# 2. Villamosmérnök szigorlat

2016. június 10.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

**Név:**

**Neptun kód:** | | | | | | |

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**A szigorlaton semmilyen segédeszköz nem használható!**

1. (**20 pont**)
   Végezzen teljes függvényvizsgálatot az
   $$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$
   függvényen és vázolja fel a függvényt!

2. (**10+10+10 pont**)

   (a)
   $$\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2}\,\mathrm{d}\,x = ?,$$

   (b)
   $$\iint_T \frac{e^{y-2x}}{x+y+1}\,\mathrm{d}\,T = ?,$$
   ahol $T$ az $y = 2x$, $y = 2x + 3$, $y = -x$ és $y = -x + 6$ egyenesek által közrezárt korlátos tartomány.

   (c) Határozza meg a $z = x^2 + y^2$ és a $z = 27 - 2x^2 - 2y^2$ felületek által közrezárt korlátos térrész térfogatát!

3. (**20 pont**)
   A $P_1(0,0)$, $P_2(1,0)$, $P_3(0,1)$ csúcspontokkal adott háromszöglap mely pontjaiban a legnagyobb, illetve a legkisebb a csúcsoktól mért távolságok négyzetösszege?

4. (**5+5 pont**)

(a) Oldja meg a komplex számok körében a $z^6 + 16z^2 = 0$ egyenletet!

(b) Határozza meg a

$$(1 - \mathrm{i})^4 + \frac{\overline{(2+\mathrm{i})}^2}{3 - 4\,\mathrm{i}}$$

komplex szám algebrai alakját!

5. (**20 pont**)

Legyen $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ leképezés egy rögzített, nem nulla $\mathbf{a} = a_1\,\mathbf{i} + a_2\,\mathbf{j} + a_3\,\mathbf{k}$ vektorral vett vektoriális szorzás, azaz $T\,\mathbf{v} = \mathbf{a} \times \mathbf{v}$, minden $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ vektorra. Lineáris-e a $T$ leképezés? Amennyiben lineáris, adja meg a mátrixát az $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ bázisra vonatkozóan! Mi lesz $T$ képtere, magtere, rangja? Adja meg $T$ mátrixának sajátértékeit, sajátvektorait és determinánsát!