58\text{mV} * \lg\left(\frac{P_{Na} * c_{Na1} + P_K * c_{K1} + P_{Cl} * c_{Cl2}}{P_{Na} * c_{Na2} + P_K * c_{K2} + P_{Cl} * c_{Cl1}}\right) =$$

$$= -58\text{mV} * \lg\left(\frac{2 * 10^{-6} * 0,02\text{M} + 10^{-8} * 0,02\text{M} + 5 * 10^{-9} * 0,05\text{M}}{2 * 10^{-6} * 0,04\text{M} + 10^{-8} * 0,4\text{M} + 5 * 10^{-9} * 0,1\text{M}}\right) = 18,56\text{mV}$$

12. Hogyan változik meg a potenciálkülönbség a 11. feladat szerinti két kamra között, ha az 1. kamrában a Na-koncentráció 20%-kal megnő?

$$c_{Na1} = 20\text{mM} * 1,2 = 24\text{mM}$$

$$\Delta U = -58\text{mV} * \lg\left(\frac{P_{Na} * c_{Na1} + P_K * c_{K1} + P_{Cl} * c_{Cl2}}{P_{Na} * c_{Na2} + P_K * c_{K2} + P_{Cl} * c_{Cl1}}\right) =$$

$$= -58\text{mV} * \lg\left(\frac{2 * 10^{-6} * 0,024\text{M} + 10^{-8} * 0,02\text{M} + 5 * 10^{-9} * 0,05\text{M}}{2 * 10^{-6} * 0,04\text{M} + 10^{-8} * 0,4\text{M} + 5 * 10^{-9} * 0,1\text{M}}\right) = 14,01\text{mV}$$

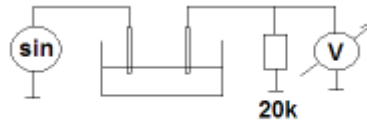
$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} * 100\% = \frac{14,01\text{mV}}{18,56\text{mV}} * 100\% = 75,48\% - \text{ára csökken (azaz 24,52\% - kal)}$$

13. Hogyan változik meg a potenciálkülönbség a 11. feladat szerinti két kamra között, ha az 1. kamrában a K-koncentráció 20%-kal megnő?

$$c_{K1} = 20mM * 1,2 = 24mM$$

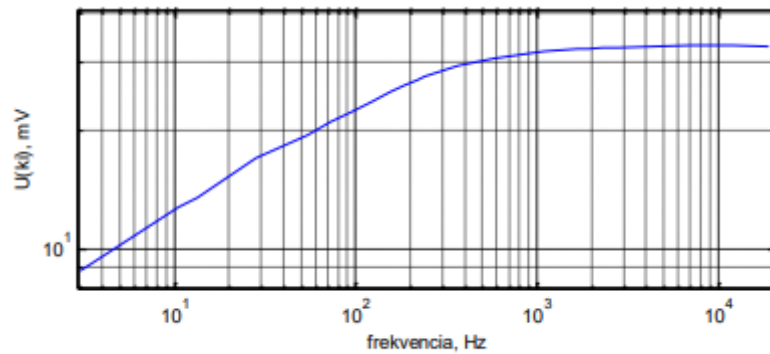
$$\begin{aligned} \Delta U &= -58mV * \lg \left(\frac{P_{Na} * c_{Na1} + P_K * c_{K1} + P_{Cl} * c_{Cl2}}{P_{Na} * c_{Na2} + P_K * c_{K2} + P_{Cl} * c_{Cl1}} \right) = \\ &= -58mV * \lg \left(\frac{2 * 10^{-6} * 0,02M + 10^{-8} * 0,024M + 5 * 10^{-9} * 0,05M}{2 * 10^{-6} * 0,04M + 10^{-8} * 0,4M + 5 * 10^{-9} * 0,1M} \right) = 18,53mV \\ \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} * 100\% &= \frac{18,53mV}{18,56mV} * 100\% = 99,84\% - \text{ára csökken (azaz 0,16\% - kal)} \end{aligned}$$

14. Két azonos felépítésű Ag/AgCl elektródot az 1.22. ábra szerinti módon vizsgálunk.



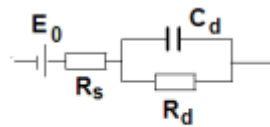
1.22. ábra.

A szinuszjel amplitúdója 34,1 mV. A V voltmérővel az alábbi amplitúdóértékeket mérjük (1.23. ábra):



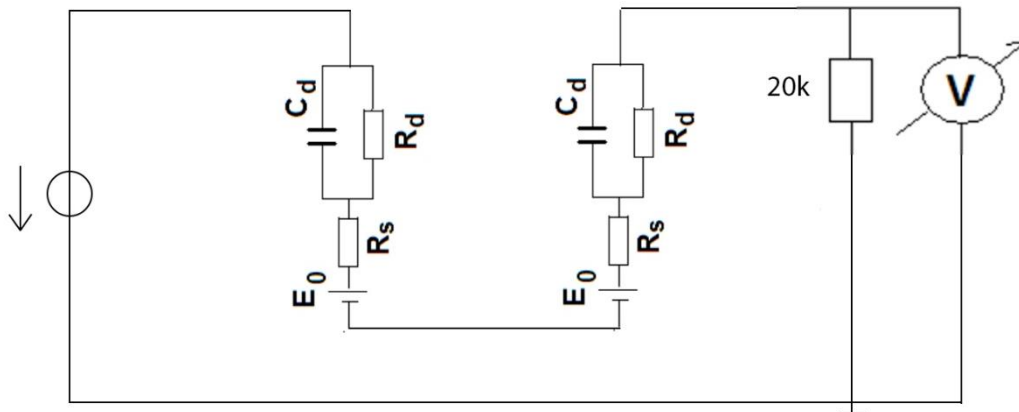
1.23. ábra.

10 kHz-en a kimeneti feszültség amplitúdója 32,9 mV. Becsülje meg az elektródok soros ellenállását, az 1.24. ábra szerinti modellt feltételezve.



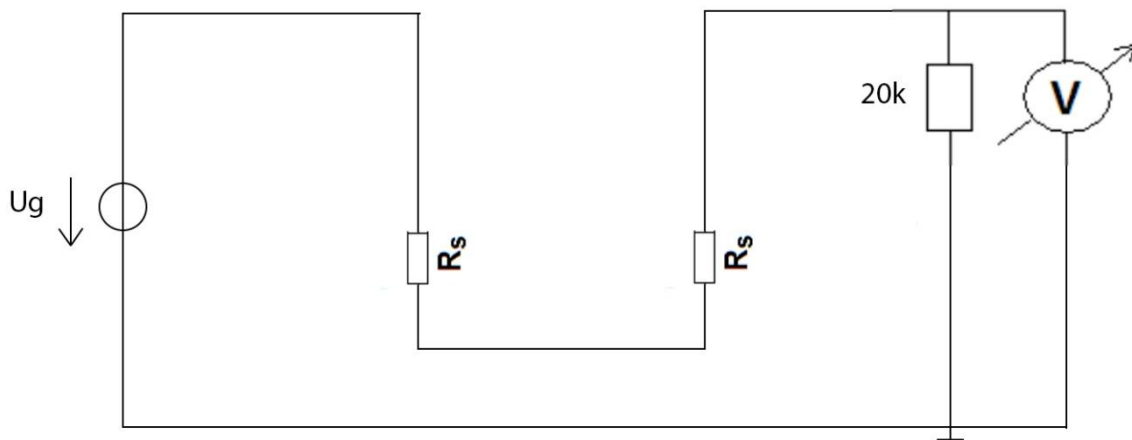
1.24. ábra.

A modellt behelyettesítve az alábbi kapcsolást kapjuk:



A két egyenáramú tápforrás (E0) egymáshoz képest fordítva van bekötve és egyenlő feszültséget feltételezve kioltják egymást. A frekvencia-feszültség diagramról leolvasható, hogy kb. 1kHz körül az átvitel állandósul (a görbe egyenes lesz), és mivel a mi mérésünk 10kHz-en történt így ezt a tartományt kell vizsgálnunk. Ez a kondenzátor nagyfrekvenciás viselkedésével magyarázható, ahol ugyanis rövidzárként viselkedik, ezáltal kisöntöli az Rd ellenállást. (ideális esetben 0 lesz az ellenállása, ezáltal az összes áram rajta fog folyni az ellenálláson pedig semmi)

Nagyfrekvencián az alábbi kapcsolásra egyszerűsödik az áramkörünk:



A kimeneti jel egy feszültségosztóval számolható, amiből kifejezhető az Rs

$$U_{ki} = U_g * \frac{R_{20k}}{R_{20k} + R_s + R_s} = U_g * \frac{R_{20k}}{R_{20k} + 2R_s}$$

$$R_s = \frac{\frac{U_g * R_{20k}}{U_{ki}} - R_{20k}}{2} = \frac{\frac{34,1mV * 20k\Omega}{32,9mV} - 20k\Omega}{2} = 364,74\Omega$$

15. Membránnal elválasztott két térrészben különböző koncentrációjú urea (karbamid, vízben jól oldódó, semleges kémhatású vegyület) van. A koncentráció az egyik térrészben 20 mmol/l, a másikban 60 mmol/l. A membrán ureára vonatkozó permeabilitása 2×10^{-6} cm/s. Mekkora a diffúziós fluxus?

$$J_d = -P_u(c_1 - c_2) = -2 * 10^{-7} \frac{dm}{s} \left(0,06 \frac{mol}{dm^3} - 0,02 \frac{mol}{dm^3} \right) = -8 * 10^{-9} \frac{mol}{dm^2s}$$

16. A 15. feladat szerinti esetben a diffúziós állandó, $D = 3 \times 10^{-11}$ cm² /s. Milyen vastag a membrán?

$$J_d = -P_u(c_1 - c_2) = -\frac{D}{d}(c_1 - c_2)$$

$$d = -\frac{D}{J_d}(c_1 - c_2) = \frac{-3 * 10^{-13} \frac{dm^2}{s}}{-8 * 10^{-9} \frac{mol}{dm^2s}} \left(0,06 \frac{mol}{dm^3} - 0,02 \frac{mol}{dm^3} \right) = 1,5 * 10^{-6} dm = 150nm$$

1. KZH

Membránpotenciál

1. Egy ionszelektív (K-ra érzékeny) membrán permeabilitása különböző ionokra: $P_{Na} = 10^{-7}$ cm/s, $P_K = 6 \cdot 10^{-4}$ cm/s, $P_{Cl} = 5 \cdot 10^{-7}$ cm/s. A membrán két oldalán az ionkoncentrációk:

	1. kamra	2. kamra
K	100mM	ismeretlen
Na	100mM	20mM
Cl	100mM	200mM

A membránnal elválasztott kamrák közti potenciálkülönbség: 14mV. [$\Delta U = -59 \cdot \lg(\dots)$ mV]

- (a) Mekkora a K koncentráció a 2. kamrában?

$$\Delta U = -59 \cdot \lg \left(\frac{P_{Na}[c_{Na}]_1 + P_K[c_K]_1 + P_{Cl}[c_{Cl}]_2}{P_{Na}[c_{Na}]_2 + P_K[c_K]_2 + P_{Cl}[c_{Cl}]_1} \right)$$

$$c_{K2} = \frac{\frac{P_{Na}[c_{Na}]_1 + P_K[c_K]_1 + P_{Cl}[c_{Cl}]_2}{\Delta U} - P_{Na}[c_{Na}]_2 - P_{Cl}[c_{Cl}]_1}{10^{-59} P_K}$$

$$c_{K2} = 172,93mM \text{ ha } \Delta U = 14mV$$

$$c_{K2} = 57,92mM \text{ ha } \Delta U = -14mV$$

Azért kell mindkét feszültséget kiszámolni, mert az abszolútérték számít az előjel csak az irányát adja meg. Ha pl. egy feszültségmérővel mérünk 14mV-ot úgy, hogy az egyik elektróda a membrán belső felén van a másik pedig a külső felén és ezután megcseréljük a két elektródát akkor -14mV-ot fogunk mérni ugyan ott.

- (b) Hogyan változik a kamrák közti potenciálkülönbség, ha az 1. kamrában a K koncentráció 10 %-kal megnő?

Egyszerűen ugyan azt a képletet kell használni a megváltozott c_{K1} értékkel.

$$\Delta U = -59 \cdot \lg \left(\frac{P_{Na}[c_{Na}]_1 + P_K[c_K]_1 + P_{Cl}[c_{Cl}]_2}{P_{Na}[c_{Na}]_2 + P_K[c_K]_2 + P_{Cl}[c_{Cl}]_1} \right)$$

$$c_{K1} = 110mM$$

Ha $c_{K2} = 172,93mM$ akkor $\Delta U = 11,56mV$

$$\frac{\Delta U}{\Delta U_{eredeti}} = \frac{11,56mV}{14mV} * 100\% = 82,6\% \text{ azaz } 17,4\% \text{-kal csökken.}$$

Ha $c_{K2} = 57,92mM$ akkor $\Delta U = -16,44mV$

$$\frac{\Delta U}{\Delta U_{eredeti}} = \frac{-16,44mV}{-14mV} * 100\% = 117,4\% \text{ azaz } 17,4\% \text{-kal nő az abszolút értéke, azonban mivel egy negatív feszültségről még negatívabb lett így } 17,4\% \text{-kal csökken ez is.}$$

17,4%-kal csökken akár pozitív akár negatív a ΔU .

2. Egy ionszelektív (K-ra érzékeny) membrán permeabilitása különböző ionokra: $P_{Na} = 10^{-7}$ cm/s, $P_K = 6 \cdot 10^{-4}$ cm/s, $P_{Cl} = 5 \cdot 10^{-7}$ cm/s. A membrán két oldalán az ionkoncentrációk:

	1. kamra	2. kamra
K	ismeretlen	ismeretlen
Na	100mM	20mM
Cl	100mM	200mM

A membránnal elválasztott kamrák közti potenciálkülönbség: 14mV. [$\Delta U = -59 \cdot \lg(\dots)$ mV]
Mekkora a K koncentráció hányadosa?

Mivel a K ion permeabilitása sokkal nagyobb mint a másik két ioné, ezért azok elhanyagolhatók és a Nerst egyenlettel lehet számolni.

$$\Delta U = -59 \cdot \lg\left(\frac{c_{K1}}{c_{K2}}\right)$$

$$\frac{c_{K1}}{c_{K2}} = 10^{\frac{\Delta U}{-59}}$$

$$\frac{c_{K1}}{c_{K2}} = 0,58 \text{ ha } \Delta U = 14\text{mV}$$

$$\frac{c_{K1}}{c_{K2}} = 1,73 \text{ ha } \Delta U = -14\text{mV}$$

Vissza lehet ellenőrizni, hogy mekkora eltérés lesz ha a másik két iont is beleszámítjuk.

$\Delta U = 14\text{mV}$ eset $\frac{c_{K1}}{c_{K2}} = 0,58$ konkrét számokkal pl.: $c_{K2} = 100\text{mM}$ $c_{K1} = 58\text{mM}$

$$\Delta U = -59 \cdot \lg\left(\frac{c_{K1}}{c_{K2}}\right) = 13,9577\text{mV}$$

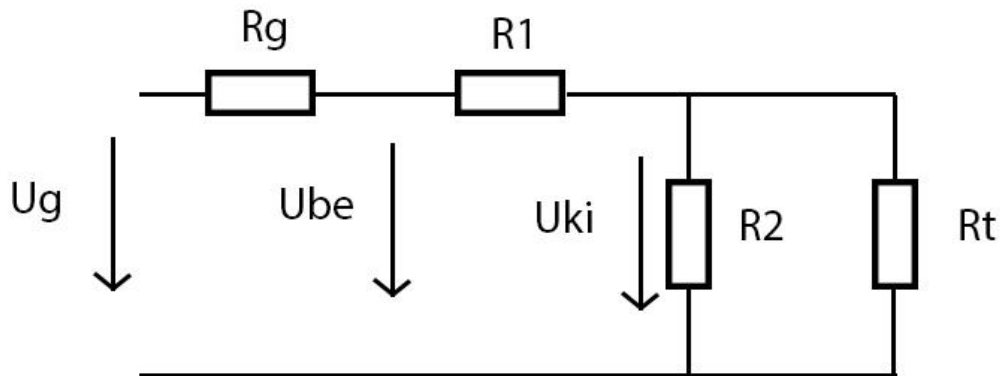
$$\Delta U = -59 \cdot \lg\left(\frac{P_{Na}[c_{Na}]_1 + P_K[c_K]_1 + P_{Cl}[c_{Cl}]_2}{P_{Na}[c_{Na}]_2 + P_K[c_K]_2 + P_{Cl}[c_{Cl}]_1}\right) = 13,899\text{mV}$$

$$\frac{\Delta U_{Goldman}}{\Delta U_{Nerst}} = \frac{13,899\text{mV}}{13,9577\text{mV}} \cdot 100\% = 99,58\%$$

Kevesebb mint fél százalék az eltérés.

Átvitel és törésponti frekvencia

1. Adott az alábbi hálózat, $R_g = 50k$ $R_1 = R_2 = 10k$ $R_t = 10k$



- (a) Adja meg $H(s)$ komplex átviteli függvényt, ha $R_g = 0$ $R_t = \text{végtelen}$
 R_g rövidzárral R_t szakadással helyettesíthető, $U_{be} = U_g$

$$H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{10k\Omega}{10k\Omega + 10k\Omega} = 0,5$$

- (b) Adja meg $H(s)$ komplex átviteli függvényt, ha $R_g = 0$

$$H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2 \times R_t}{R_2 \times R_t + R_1} = \frac{\frac{10k\Omega * 10k\Omega}{10k\Omega + 10k\Omega}}{\frac{10k\Omega * 10k\Omega}{10k\Omega + 10k\Omega} + 10k\Omega} = \frac{1}{3}$$

- (c) Adja meg $H(s)$ komplex átviteli függvényt, ha $R_t = \text{végtelen}$

$$U_{ki} = U_g * \frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_g}$$

$$U_{be} = U_g * \frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_1 + R_g}$$

$$H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{U_g * \frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_g}}{U_g * \frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_1 + R_g}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,5$$

Ha nem mechanikus számolással akarod megmondani, akkor ránézésre is látszik, hogy 0,5 az átvitel, mert az U_{be} és a föld között az R_1 és R_2 ellenállás található, U_{ki} pedig az R_2 feszültsége és mivel ugyan akkora R_1 és R_2 így a feszültség feleződik.

(d) Adja meg $H(s)$ komplex átviteli függvényt, ha az R_1 -el párhuzamosan egy $C_1=10\text{nF}$ -os kondenzátort kapcsolunk és R_t -végtelen, $R_g=0$. Fejezze ki a törésponti frekvenciákat is.

$$H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \times \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 * \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}}}$$

$$= \frac{R_2 R_1 + \frac{R_1}{sC}}{R_2 R_1 + \frac{R_2}{sC} + \frac{R_1}{sC}} = \frac{R_2 R_1 C s + R_1}{R_2 R_1 C s + R_2 + R_1} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} * \frac{R_2 C s + 1}{\frac{R_2 R_1 C}{R_2 + R_1} s + 1} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} * \frac{\frac{s}{\omega_{01}} + 1}{\frac{s}{\omega_{02}} + 1}$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{R_2 C} = \frac{1}{10\text{k}\Omega * 10\text{nF}} = 10\text{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

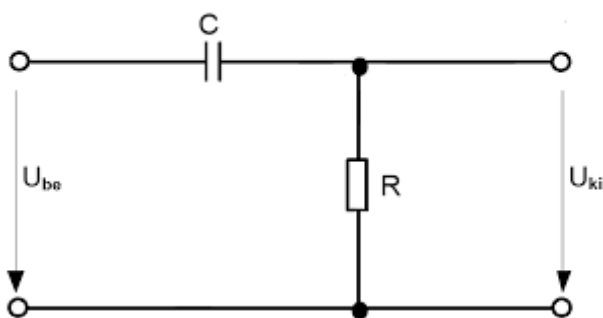
$$\omega_{02} = \frac{R_2 + R_1}{R_2 R_1 C} = 20\text{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Ha törésponti frekvenciát kell megadni és csak egy dinamikus elem (kondi vagy tekerecs) található a hálózatban akkor mindig addig kell rendezni az átvitelt amíg csak az alábbi tagok találhatóak benne ($s=j\omega$)

- $[valami * s]$ amiből $\frac{s}{\omega_0}$ lesz
- $[valami * s + 1]$ amiből $\frac{s}{\omega_0} + 1$ lesz
- (konstans szorzó kiemelve az elejére, ha szükséges a megfelelő alak eléréséhez)

Miután megfelelő alakra rendeztük az ω_{01} és ω_{02} annak a tagnak a reciproka amivel az s (vagy $j\omega$) be van szorozva. Ha a kettő megegyezik, akkor simán ω_0 lesz és nincs megkülönböztetve. Egy kondi/tekerecs esetén 1 vagy 2 ω_0 van (nem lehet 2db-nál több), továbbá a nevezőben ill. számlálóban max. 1-1 lehet. Tehát ha 2db ω_0 van akkor nem lehet mindkettő a nevezőben vagy mindkettő a számlálóban.

2. Adott az alábbi hálózat $R=10\text{k}\Omega$ $C=10\text{nF}$ adja meg az átvitelt és a törésponti frekvenciát.

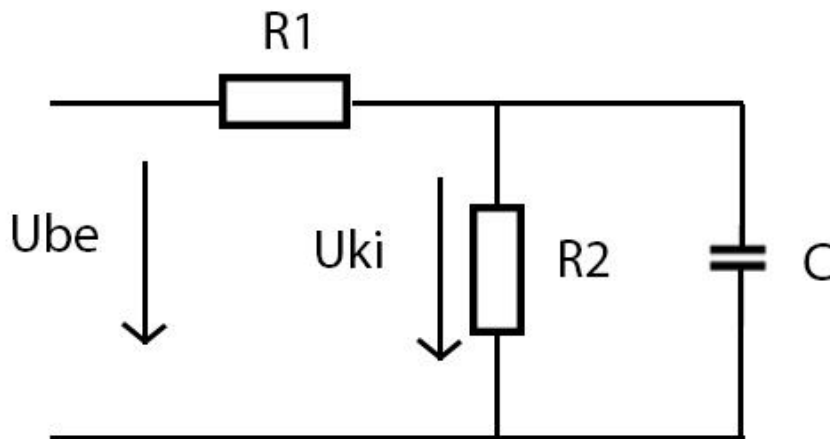


$$H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{RCs}{RCs + 1} = \frac{\frac{s}{\omega_0}}{\frac{s}{\omega_0} + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{10\text{k}\Omega * 10\text{nF}} = 10\text{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(ismét addig kell rendezni, amíg csak $\frac{s}{\omega_0}$ és $\frac{s}{\omega_0} + 1$ tagok vannak benne)

3. Adott az alábbi hálózat $R_1=R_2=10k\Omega$, $C=10nF$ adja meg az átvitelt és a törésponti frekvenciát.

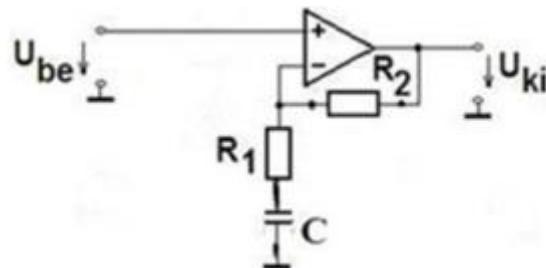


$$\begin{aligned}
 H(s) &= \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2 \times \frac{1}{sC}}{R_2 \times \frac{1}{sC} + R_1} = \frac{\frac{R_2 * \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}}}{\frac{R_2 * \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} + R_1} = \frac{R_2 * \frac{1}{sC}}{R_2 * \frac{1}{sC} + R_1 R_2 + \frac{R_1}{sC}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 R_2 C s + R_1} = \\
 &= \frac{R_2}{R_2 + R_1} * \frac{1}{\frac{R_1 R_2 C}{R_2 + R_1} s + 1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} * \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1} \\
 \omega_0 &= \frac{1}{\frac{R_1 R_2 C}{R_2 + R_1}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2 C} = \frac{10k\Omega + 10k\Omega}{10k\Omega * 10k\Omega * 10nF} = 20k \frac{rad}{s}
 \end{aligned}$$

2. KZH

Műveleti erősítő

- Az alábbi kapcsolásban $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 190k\Omega$, $C = 100nF$, a műveleti erősítő ideális.
 - Mekkora a kapcsolás feszültségerősítése DC-n?
 - Írja fel a kapcsolás feszültségerősítését a komplex frekvencia (s) függvényében, megadva a törésponti frekvenciák értékét.
 - Mekkora a kapcsolás feszültségerősítésének abszolút értéke és fázistolása $f=50\text{Hz}$ -en?



- A kondenzátor egyenáramon szakadás így R_1 és C kiesik, R_2 -n nem folyik áram, ezáltal feszültség se eshet, az invertáló bemenet U_{be} potenciálon van tehát $U_{ki}=U_{be}$

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = 1$$

(Ez megkapható a b feladat átviteléből is, ha $f=0$ értéket behelyettesítesz)

$$(b) H(s) = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}} = \frac{(R_1 + R_2)Cs + 1}{R_1Cs + 1} = \frac{\frac{s}{w_{01}} + 1}{\frac{s}{w_{02}} + 1}$$

$$w_{01} = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} = \frac{1}{(10 * 10^3 + 190 * 10^3) * 100 * 10^{-9}} = 50 \frac{rad}{s}$$

$$w_{02} = \frac{1}{R_1C} = \frac{1}{10 * 10^3 * 100 * 10^{-9}} = 1000 \frac{rad}{s}$$

- $s=jw$, $w=2\pi * f$

$$\text{Amplitúdó: } |H(jw)| = \frac{\sqrt{((R_1 + R_2)C * 2\pi * f)^2 + 1^2}}{\sqrt{(R_1C * 2\pi * f)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{(0,02 * 2\pi * 50)^2 + 1^2}}{\sqrt{(0,001 * 2\pi * 50)^2 + 1^2}} = 6,07$$

$$\text{Fázis: } \varphi = \arctan\left(\frac{(R_1 + R_2)C * 2\pi * f}{1}\right) - \arctan\left(\frac{R_1C * 2\pi * f}{1}\right) =$$

$$\arctan\left(\frac{(0,02 * 2\pi * 50)}{1}\right) - \arctan\left(\frac{(0,001 * 2\pi * 50)}{1}\right) = 1,11rad = 63,51^\circ$$

Ha az átvitelben szerepel egy negatív szorzó (mint pl. az invertáló alapkapsolásnál) és kézzel számolod a fázistolás akkor ki kell vonni 180° -ot (vagy π -t radiánban). Igazából hozzá is lehet adni a 180° -ot (vagy π -t radiánban), tekintve hogy 360° a teljes kör és matematikában pl.: -30° és $+330^\circ$ is ugyan azt jelenti ezáltal a -180° és $+180^\circ$ is.

Ha nem általánosan (frekvenciafüggően) kéri megadni az amplitúdó és fázis-karakterisztikát, hanem egy konkrét frekvencián (mint ebben a feladatban is $f=50\text{Hz}$) akkor felesleges kézzel kiszámolni. Egy komplex számításra képes számológépbe elegendő behelyettesítve beírni az

értékeket, majd Euler alakba kiíratni vele az eredményt. Az első szám az abszolút érték a második (argumentum) pedig a fázistolás.

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| * e^{j\varphi(\omega)}$$

$$H(j\omega) = \frac{(R_1 + R_2)C * j\omega + 1}{R_1 C * j\omega + 1} = \frac{6,28j + 1}{0,31j + 1} = 6,07 * e^{j1,11} \text{ (Euler alak, szög radiánban)}$$

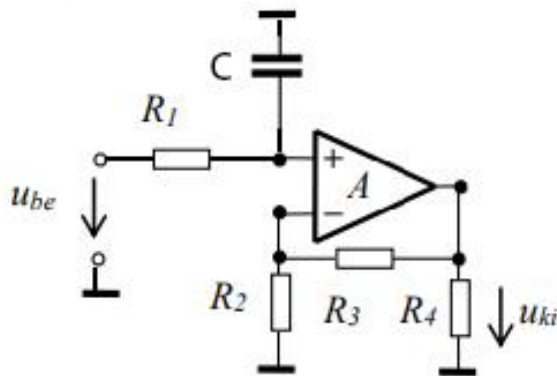
$$|H(j\omega)| = 6,07 \quad \varphi = 1,11 \text{ rad}$$

Számológép függő hogyan jelenik meg az eredmény például így írja ki: $6,07 \angle 1,11$

A fent található behelyettesítésre és számológéppel számolt eredményre a KZH-n maximális pontot kaptam, nem muszáj a négyzetre emeléses gyökvonásos abszolútérték és az arctan-os szögszámítás kézzel való levezetése, ha a számológép megmondja komplex alakban.

(a komplex tagot csak a villamosmérnökök írják j-vel a számológépbe i-vel kell bevinni)

2. Adott az alábbi kapcsolás:



$$R_1 = R_2 = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

- Mekkora a kapcsolás feszültségerősítése DC-n?
- Írja fel a kapcsolás feszültségerősítését a komplex frekvencia (s) függvényében, megadva a törésponti frekvenciák értékét.
- Mekkora a kapcsolás feszültségerősítésének abszolút értéke és fázistolása $f=10\text{kHz}$ -en?

- Egyenáramon a kondenzátor kiesik, R1-en nem folyik áram, R4 pedig a terhelő ellenállás így nem vesz részt az átvitelben.

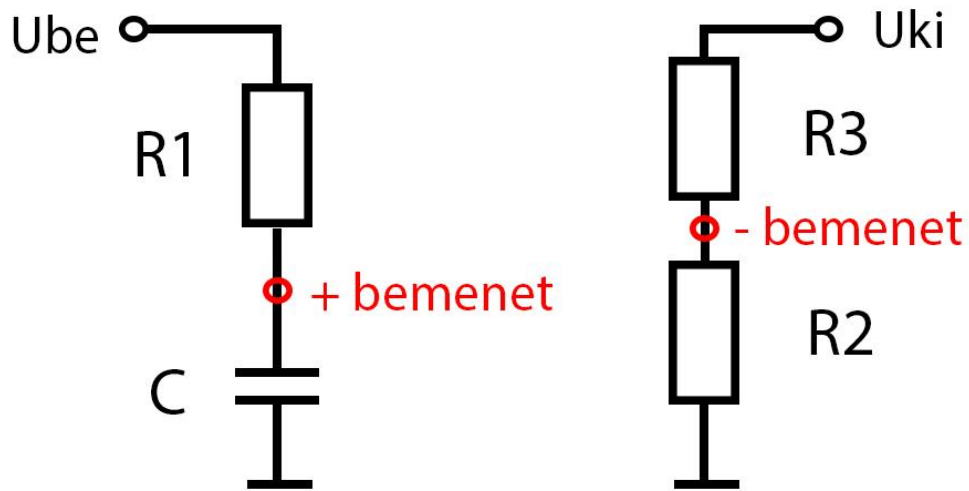
$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} = 2$$

- A bemenet leoszlik a kondi ellenállásán és az R1-n. A kondin eső feszültség a műveleti erősítő + bemenetének a potenciálja és mivel ideális így a - bemenetének is ugyan az. A - bemenet potenciálja továbbá megegyezik az R2-n eső feszültséggel. Uki R2 és R3 ellenálláson esik.

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{\frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}} * \frac{R_2 + R_3}{R_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 C s + R_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} * \frac{1}{R_1 C s + 1} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} * \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{5 \text{ k}\Omega * 10 \text{ nF}} = 20 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Lehet úgy is gondolni rá mintha (R_1, C) és (R_2, R_3) külön-külön hálózat lenne és a műveleti erősítő a kondenzátor potenciálját áttenné az R_2 ellenállásra. (áram nem megy át)



(c)

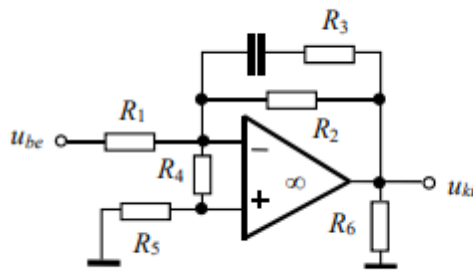
$$H(j\omega) = |H(j\omega)| * e^{j\varphi(\omega)}$$

$$H(j\omega) = \frac{R_2 + R_3}{R_2} * \frac{1}{R_1 C j\omega + 1} = \frac{5k\Omega + 5k\Omega}{5k\Omega} * \frac{1}{(5k\Omega * 10nF * 2\pi * 10kHz)j + 1} =$$

$$= 2 * \frac{1}{3,14j + 1} = 0,61 * e^{-j1,26}$$

Amplitúdó: $|H(j\omega)| = 0,61$ Fázis: $\varphi = -1,26rad = -1,26 * 57,3 = -72,198^\circ$

3. Adott az alábbi kapcsolás:



A műveleti erősítő ideális.

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 40 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 6 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_6 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

- (a) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítése DC-n?
 (b) Írja fel a kapcsolás feszültségerősítését a komplex frekvencia (s) függvényében, megadva a törésponti frekvenciák értékét.
 (c) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítésének abszolút értéke és fázistolása f=5kHz-en?

- (a) Egyenáramon a kondenzátor szakadás, ezáltal C és R3 kiesik. A műveleti erősítő két bementén a potenciál ugyan akkora, így R4 két lábán is ugyan akkora, tehát nincs rajta feszültségesés ezért áram se folyik. Ha R4-en nem folyik áram és a műveleti erősítő bemenetéből sem (definíció szerint) akkor R5-ön se folyik áram. R6 a terhelő ellenállás az átvitelben nem vesz részt. Így egyenáramon egy invertáló alapkapsolást kapunk.

(b feladatból is megkapható f=0 helyettesítéssel)

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = -\frac{R_2}{R_1} = -4$$

- (b) R4, R5, R6 még mindig nem játszik és nem is fog ezután se, frekvenciafüggésnél a C és R3 csatlakozik be. Ha az R2, R3 és C-t egy Z impedanciának tekintjük akkor ismét egy invertáló alapkapsolást kapunk.

$$\begin{aligned} \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= -\frac{Z}{R_1} = -\frac{R_2 \cdot \left(R_3 + \frac{1}{sC}\right)}{R_1} = -\frac{R_2 \cdot \left(R_3 + \frac{1}{sC}\right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{sC}} = -\frac{R_2 R_3 C s + R_2}{(R_2 + R_3) R_1 C s + R_1} = \\ &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3 C s + 1}{(R_2 + R_3) C s + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_{01}} + 1}{\frac{\omega}{\omega_{02}} + 1} \end{aligned}$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{R_3 C} = \frac{1}{10 \text{ k}\Omega \cdot 10 \text{ nF}} = 10 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

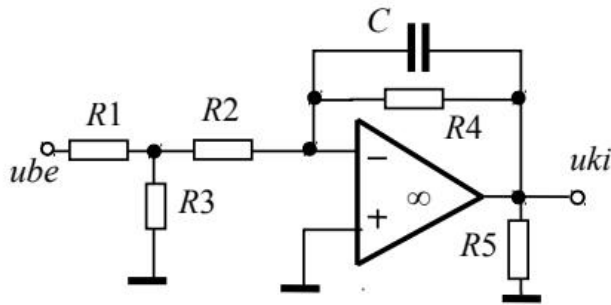
$$\omega_{02} = \frac{1}{(R_2 + R_3) C} = \frac{1}{(40 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega) \cdot 10 \text{ nF}} = 2 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- (c) f=5kHz

$$\begin{aligned} H &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3 C j \omega + 1}{(R_2 + R_3) C j \omega + 1} = -\frac{40 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \cdot \frac{(10 \text{ k}\Omega \cdot 10 \text{ nF} \cdot 2\pi \cdot 5 \text{ kHz}) j + 1}{((40 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega) \cdot 10 \text{ nF} \cdot 2\pi \cdot 5 \text{ kHz}) j + 1} = \\ &= -4 \cdot \frac{3,14 j + 1}{15,71 j + 1} = 0,83 \cdot e^{j2,9} (\text{rad}) \end{aligned}$$

$$\text{Amplitúdó: } |H(j\omega)| = \left| \frac{U_{ki}}{U_{be}} \right| = 0,83, \quad \text{Fázis: } \varphi = 2,9 \text{ rad} = 2,9 \cdot 57,3 = 166,17^\circ$$

4. Adott az alábbi kapcsolás



A műveleti erősítő ideális.

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

- (a) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítése DC-n?
 (b) Írja fel a kapcsolás feszültségerősítését a komplex frekvencia (s) függvényében, megadva a törésponti frekvenciák értékét.
 (c) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítésének abszolút értéke és fázistolása $f=2\text{kHz}$ -en?

- (a) A kondenzátor szakadás, R_5 a terhelő ellenállás így ezek nem számítanak az átvitelbe. A bemeneten a feszültségosztóban az U_{be} leoszlik R_1 , R_2 és R_3 között. R_2 és R_3 párhuzamosan kapcsolódik, mivel az R_3 földhöz csatlakozik, a műveleti erősítő + bemenete földelve van tehát a - bemenet potenciálja is 0, ezáltal az R_2 is földhöz csatlakozik. A bemeneti leosztás után egy invertáló alkapcsolással van dolgunk.

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 \times R_3 + R_1} \times \frac{-R_4}{R_2} = \frac{1}{3} \times \frac{-30 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} = -1$$

- (b) A kondi becsatlakozik a játékba, de ez szintén felírható egy invertáló alkapcsolásként C -t és R_4 -t egy impedanciának tekintve.

$$\begin{aligned} \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= \frac{R_2 \times R_3}{R_2 \times R_3 + R_1} \times \frac{-R_4 \times \frac{1}{sC}}{R_2} = \frac{-1}{3} \times \frac{R_4 \times \frac{1}{sC}}{R_2} = \frac{-1}{3} \times \frac{R_4 \times \frac{1}{sC}}{R_2 R_4 + \frac{R_2}{sC}} = \\ &= \frac{-1}{3} \times \frac{R_4}{R_2 R_4 C s + R_2} = \frac{-1}{3} \times \frac{R_4}{R_2} \times \frac{1}{R_4 C s + 1} = \frac{-1}{3} \times \frac{R_4}{R_2} \times \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1} \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_4 C} = \frac{1}{30 \text{ k}\Omega \times 10 \text{ nF}} = 3,33 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

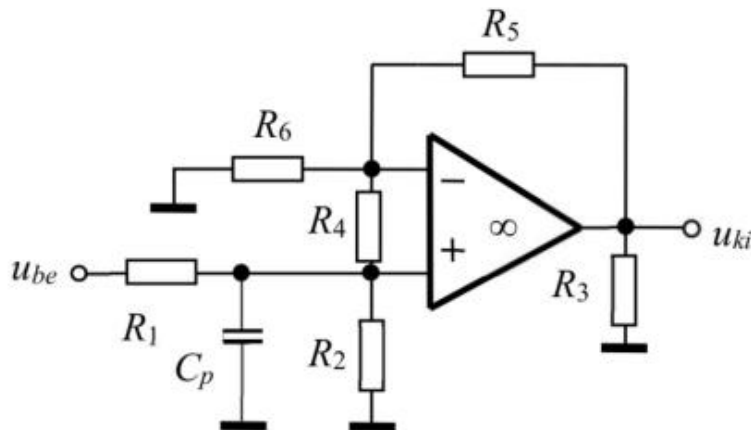
- (c) $f=2\text{kHz}$

$$\begin{aligned} \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= \frac{R_2 \times R_3}{R_2 \times R_3 + R_1} \times \frac{R_4}{R_2} \times \frac{1}{R_4 C s + 1} = \frac{-1}{3} \times 3 \times \frac{1}{(30 \text{ k}\Omega \times 10 \text{ nF} \times 2\pi \times 2 \text{ kHz})j + 1} = \\ &= -\frac{1}{3,77j + 1} = 0,26 \times e^{j1,83} \end{aligned}$$

Amplitúdó: $|H(j\omega)| = \left| \frac{U_{ki}}{U_{be}} \right| = 0,26$ Fázis: $\varphi = 1,83 \text{ rad} = 1,83 \times 57,3 = 104,859^\circ$

5. Adott az alábbi kapcsolás

$R_1=11\text{k}\Omega$, $R_2=42\text{k}\Omega$, $R_3=10\text{k}\Omega$, $R_4=40\text{k}\Omega$, $R_5=44\text{k}\Omega$, $R_6=10\text{k}\Omega$, $C_p=25\text{pF}$



- (a) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítése DC-n?
 (b) Írja fel a kapcsolás feszültségerősítését a komplex frekvencia (s) függvényében, megadva a törésponti frekvenciák értékét.
 (c) Mekkora a kapcsolás feszültségerősítésének abszolút értéke és fázistolása $f=2\text{MHz}$ -en?

- (a) A kondenzátor szakadás egyenáramon, R_3 terhelés ezért nem vesz részt az átvitelben, R_4 mindkét lábán ugyan az a potenciál van a műveleti erősítő bemenetei miatt ezáltal nem folyik rajta áram.

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} * \frac{R_6 + R_5}{R_6} = 4,28$$

- (b) Az R_4 és R_3 itt sem játszik csak a C_p csatlakozott be.

$$\begin{aligned} \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC_p}}{R_2 \cdot \frac{1}{sC_p} + R_1} * \frac{R_6 + R_5}{R_6} = \frac{R_2 * \frac{1}{sC_p}}{R_2 + \frac{1}{sC_p}} * \frac{R_6 + R_5}{R_6} = \frac{\frac{R_2}{sC_p}}{\frac{R_2}{sC_p} + R_1 + \frac{R_1}{sC_p}} * \frac{R_6 + R_5}{R_6} \\ &= \frac{R_2}{R_2 + R_1 R_2 C_p s + R_1} * \frac{R_6 + R_5}{R_6} = \frac{R_6 + R_5}{R_6} * \frac{R_2}{R_2 + R_1} * \frac{1}{\frac{R_1 R_2 C_p}{R_2 + R_1} s + 1} = \\ &= \frac{(R_6 + R_5) R_2}{R_6 (R_2 + R_1)} * \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1} \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2 C_p} = 4,589\text{M} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- (c)

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{(R_6 + R_5) R_2}{R_6 (R_2 + R_1)} * \frac{1}{\frac{R_1 R_2 C_p}{R_2 + R_1} j\omega + 1} = 4,28 * \frac{1}{2,74j + 1} = 1,47 * e^{-j1,22}$$

Amplitúdó: $|H(j\omega)| = \left| \frac{U_{ki}}{U_{be}} \right| = 1,47$ Fázis: $\varphi = -1,22\text{rad} = -1,22 * 57,3 = -69,906^\circ$

Vérgázanalízis

1. Vérgáz analizátorban pH méréshez az alábbi koncentrációjú referenciaoldatokat használjuk:

$$pH(\text{std1}) = 6,500, \quad pH(\text{std2}) = 7,150.$$

A mintatérben levő elektródhoz kapcsolódó analóg erősítő kimenetén az alábbi feszültségeket mérjük:

std1 oldat mintatérbe juttatása esetén: 1000mV,

std2 oldat mintatérbe juttatása esetén: 1900mV.

(a) Az analóg erősítő kimenetén 2200 mV-t mérünk. Milyen tartományban lehet a bejuttatott minta pH értéke, ha a referencia oldatok pH értékének tűrése $\pm 0,004$?

(b) Hogyan változik az (a) pont szerint kiszámolt tartomány, ha a pH(std2) oldatból csak $\pm 0,008$ tűrésűt tudunk beszerezni?

(a)

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + \frac{pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})}{U(\text{std2}) - U(\text{std1})} [U(x) - U(\text{std1})]$$

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + (pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})) * \frac{2,2V - 1V}{1,9V - 1V} = \frac{4}{3}pH(\text{std2}) - \frac{1}{3}pH(\text{std1})$$

$$\text{névtelen: } pH(x) = \frac{4}{3} * 7,15 - \frac{1}{3} * 6,5 = 7,367$$

$$\text{min: } pH(x) = \frac{4}{3} * (7,15 - 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 + 0,004) = 7,360$$

$$\text{max: } pH(x) = \frac{4}{3} * (7,15 + 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 - 0,004) = 7,373$$

Azt, hogy a minimum és maximum keresésnél a tűrést hozzáadjuk vagy kivonjuk az adott std1 vagy std2 pH-ból az előtte lévő szorzó előjele határozza meg.

Minimum keresésnél a pozitív szorzóval rendelkezőket csökkentjük (ebben a feladatban std1-nek $+\frac{4}{3}$ a szorzója ezért kivontunk belőle) és a negatív szorzóval rendelkezőket növeljük (ebben a feladatban std2-nek $-\frac{1}{3}$ a szorzója ezért kivontunk belőle). Ha mindkettőnek pozitív lenne a szorzója mindkettőből kivonnánk, ha mindkettőnek negatív akkor pedig mindkettőhöz hozzáadnánk. Maximum keresésnél pont fordítva csináljuk a negatív szorzóval rendelkezőkből kivonunk és a pozitív szorzóval rendelkezőkhöz hozzáadunk.

Igazából 4 lehetőség van std1-hez ill. std2-höz hozzáadni/kivonni a tűrést, ha nagyon nem érted nézd meg az összes lehetőséget és a legkisebb a minimum a legnagyobb pedig a maximum.

A 4 lehetőség az alábbi:

$$H(x) = \frac{4}{3} * (7,15 + 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 + 0,004) = 7,3707$$

$$H(x) = \frac{4}{3} * (7,15 - 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 + 0,004) = 7,3600$$

$$H(x) = \frac{4}{3} * (7,15 + 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 - 0,004) = 7,3733$$

$$H(x) = \frac{4}{3} * (7,15 - 0,004) - \frac{1}{3} * (6,5 - 0,004) = 7,3627$$

A 2. sorban lévő a legkisebb ezért az a minimum a 3. sorban lévő a legnagyobb ezért a maximum.

(b)

Az std2-es oldatnál a 0,004-et ki kell cserélni 0,008-ra. (az egyenletben azt írtam előre)

$$\text{min: } pH(x) = \frac{4}{3} * (7,15 - 0,008) - \frac{1}{3} * (6,5 + 0,004) = 7,355$$

$$\text{max: } pH(x) = \frac{4}{3} * (7,15 + 0,008) - \frac{1}{3} * (6,5 - 0,004) = 7,379$$

2. Véggáz analizátorban pH méréshez az alábbi koncentrációjú referenciaoldatokat használjuk:
 $pH(\text{std1}) = 6,500$, $pH(\text{std2}) = 7,800$.

A mintatérben levő elektródhoz kapcsolódó analóg erősítő kimenetén az alábbi feszültségeket mérjük:

std1 oldat mintatérbe juttatása esetén: 1000 mV,

std2 oldat mintatérbe juttatása esetén: 2000 mV.

a.) Milyen tartományban lehet a bejuttatott minta pH értéke, ha az erősítő kimenetén mért feszültség

1650 mV és a referencia oldatok pH értékének tűrése $\pm 0,004$?

b.) Az egyik referenciaoldatból (vagy std1 vagy std2) tudunk $\pm 0,002$ tűrésűt beszerezni. Hasonló pH értékű minták méréséhez melyik referenciaoldatból válasszuk a kisebb tűrésűt és miért?

(a)

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + \frac{pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})}{U(\text{std2}) - U(\text{std1})} [U(x) - U(\text{std1})]$$

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + (pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})) \frac{U(x) - U(\text{std1})}{U(\text{std2}) - U(\text{std1})}$$

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + (pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})) \frac{1,65V - 1V}{2V - 1V}$$

$$pH(x) = 0,65 pH(\text{std2}) + 0,35 pH(\text{std1})$$

névleges: $pH(x) = 0,65 * 7,8 + 0,35 * 6,5 = 7,345$

$$\text{min: } pH(x) = 0,65 * (7,8 - 0,004) + 0,35 * (6,5 - 0,004) = 7,341$$

$$\text{max: } pH(x) = 0,65 * (7,8 + 0,004) + 0,35 * (6,5 + 0,004) = 7,349$$

(b) Az std2-es oldatból mivel az 0,65-ös szorzóval szerepel ami nagyobb mint az std1-es 0,35-e így az eredményben nagyobb a súlya.

A feladat megoldásához a fenti indoklás elegendő, de a különbséget számszerűen is meg lehet adni.

std2 választása esetén:

$$\text{min: } pH(x) = 0,65 * (7,8 - 0,002) + 0,35 * (6,5 - 0,004) = 7,3423$$

$$\text{max: } pH(x) = 0,65 * (7,8 + 0,002) + 0,35 * (6,5 + 0,004) = 7,3477$$

$$\Delta pH(x) = pH(x)_{max} - pH(x)_{min} = 0,0054$$

std1 választása esetén:

$$\text{min: } pH(x) = 0,65 * (7,8 - 0,004) + 0,35 * (6,5 - 0,002) = 7,3417$$

$$\text{max: } pH(x) = 0,65 * (7,8 + 0,004) + 0,35 * (6,5 + 0,002) = 7,3483$$

$$\Delta pH(x) = pH(x)_{max} - pH(x)_{min} = 0,0066$$

Láthatóan std2 választása esetén kisebb a $\Delta pH(x)$, ezáltal kisebb a pontatlansága az eredménynek.

3. Véggáz analizátorban pH méréshez az alábbi koncentrációjú referenciaoldatokat használjuk:

$$pH(\text{std1}) = 6,300, \quad pH(\text{std2}) = 7,150.$$

A mintatérben levő elektródhoz kapcsolódó analóg erősítő kimenetén az alábbi feszültségeket mérjük:

std1 oldat mintatérbe juttatása esetén: 1000 mV,

std2 oldat mintatérbe juttatása esetén: 1900 mV.

a.) Mekkora a kimeneten mért feszültség ha tudjuk, hogy a keresett oldat $pH(x)=7,400$?

b.) Milyen tartományban változik az oldat pH-ja ha tudjuk, hogy a referencia oldatok pH-jának a tűrése $\pm 0,004$?

(a)

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + \frac{pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})}{U(\text{std2}) - U(\text{std1})} [U(x) - U(\text{std1})]$$

$$U(x) = \frac{pH(x) - pH(\text{std1})}{pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})} + U(\text{std1}) = \frac{7,4 - 6,3}{7,15 - 6,3} + 1000\text{mV} = 2164,7\text{mV}$$

(b)

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + (pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})) \frac{U(x) - U(\text{std1})}{U(\text{std2}) - U(\text{std1})}$$

$$pH(x) = pH(\text{std1}) + (pH(\text{std2}) - pH(\text{std1})) * \frac{2164,7\text{mV} - 1000\text{mV}}{1900\text{mV} - 1000\text{mV}}$$

$$pH(x) = 1,294pH(\text{std2}) - 0,294pH(\text{std1})$$

névleges ((a) feladat ellenőrzése): $pH(x) = 1,294 * 7,15 - 0,294 * 6,3 = 7,3999 \approx 7,4$

$$\text{min: } pH(x) = 1,294 * (7,15 - 0,004) - 0,294 * (6,3 + 0,004) = 7,394$$

$$\text{max: } pH(x) = 1,294 * (7,15 + 0,004) - 0,294 * (6,3 - 0,004) = 7,406$$

3. KZH

Ultrahang

1. Ultrahang (UH) vizsgálatot végzünk 8 MHz-es frekvenciával.

(a) Az UH lágyszövetben legfeljebb mekkora utat tehet meg anélkül, hogy intenzitása a kiinduló érték 1 %-a alá csökkenne? Lágyszövetre a leosztás $b = 0,6 \text{ dB}(\text{cmMHz})$, az akusztikus impedancia $Z = 1,5 \text{ kg/m}^2 \text{ s}10^{-6}$.

(b) A bőr alatt 2 cm-rel van egy $Z = 1,8 \text{ kg/m}^2 \text{ s}10^{-6}$ akusztikus impedanciájú képlet. Milyen mértékben oszódik le az UH intenzitás a lágyszövetben megtett 2 x 2 cm-es út és a visszaverődés eredményeként?

(a)

A csillapítás mértéke cm-enként:

$$b * f = 0,6 \text{ dB} \left(\frac{1}{\text{cmMHz}} \right) * 8 \text{ (MHz)} = 4,8 \text{ dB} \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$$

Az intenzitás 1%-ra csökkenése:

$$\frac{I_x}{I_0} = 0,01$$

$$\frac{I_x}{I_{0 \text{ dB}}} = 10 \lg(0,01) = -20 \text{ dB}$$

Megtett út:

$$s = \frac{\frac{I_x}{I_{0 \text{ dB}}}}{b} = \frac{20 \text{ dB}}{4,8 \text{ dB} (\text{cm})} = 4,17 \text{ cm}$$

(b)

Megtett út csillapítása:

$$b * s = 4,8 \text{ dB} \left(\frac{1}{\text{cm}} \right) * 4 (\text{cm}) = 19,2 \text{ dB}$$

Mivel az ultrahang adó és a vevő egy helyen van, ezért a 2cm mélyen lévő anyagról, míg visszaverődik a hullám 4cm-t tesz meg az oda és vissza út alatt.

(azért pozitív a dB érték, mivel előre megmondjuk, hogy csillapításról beszélünk, általánosan ha nem mondunk róla semmit akkor csillapítás esetén negatív értéknek kell lennie)

Visszaverődés csillapítása:

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 = \left(\frac{1,8 \frac{kg}{m^2s} - 1,5 \frac{kg}{m^2s}}{1,8 \frac{kg}{m^2s} + 1,5 \frac{kg}{m^2s}} \right)^2 = \frac{1}{121}$$

$$R_{dB} = 10 \lg \left(\frac{1}{121} \right) = -20,83dB$$

Teljes csillapítás:

$$(b * s) + R_{dB} = 19,2dB + 20,83dB = 40,03dB$$

2. Ultrahang (UH) vizsgálatot végzünk 4 MHz-es frekvenciával.

(a) Az UH lágyszövetben legfeljebb mekkora utat tehet meg anélkül, hogy intenzitása a kiinduló érték 1 %-a alá csökkenne? Lágyszövetre a leosztás $b = 0,8 \text{ dB}(\text{cmMHz})$, az akusztikus impedancia $Z = 1,2 \text{ kg/m}^2\text{s}10^{-6}$.

(b) A bőr alatt 3 cm-rel van egy $Z = 1,6 \text{ kg/m}^2\text{s}10^{-6}$ akusztikus impedanciájú képlet. Milyen mértékben csökken az UH intenzitása a lágyszövetben megtett 2 x 3 cm-es út és a visszaverődés eredményeként?

(a)

A csillapítás mértéke cm-enként:

$$b * f = 0,8dB \left(\frac{1}{\text{cmMHz}} \right) * 4 \text{ (MHz)} = 3,2dB \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$$

Az intenzitás 1%-ra csökkenése:

$$\frac{I_x}{I_0} = 0,01$$

$$\frac{I_x}{I_{0dB}} = 10 \lg(0,01) = -20dB$$

Megtett út:

$$s = \frac{\frac{I_x}{I_{0dB}}}{b} = \frac{20dB}{3,2dB \text{ (cm)}} = 6,25cm$$

(b)

Megtett út csillapítása:

$$b * s = 3,2dB \left(\frac{1}{cm} \right) * 6cm = 19,2dB$$

Visszaverődés csillapítása:

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 = \left(\frac{1,6 \frac{kg}{m^2s} - 1,2 \frac{kg}{m^2s}}{1,6 \frac{kg}{m^2s} + 1,2 \frac{kg}{m^2s}} \right)^2 = \frac{1}{49}$$

$$R_{dB} = 10 \lg \left(\frac{1}{49} \right) = -16,90dB$$

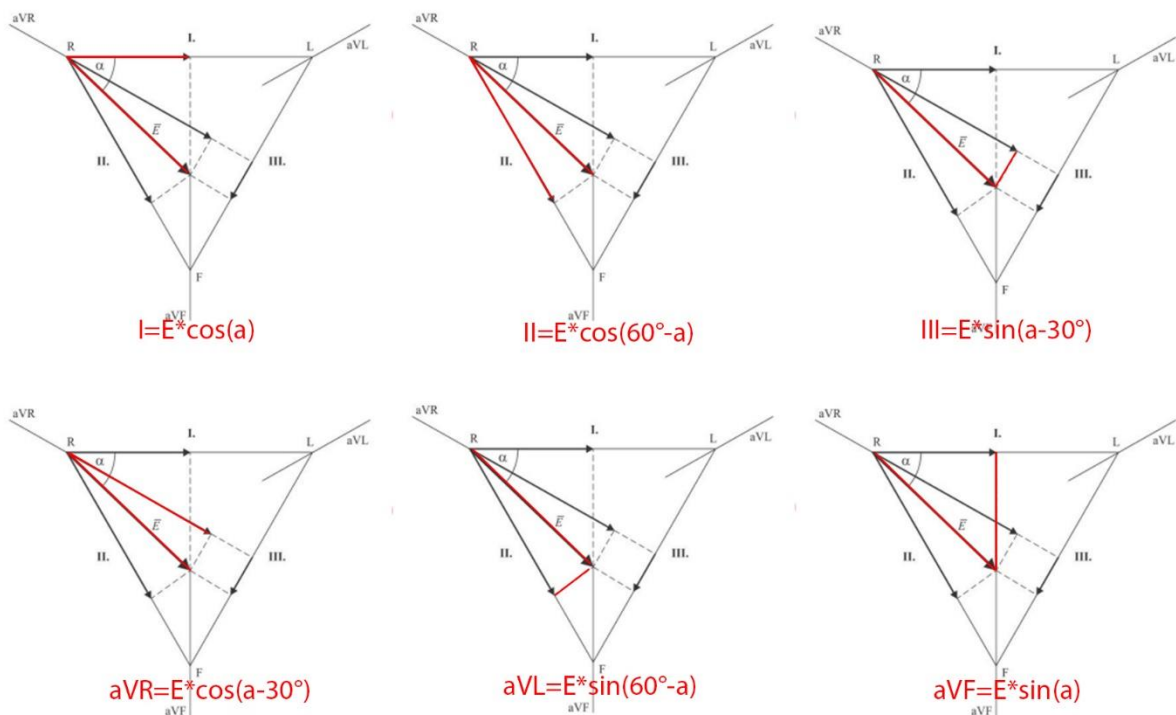
Teljes csillapítás:

$$(b * s) + R_{dB} = 19,2dB + 16,90dB = 36,1dB$$

EKG

1. Frontális síkban készítünk EKG felvételt, az Einthoven I. és III. elvezetést tároljuk. E két elvezetés alapján állítjuk elő a frontális sík többi elvezetését. Egy adott időpontban az I. elvezetésben 0,8 mV-ot, a III. elvezetésben 0,2 mV-ot mérünk. Számítsa ki az ehhez az időponthoz tartozó
- eredő vektor frontális síkra eső vetületének abszolút értékét és a vízszintessel bezárt szögét,
 - feszültség értékét az Einthoven II. elvezetésben,
 - feszültség értékét az aVL elvezetésben, az eredő vektor vetületeként.

Az Einthoven háromszöget felrajzolva megkaphatjuk a szükséges egyenletet. A E-t mindig az átfogónak kell választani és megnézni, hogy a keresett vektor milyen szögét zár be vele.



Trigonometrikus azonosságok:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) - \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$tg(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

(a)

$$I = E * \cos(\alpha)$$

$$III = E * \sin(\alpha - 30^\circ)$$

A két egyenlet osztásával az alábbi képletet kapjuk:
(érdeemes mindig azt osztani a másikkal, amelyiknél a szögben kivonás van)

$$\frac{III}{I} = \frac{E * \sin(\alpha - 30^\circ)}{E * \cos(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha) \cos(30^\circ) - \cos(\alpha) \sin(30^\circ)}{\cos(\alpha)} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\alpha) - \frac{1}{2} \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{1}{2}$$

Tehát a rendezgetések után az alábbi alakot kapjuk:

$$\frac{III}{I} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\left(\frac{III}{I} + \frac{1}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\left(\frac{0,2mV}{0,8mV} + \frac{1}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 40,89^\circ$$

Az eredeti képletbe visszahelyettesítve és átrendezve:

$$E = \frac{I}{\cos(\alpha)} = \frac{0,8mV}{\cos(40,89^\circ)} = 1,06mV$$

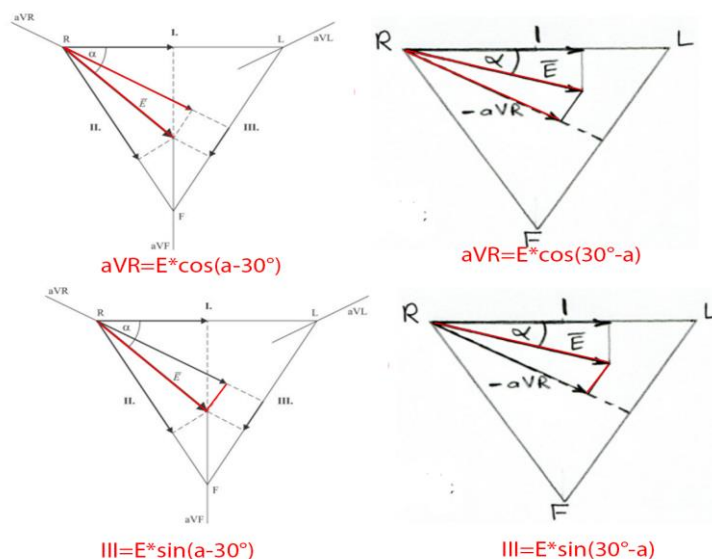
(b)

$$II = E * \cos(60^\circ - \alpha) = 1,06mV * \cos(60^\circ - 40,89^\circ) = 1mV$$

(c)

$$aVL = E * \sin(60^\circ - \alpha) = 1,06mV * \sin(60^\circ - 40,89^\circ) = 0,35mV$$

Jegyzetben valahol az E az aVR fölé és valahol az aVR alá van rajzolva, ami alapján a szögfüggvények argumentumában a kivonás megcserélődik. A cos-nál egyáltalán nem számít teljesen ugyan az jön ki, ha pedig sin-os akkor a -1-szerese így abszolútértékben ugyan az lesz a szög.



2. Az R hullám csúcspontját az Einthoven I. elvezetésben 0,8 mV-nak, a II. elvezetésben 0,9 mV-nak mérjük. Számítsa ki

a.) eredő vektor frontális síkra eső vetületének abszolút értékét és a vízszintessel bezárt szögét,

b.) feszültség értékét az aVF elvezetésben

a)

$$I = E * \cos(\alpha)$$

$$II = E * \cos(60^\circ - \alpha)$$

$$\begin{aligned} \frac{II}{I} &= \frac{E * \cos(60^\circ - \alpha)}{E * \cos(\alpha)} = \frac{\cos(60^\circ) \cos(\alpha) + \sin(60^\circ) \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \cos(60^\circ) + \sin(60^\circ) \operatorname{tg}(\alpha) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\frac{II}{I} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{0,9\text{mV}}{0,8\text{mV}} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

A vízszintessel bezárt szög:

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{5\sqrt{3}}{12}\right) = 35,82^\circ$$

Az eredő vektor frontális síkra eső vetületének abszolút értéke:

$$E = \frac{I}{\cos(\alpha)} = \frac{0,8\text{mV}}{\cos(35,82^\circ)} = 0,99\text{mV}$$

b)

$$aVF = E * \sin(\alpha) = 0,99\text{mV} * \sin(35,82^\circ) = 0,58\text{mV}$$

Irodalomjegyzék

- [1] Könyv: Orvosbiológiai mérés technika (Jobbágy Ákos, Varga Sándor)
- [2] Orvosbiológiai mérés technika órán kiadott segédanyagok
- [3] Villamosmérnöki BSc záróvizsga műveleti erősítő feladatok