

**1. feladat (20 pont)**

Írja le Weierstrass I. és II. tételét! Bizonyítsa be Weierstrass II. tételét!

**2. feladat (18 pont)**

a) Fogalmazza meg a számsorozatokra vonatkozó Cauchy-féle konvergencia kritériumot!

Ennek felhasználásával mutassa meg, hogy a  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  divergens!

b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = ?$

**3. feladat (10 pont)**

Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorokra vonatkozó majoráns kritériumot!

**4. feladat (13 pont)**

Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Newton–Leibniz tételt!

**5. feladat (15 pont)**

Határozza meg az

$$f(x) = x + xe^{3/x}$$

függvény  $+\infty$ -beli aszimptótáját!

**6. feladat (12 pont)**

$$f \in C_{\mathbb{R}}^0, \quad f(1) = -5, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

Indokolja meg, hogy  $f$ -nek van zérushelye!

**7. feladat (12 pont)**

$$x(t) = 2t + \pi \cos \pi t, \quad y(t) = (t-1)^3 + \cos \pi t$$

a) Mutassa meg, hogy a fenti paraméteres egyenletrendszer a  $t_0 = 1$  paraméterű  $x_0$  pont egy környezetében meghatároz egy  $y = f(x)$  függvényt!

b) Milyen lokális tulajdonsága van ennek az  $f$  függvénynek az  $x_0$  pontban?