ANALÍZIS 1. | **I. Pót/javító Zh** | **2019. november 5.**

Mérnökinformatikus szak | α-variáns | Munkaidő: 75 perc

---

1. feladat (15 pont)
Határozza meg az alábbi mennyiség valós és képzetes részét!

$$\frac{3+2\mathrm{i}}{3-4\mathrm{i}} + (1+\mathrm{i})^5$$

2. feladat (5+10=15 pont)
a) Adja meg a $\lim_{n\to\infty} a_n = A$ definícióját!
b) A definíció alapján mutassa meg, hogy $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{15n^3-30n^2}{n^2(5n-4)} = 3$!

3. feladat (8+8+8+8=32 pont)
Számolja ki az alábbi sorozatok határértékét:

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{n^3+3n}{3n^2+5}}, \qquad b_n = \sqrt{4n^2+3n-4} - 2n,$$

$$c_n = \left(\frac{3n-1}{3n+2}\right)^{2n}, \qquad d_n = \left(\frac{2n+3}{3n+4}\right)^{n+3}.$$

4. feladat (20 pont)
Igazolja, hogy $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 4 + \sqrt{a_n - 2}$ rekurzióval megadott sorozat minden elemére teljesül, hogy $a_n < 6$! Konvergens a sorozat? Állítását igazolja, és konvergencia esetén adja meg a határértéket!

5. feladat (18 pont)
Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz szuperiorját, illetve limesz inferiorját! Létezik-e határérték?

$$a_n = \cos\left(n\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{2n^3-3n}{(n+1)^3}$$

IMSC feladat (8 IMSC pont)
Konstruáljon egy valós számsorozatot, melynek torlódási pontjai a pozitív egész számok!