**1. feladat (4+8=12 pont)**
Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorozatokra tanult rendőr-elvet!

**2. feladat (4+8=12 pont)**
a) Mondja ki a numerikus sorokra tanult gyökkritérium limeszes alakját!
b) Konvergens-e a következő sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n^2+n}$$

**3. feladat (4+5=9 pont)**
a) Mondja ki az átviteli elvet! (Függvények és sorozatok határértéke között teremt kapcsolatot.)
b) Létezik-e a következő határérték? (Ha igen, számolja ki, ha nem, igazolja állítását!)

$$\lim_{x\to\infty} x^2\sin(2x)$$

**4. feladat (12 pont)**

$$f(x)=\ln(2+3x^2)$$

Vizsgálja meg a függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából! Hol van a függvénynek lokális szélsőértéke, inflexiós pontja?

**5. feladat (5+5+5=15 pont)**

$$a)\quad \int (2x+1)\sin(5x)\,dx=?\qquad b)\quad \int_{x=0}^{\pi}\sin^3(x)\,dx=?\qquad c)\quad \int \frac{1}{x^2+7x+6}\,dx=?$$

**6. feladat (4+3=7 pont)**
Az $y''(x)+6y'(x)+cy(x)=5e^{-2x}$ egyenletben határozza meg a $c\in\mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy külső rezonancia legyen! Milyen alakban kereshető ebben az esetben az inhomogén egyenlet partikuláris megoldása? (Az egyenletet nem kell megoldani!)

**7.* feladat (10 pont)**
Hol és milyen jellegű lokális szélsőértéke van a függvénynek?

$$f(x,y)=x^3+y^3-3xy$$

**8.* feladat (8 pont)**
Cserélje fel az integrálok sorrendjét és számolja ki az integrált!

$$\int_{x=0}^{2}\left(\int_{y=x/2}^{1}e^{y^2}\,dy\right)dx$$

**9.* feladat (7+8=15 pont)**
a) Definiálja két függvény *konvolúcióját*! Igazolja, hogy a konvolúció kommutatív!
b) Határozza meg a következő függvény Fourier-transzformáltját!

$$f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & \text{ha } x\ge 0,\\ 0, & \text{ha } x<0,\end{cases}\qquad \mathcal{F}[f]=?$$

---

A $*$-al jelölt feladatokból legalább 12 pontot el kell érni!