

Sztochasztika I. zárthelyi

2010. április 1.

1. Adottak koordinátaikkal az általános helyzetű síkbeli $P_1, P_2, \dots, P_n, Q, R$ pontok. Javasoljon hatékony algoritmust annak az eldöntésére, hogy létezik-e 3 vagy 4 pont a P_i -k közül, amelyek konvex burka tartalmazza a $[Q, R]$ szakaszt.
2. Definiálja az IP nyelvosztályt, és mondja ki azt a két tételt, amelyet tanultunk róla (bizonyítás nem szükséges).
3. Mondja ki Lovász László lokális lemmáját, és vázolja a hipergráfok színezésével kapcsolatos alkalmazását.
4. Ismertesse a 2-univerzális hash-család fogalmát és az órán tanult alkalmazását (itt indoklások nem szükségesek).
5. Adja meg az RP nyelvosztály definícióját, és a vele kapcsolatban tanult tartalmazási relációkat. Ismertesse az RP -teszt fogalmát, és nevezzen meg hozzá konkrét példát.
6. Az n bites $x, y \in \{0, 1\}^*$ szavak egyenlőségét ujjlenyomat-módszerrel ellenőrizzük: egyenletes eloszlású véletlen p prímet választunk az $[1, n^3]$ intervallumból, majd az $f_p(x)$ és $f_p(y)$ ujjlenyomatokat összehasonlítjuk. Adjon minél jobb felső becslést a módszer $\mathbf{P}(f_p(x) = f_p(y) | x \neq y)$ hibavalószínűségére.
7. Az n különböző elemet tartalmazó $A[1 : n]$ tömböt gyorsrendezéssel rendezzük, és $n \geq 8$. Tegyük fel, hogy a tömb elemei növekvő sorrendben $e_1 < e_2 < \dots < e_n$. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az e_3 és e_8 elemeket valamikor *az első partícionáló fázis befejezése után* összehasonlítjuk.
8. Az F falomban a $k_1 < k_2 < \dots < k_n$ kulcsokat tároljuk. Az F -et tanult algoritmusokkal kezeljük, így az alakja függ a véletlen prioritások választásától. Jelentse A_{ij} azt az eseményt, hogy a k_i kulcsot tartalmazó csúcs őse a k_j -t tartalmazó csúcsnak. Igaz-e, hogy
 - (a) A_{31} és A_{42} független események?
 - (b) A_{42} és A_{52} független események?Indoklás szükséges.

A dolgozat összpontszáma 85. A feladatok közül az első öt 8-8 pontot ér, az utolsó három pedig 15–15-öt.