

1. feladat (12 pont)

Hol és milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x + 2}{|x + 2|}$$

2. feladat (4+12 pont)

a) Definiálja a valós értékű f függvény x_0 pontbeli deriváltját! (x_0 az értelmezési tartomány belső pontja.)

b) Deriválja az $|x + 1| \cdot \sin(2x + 2)$ függvényt értelmezési tartománya minden pontjában.

3. feladat (9+9+9+9 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arsh}(3x^2)}{\operatorname{arctg}(5x^2)}, & b) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x}{x+1} + \frac{1}{\ln(2+x)} \right), \\ c) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{2 \sin^2 x}}, & d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{ch}(3x+2)}{\operatorname{sh}(3x-4)} \end{array}$$

4. feladat (18 pont)

Adja meg azokat a legbővebb intervallumokat, melyeken az $f(x) = (x^2 - 8)e^{-x}$ függvény szigorúan monoton. Határozza meg a függvény maximumát, illetve minimumát a $[0, 5]$ intervallumon, amennyiben létezik.

5. feladat (18 pont)

A kétszer differenciálható $y = y(x)$ átmegy az $x_0 = -1$, $y_0 = -1$ ponton és x_0 egy környezetében kielégíti az alábbi implicit egyenletet:

$$y^3 + y^2 - x^2 + 2x = -3.$$

Határozza meg ezen függvény $(-1, -1)$ pontjabeli érintőegyenésének egyenletét! Van-e inflexiója a függvénynek az $x_0 = -1$ pontban?

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Igazolja, hogy páratlan függvény deriváltja páros, páros függvény deriváltja páratlan. Mit mondhatunk ez alapján a páros, illetve páratlan függvények monotonitásáról, illetve konvexitásáról?