

GEOMETRIAI OPTIKA II. – A FÉNYTÖRÉS

Három fivér szarvasmarha-telepet vásárolt és elnevezték „Fókusz”-nak. Amikor apjuk megkérdezte, hogy miért választották ezt a nevet, így válaszoltak: „It's the place where the sons raise meat.”*

A szójáték W. B. Pietenpoltól származik
Colorado Egyetem, Fizikai Intézet Boulder, Colorado

37.1 Bevezetés

Ebben a fejezetben a geometriai optika áttekintését folytatva a fénysugarak útját kizárólag geometriai megfontolásokkal követjük. A fénytörés vagy *refrakció* akkor lép fel, ha a fénysugarak két különböző anyag határfelületére ferdén esnek be. Ez teszi lehetővé képalkotó lencsék kialakítását. A fénytörés alapján működnek a fényképezőgépek, távcsövek, mikroszkópok, szemüvegek, amelyek segítségével egyaránt megláthatjuk a parányi élőlényeket és az éjszakai égbolt félelmetesen hatalmas alakzatait.

37.2 Fénytörés sík felületen

A c univerzális állandó mindig a fény vákuumbeli terjedési sebességét jelöli. Bármilyen más közegben ez a sebesség kisebb. Ennek az az oka, hogy amikor a fény anyagi közegen halad keresztül, az atomok állandóan elnyelik, majd újra kisugározzák. A beeső fényhullám az atomokat a sugárzás elnyelésére készíti és arra, hogy maguk is rezegjenek a hullám frekvenciájával. A gondos elemzés azt mutatja, hogy az elektronok újra kisugározzák az elektromágneses hullámokat, ám *fázisban késve*. A fáziskésés az anyag elektron-sűrűségétől és természetes rezonanciafrekvenciáitól függ. A fáziskésés azt eredményezi, hogy az anyagban a hullám terjedési sebessége csökken.¹ Így a fény terjedési sebessége az anyagban c -nél kisebb. Levegőben a $v_{\text{levegő}}$ terjedési sebesség csak 0,03%-kal kisebb c -nél,

$$\frac{c}{v_{\text{levegő}}} = 1,00029 \quad (0^\circ\text{C és } 1 \text{ atm})$$

* Magyarul: „Ez az a hely, ahol a fiad húst termelnek.” Ha azonban a fenti mondatot a következőképpen írjuk: „It's the place where the sun's rays meet” (ami ugyanúgy hangzik, mint a fenti), akkor a jelentése: „Ez az a hely, ahol a napsugarak találkoznak.”

¹ Lásd pl. R.P. Feynman et al. Feynman-előadások, I. kötet, 31 fejezet Budapest, 19.. Műszaki Könyvkiadó

37-1 Táblázat Néhány anyagok törésmutatója.

Az anyag neve	Az n törésmutató a $\lambda \approx 550 \text{ nm}$ hullámhosszon
levegő (0°C, 1 atm)	1,00029
hidrogén (0°C, 1 atm)	1,00013
jég	1,31
víz	1,333 (= 4/3)
kvarcolvadék	1,46
koronaüveg	1,52
poliszitirén	1,59
flintüveg	1,66
dijodometán	1,75
gyémánt	2,42
tallium-jodid	2,76

37-1 ábra

„Elfáradt” fénysugár? Néhányan arra gondoltak, hogy a fény, miközben csillagászati távolságokon terjed, fokozatosan lelassul. Sajnos nem lehet összehasonlítani a terjedési sebességét egy laboratóriumi fényforrásból származó fénynek és mondjuk egy 10 milliárd fényévre lévő kvazárból eredő fénynek (amely a feltevés szerint már 10 milliárd éve úton van a tér mélységein keresztül.) Tekintettel arra, hogy a fény elnyelődik és újra kibocsátódik valahányszor atomokkal találkozik, definiálhatjuk az L kioltási hosszát úgy, mint azt az átlagos távolságot, melyet a fény az anyagon áthaladva megtesz, mielőtt valamelyik atom elnyelné és újra kibocsátaná. Ez az L hossz a térfogategységben lévő elektronok számától függ. Üvegdrabban $L \approx 10^{-6} \text{ m}$, levegőben $\approx 10^{-3} \text{ m}$. Így a kvazár fénye – amit teleszkópban látunk, valójában már magában a teleszkópban lévő levegőben keletkezett. Földkörüli pályán, a légkör felett keringő teleszkóp esetében a csillagközi gáz sűrűsége a mi Tejútrendszerünkben akkora, hogy $L \approx 2$ fényév, így aztán úgy látszik, sohasem lesz szerencsénk ténylegesen őskori fényhez hozzájutni, hogy az ellenőrző kísérletet elvégezzük. [John B Schaefer „Régi fény hozzáférhetetlensége” c. cikke nyomán, American Journal of Physics, 57. 200. (1989)]

Amikor a három értékes jegyű pontosság elfogadható, akkor – a számolás megkönnyítésére – úgy vehetjük, hogy a fény terjedési sebessége levegőben is c .

A c/v hányadost törésmutatónak nevezzük:

$$\text{TÖRÉSMUTATÓ} \quad n \equiv \frac{c}{v} = \frac{\text{fénysebesség vákuumban}}{\text{fénysebességközegben}} \quad (37-1)$$

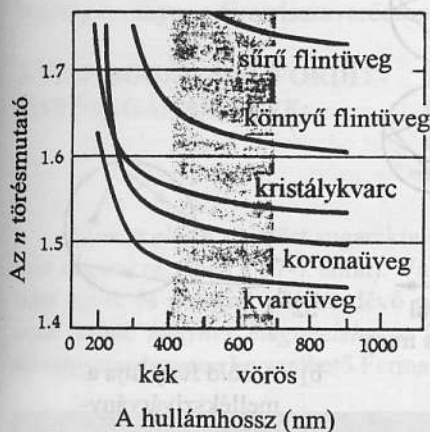
A 37-1 Táblázatban különböző anyagok törésmutatóit soroljuk fel.

A nagy törésmutatójú anyagokat *optikailag sűrű* anyagokként emlegetjük. Nem mindig igaz azonban, hogy a *fizikailag* sűrűbb anyagoknak nagyobb a törésmutatója. Például, a legtöbb olaj úszik a vizen, mégis nagyobb a törésmutatója a vizénél. A legtöbb átlátszó műanyag törésmutatója nagyobb a koronaüvegénél, pedig az utóbbinak a sűrűsége nagyobb. Így nincsen olyan általános összefüggés, amely a fizikai és az optikai sűrűség kapcsolatát kifejezné.

A diszperzió

Az optikai berendezések tervezését nehezíti, hogy a lencsék készítésére használt üvegnek nem állandó a törésmutatója, hanem a λ hullámhossz függvénye. Tipikusnak tekinthető, hogy a látható színek teljes tartományán mintegy 2%-os a változás. A törésmutató változását a hullámhossz függvényében bemutatató görbéket *diszperziós görbéknek* nevezzük.² Ilyen látható a 37-2 ábrán. A *diszperzió*nak, azaz a *törésmutató hullámhossztól való függésének* lehetnek gyakorlati szempontból hasznos és káros következményei, amint a továbbiakban röviden bemutatjuk. A szivárvány színei, a gyémánt tüze, egyaránt a diszperzió következménye.

² A fényt illetően, az elektronok az atomokban úgy viselkednek, mintha rugók tartanák őket a helyükön. A legtöbb anyag egyes elektronjainak természetes rezonanciafrekvenciája van az ultraibolya frekvenciatartományban. Amikor a fény frekvenciája a kisebb frekvenciák felől közeledik a rezonanciafrekvenciához, a kisugárzott fény fáziskésleltetése egyre nagyobb lesz (lásd a 34-17b ábrát). Ennek eredményeként a fény terjedése lelassul, vagyis az anyag törésmutatója a rövidebb hullámhosszak tartományában megnövekedik. Emiatt nagyobb a törésmutató a kék fényre, mint a vörösre.



37-2 ábra

Az n törésmutató hullámhossztól való függése különböző üvegtípusok esetén (a vonalkázott sáv mutatja a látható hullámhossztartományt). A látható fény hullámhosszán a törésmutatót általában öt értékes jegyre meg lehet mérni. (Az ábra „Eugene Hecht és Alfred Zajac „Optika” c. könyvéből származik, az angol nyelvű kiadás: Addison- Wesley, 1974)

A fénytörés

Amikor egy fénysugár két különböző törésmutatójú közeg határfelületéhez ér, akkor a fénysugár iránya megváltozhat. Ezt a jelenséget **fénytörésnek** (refrakciónak) nevezzük. A 37-4 ábrán az n_1 és az n_2 törésmutatójú közegekben terjedő és a határfelületen megtörő fénysugarat látunk ($n_2 > n_1$). Ezekben a közegekben a fény rendre a

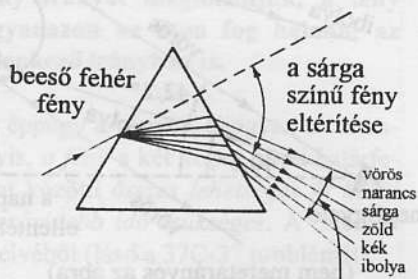
$$v_1 = \frac{c}{n_1} \quad \text{és} \quad v_2 = \frac{c}{n_2} \quad (37-2)$$

sebességgel terjed. Huygens elvét az AC hullámfrontra alkalmazva azt kapjuk, hogy amíg az első közegben egy elemi hullám t idő alatt ér C-ből D-be, addig a 2-es közegben egy másik elemi hullám A-tól B-ig jut el:

$$t = \frac{CD}{v_1} \quad \text{és} \quad t = \frac{AB}{v_2} \quad (37-3)$$

$$\text{A (37-2) egyenleteket felhasználva} \quad n_1 CD = n_2 AB \quad (37-4)$$

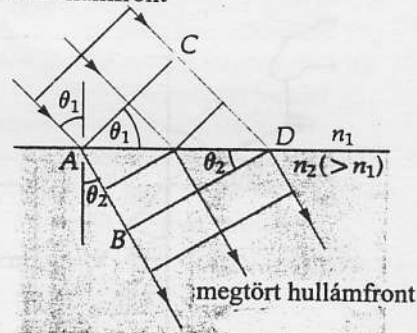
Az ACD és az ABD háromszögek derékszögűek és az AD oldaluk közös, így



37-3 ábra

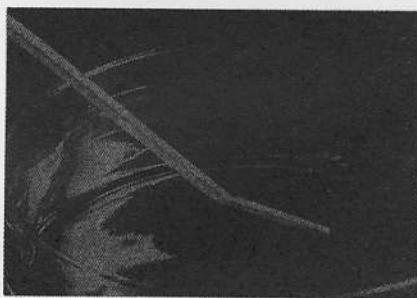
A fehér fény mindenféle hullámhosszú hullámok keveréke a kb 400 nm-estől a kb. 700 nm-esig. Tekintettel arra, hogy a törésmutató függ a hullámhossztól, az üvegprizmán áthaladó fehér fény folytonos, a hullámhossz szerint kissé különböző szögben elterülő legyezővé válik szét, ez a diszperzió, aminek mértéke a vörös színű fény eltérítési szöge és az ibolyaszínű fény eltérítési szöge közti különbség. Ha a felbontott sugarak ernyőre esnek, ott színeképet, spektrumot hoznak létre. Ha a diszpergált fény útjába egy másik, az előbbivel azonos prizmat helyezünk el és törésszögét fordított helyzetbe állítjuk az előbbivel, akkor a fénynyaláb újra fehér nyalábbá egyesül.

beeső hullámfront



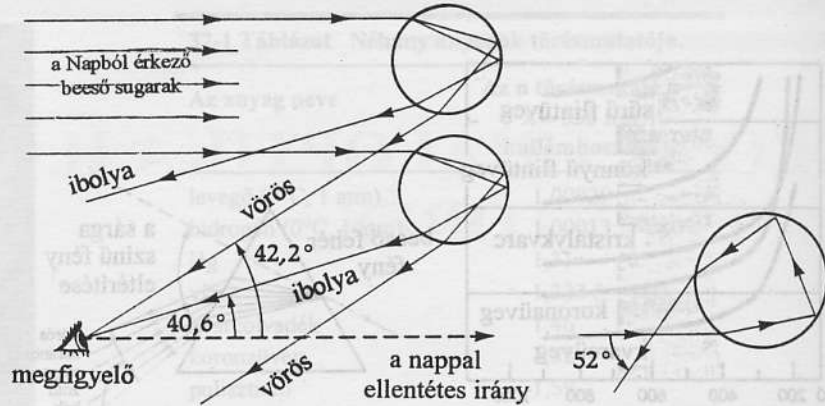
37-4 ábra

Síkhullám törése két közeg közti sík határfelületen.



37-5 ábra

A bot bemerített részéről érkező fény a víz-levegő határfelületen megtörik, ez okozza, hogy a bot töröttnek látszik.



(nem méretarányos az ábra)

a) A főszivárvány kialakulása.

b) A zöld fény útja a mellékszivárványívben.

37-6 ábra

A szivárvány. A diszperzió miatt a Naptól érkező fénysugárban lévő különböző hullámhosszúságú összetevők különböző irányokban törnek meg. Vízben $n_{\text{vörös}} = 1,332$ és $n_{\text{ibolya}} = 1,343$. Ahogyan az (a) ábra mutatja, a diszperzió, mind a gömb alakú esőcseppbe belépő, mind az abból kilépő fény esetén bekövetkezik. Ennek eredménye, hogy a megfigyelő a különböző hullámhosszúságú fényeket kissé eltérő irányokból látja érkezni. A szivárvány külső széle $42,2^\circ$ szögből érkezik az ún. antiszoláris (nappal ellentétes) irányhoz képest, míg az ibolyaszínű belső széle $40,6^\circ$ szögből. Ezek a szögek

az antiszoláris irány, mint tengely körül nyíló kúp alkotói mentén értendők. Egy halványabb mellékszivárványív is kialakul az $50,7^\circ$, ill. $53,6^\circ$ szögeknél, ahogyan a (b) ábra mutatja, de ekkor a fénysugarak a cseppben még két további visszaverődést szenvednek. A mellékszivárvány spektruma a főszivárvány színeinek sorrendjéhez képest fordított (Lásd a 37C-44 problémát). Érdekes, hogy nincs két olyan ember, aki pontosan ugyanazt a szivárványt látná és tisztában kell lennünk azzal, hogy a színes ív valójában nem is létezik.

$$CD = AD \sin \theta_1 \quad \text{és} \quad AB = AD \sin \theta_2$$

Ezeket az összefüggéseket a (37-4) egyenletbe helyettesítve adódik

SNELLIUS FÉNYTÖRÉSI TÖRVÉNYE³

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (37-5)$$

Jegyezzük meg, hogy θ_1 a beeső sugár és a két közeg határfelületi normálisa közötti szög, θ_2 pedig a megtört sugárnak ugyanettől a normálistól mért szöge. Mint a visszaverődés esetén, a beeső sugár, a normális és a megtört sugár ugyanabban a síkban fekszenek.

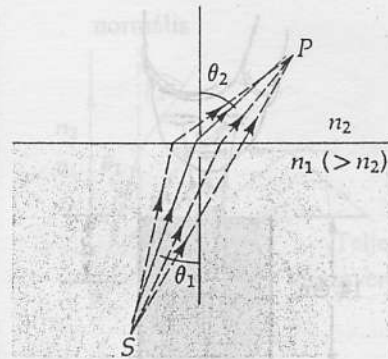
Ugyanez a törési törvény érvényes, amikor a nagyobb törésmutatójú közeg felől megy a fény a kisebb törésmutatójú közeg felé. Így, ha a fénysugár irányát megfordítjuk (és az abszorpciótól eltekintünk), akkor a fény

³ A Snellius-törvényt felfedezőjéről, Willebrord Snel van Royen (1591–1626) holland fizikusról nevezték el. Snellius 21 éves korában követte apját a leydeni egyetemen a matematika professzoraként. 1621-ből származó publikálatlan felfedezését az optika egyik nagy pillanatának tekintik. Ugyanezt az összefüggést valószínűleg René Descartes francia filozófus-matematikus (1596–1650) is felfedezte tőle függetlenül, amikor a törvényt a fényrézszecke-elmélet alapján „Dioptrika” c. művében levezette. Franciaországban ezért ezt a törvényt Descartes-törvénynek nevezik. 1617-ben Snel megmérte a Föld felületének a görbületét Alkmaar és Bergen-op-Zoom között és ebből meghatározta a Föld méretét.

ugyanazon az úton fog haladni visszafelé is. Minthogy ugyanez a megfordíthatóság érvényes a fényvisszaverődésnél is, megállapíthatjuk a következőket:

A FÉNYSUGÁR MEGFORDÍTHATÓSÁGÁNAK ELVE: Ha egy optikai rendszeren áthaladó fény irányát megfordítjuk, a fény ugyanazon az úton fog haladni az ellenkező irányban is.

Fermat elve a megtört sugarakra is éppúgy érvényes, ahogyan a visszavert sugarakra. (lásd a 37-7 ábrát). Vagyis, a fény a két közeg közti határfelület egyik és a másik oldalán lévő pont közötti összes lehetséges út közül azon halad, melynek megtételéhez a legrövidebb idő szükséges. A Snelliussal valóban levezethető Fermat-elvből (lásd a 37C-37 problémát).



37-7 ábra

Fermat elvének alkalmazása a fénytörésre. Az S fényforrásból kiinduló összes sugár közül csak egy halad át a P ponton. Ez a sugár a síkban fut, eleget tesz Snelliussal törvényének ($n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$) és az S és P pont közti út megtételéhez a legrövidebb időt veszi igénybe. (Fermat elv). Még ha a többi lehetséges pályákon, amelyeket szaggatott vonalakkal jelöltünk, a távolság rövidebbnek is tűnik, a megtételükhöz szükséges idő hosszabb, így ezek a fény számára nem „járható” utak.

37-1 PÉLDA

Egy 14 cm magas és 12 cm átmérőjű konzervdobozban ismeretlen folyadék van színültig. Egy megfigyelő a vízszinteshez képest 25° szögben tekint az edényre és éppen látja az edény belsejének alsó szélét. Határozzuk meg a folyadék törésmutatóját.

MEGOLDÁS

A folyadékon keresztülhaladó fénysugár $\theta_1 = \arctg(12/14) = 40,6^\circ$ szöggel érkezik a felszínre. A levegő törésmutatója $n_2 = 1,0000$ (négy értékes jegyre). Alkalmazzuk Snelliussal törvényét a levegőbe kijutó megtört sugárra, amelynek iránya $\theta_2 = 65^\circ$. Ekkor

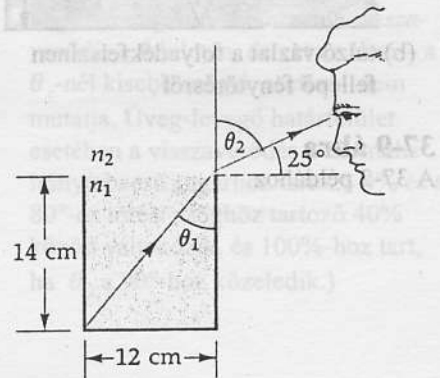
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 \sin 40,6^\circ = (1,00) \sin 65^\circ$$

Ezt n_1 -re megoldva adódik $n_1 = \frac{\sin 65^\circ}{\sin 40,6^\circ} = 1,39$

A látszólagos mélység

Amikor függőlegesen lefelé egy vödör vízbe nézünk, a vödör feneké észrevehetően magasabban látszik, mint a padló szintje. Hogyan ítélnék meg rátekintésre a távolságot? Az emberi mélységérzékelés különböző tényezők hatására alakul ki. Az egyik tényező az érzékelt méret összehasonlítása ismert méretű tárggyal. Távoli tájképek esetén a légköri pára is hasznos információt ad. (Ilyen pára nélkül az ember könnyen alábecsüli a „közele” hegyek távolságát.) Hozzánk közele tárgyak esetén segít az ún. parallaxis-effektus, ami akkor lép fel, ha fejünket lassan elfordítjuk. Két szemünket ugyanis kissé különböző irányba kell beállítanunk, mert a közele tárgyról kiinduló fénysugarak nem párhuzamosak, hanem széttartóak. Tudatunk a szerzett tapasztalatok alapján ezt a beállítást hozza kapcsolatba a távolsággal a becslés során. A következő példa ezt az utóbbi módszert használja a távolság becslésére.

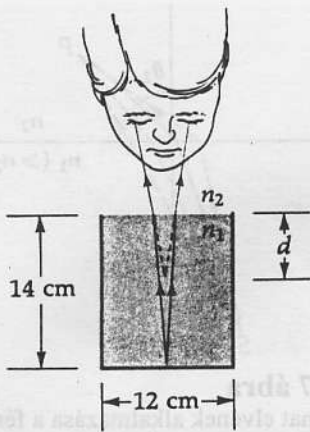


37-8 ábra

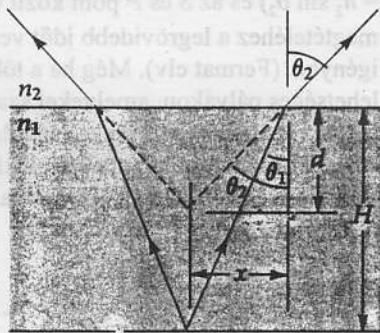
A 37-1 példához

37-2 PÉLDA

Megfigyelő függőlegesen néz bele a 37-1 példában említett edénybe. Mi a folyadék látszólagos mélysége?



(a) függőlegesen belenézünk egy folyadékot tartalmazó edénybe



(b) túlzó vázlat a folyadékfelszínen fellépő fénytörésről

37-9 ábra
A 37-2 példához

MEGOLDÁS

A 37-9a ábrán berajzolt két fénysugár az edény aljáról szét tartóan jön a felszín felé. Ahogy kilépnek a levegőbe, szét tartásuk tovább nő a fénytörés miatt. A megfigyelő számára úgy tűnik, hogy a fénysugarak a felszín alatt d távolságról indultak. Hogy a vízfelszínen bekövetkező fénytörés szerepét hangsúlyozzuk, ezt a hatást eltoloztuk a 37-9b ábrán. A példában szereplő szögek valójában olyan kicsik, hogy alkalmazhatjuk a kis szögekre vonatkozó közelítéseket. Nevezetesen

$$\sin \theta_1 \approx \tan \theta_1 \approx \theta_1 \quad \text{és} \quad \sin \theta_2 \approx \tan \theta_2 \approx \theta_2$$

(A jelölés egyszerűsítése érdekében a közelítő egyenlőség jelét a továbbiakban az egyenlőség jelével helyettesítjük.) A trigonometriából adódóan $x = d \tan \theta_2$ és $x = H \tan \theta_1$. Ha az x mennyiséget ezekből az egyenletekből kiküszöböljük és a kis szögekre vonatkozó közelítést alkalmazzuk, azt kapjuk, hogy

$$\theta_1 H = \theta_2 d \quad (37-6)$$

Snellius törvénye szerint. $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

$$\text{De } \sin \theta \approx \theta \text{ miatt} \quad n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 \quad (37-7)$$

A (37-6) és a (37-7) egyenletekből

A LÁTSZÓLAGOS
MÉLYSÉG
(a határfelületre merőlegesen
tekintve)⁴

$$d = H \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (37-8)$$

Így

$$d = 14 \text{ cm} \left(\frac{1,00}{1,39} \right) = 10,1 \text{ cm}$$

37.3 Teljes visszaverődés

Amikor a fény egy adott törésmutatójú közeg határához ér és hirtelen egy más törésmutatójú közegbe lép át, a határfelületen mindig fellép valamilyen visszaverődés is. Különleges esetet képez az, amikor a második közeg törésmutatója kisebb, mint az első. Bizonyos feltételek mellett a visszaverődés eléri a 100%-ot és a határfelületen egyáltalán nem lép át fény. Ennek belátására induljunk ki Snellius törvényéből:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

A 37-10 ábrán látható, hogy a beesési szög növekedésével a törési szög 90° felé tart. A határesetben, amikor éppen 90° , $\sin 90^\circ = 1$ és ezért

$$\sin \theta_1 = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) 1$$

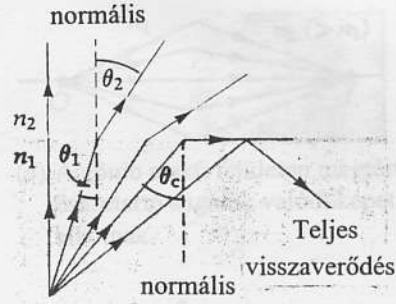
⁴ Minthogy a kis szögekre vonatkozó közelítést használtuk a látszólagos mélység képletének levezetésében, ez csak abban az esetben érvényes, ha az edény fenekéről érkező fénysugarak csaknem merőlegesen érnek a folyadék-levegő határfelülethez. Amikor ez nem teljesül, akkor a látszólagos mélység erősen megváltozik. Figyeljük meg pl., hogy a (nyugodt vizű) úszómedence alja görbültnek látszik, amikor a medence széléről vizsgáljuk. Vegyük észre azt is, hogy a kép változik ha a medence körül sétálunk.

A θ_c **kritikus szögnél** nagyobb beesési szög esetén a teljes visszaverődés lép fel és nem lesz megtört sugár.

A TELJES VISSZAZVERŐDÉS θ_c HATÁRSZÖG

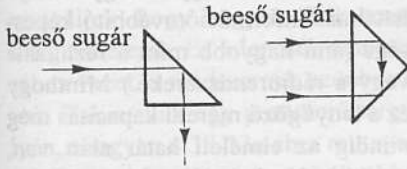
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad n_2 < n_1 \text{-nél} \quad (37-9)$$

(Természetesen teljes visszaverődés nem lép fel abban az esetben, ha a fény kisebb törésmutatójú közeg felől érkezik a nagyobb törésmutatójú közegbe.) A teljes visszaverődésnek egész sor gyakorlati alkalmazása van. Például a prizmás távcsövekben (37-11b ábra) a kép azért lesz egyenes állású, mert a fény több, 45°-os visszaverődést szenved a távcsőbe épített prizmákon. Minthogy 45° nagyobb, mint az üvegre vonatkozó határszög, a fény visszautrközésére inkább egyszerű üvegprizmát használunk, mint ezüstbevonatú tükröt (a bevonat ugyanis idővel károsodik). A visszaverődés az üveg belső felületén 100%-os. Hasonlóképpen tömör üveg saroktükrök, amelyek oldalai rendre pontosan 90°-os szögben találkoznak, felhasználhatók arra, hogy a teljes beeső fényt az eredeti irányba térítsék vissza. Ilyen saroktükrörendszereket helyeztek már el a Holdon azért, hogy a Földről indított lézer

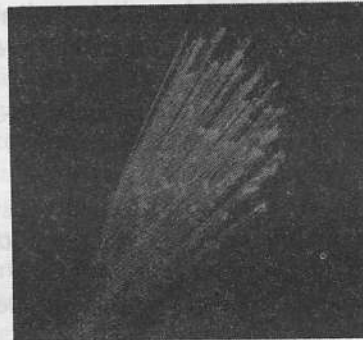


37-10 ábra

Teljes visszaverődés. Amikor n_1 törésmutatójú közegben haladó fénysugár kisebb törésmutatójú közeghez ér, a sugár teljes visszaverődést szenvedhet a határfelületen. Ha a θ_1 beesési szög nő, a θ_2 törési szög is nagyobb lesz. A θ_c **határszög** a választóvonal a megtört sugár számára, mert ekkor a fény a határfelülettel majdnem párhuzamosan ($\theta_2 \approx 90^\circ$) még kiléphet a közegből, míg kicsivel nagyobb beesési szög esetén már nem, a visszaverődés 100%-os lesz. Minden olyan szögre, amelyre $\theta_1 > \theta_c$ teljes visszaverődés áll elő. (Megjegyezzük, hogy mindig van valamennyi visszaverődés a felületen, de ezt az ábra – a θ_c -nél kisebb szögek esetén – nem mutatja. Üveg-levegő határfelület esetében a visszaverődés a normális irányú beeső sugárhoz tartozó 4% és a 80°-os törési szöghöz tartozó 40% között váltakozik, és 100%-hoz tart, ha θ_2 a 90°-hoz közeledik.)

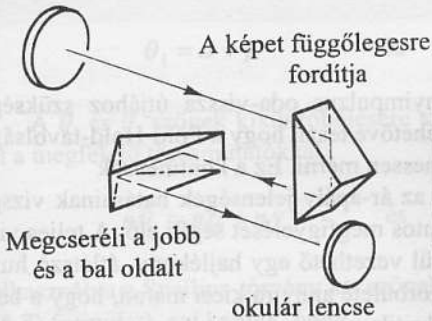


(a) Az egyenlőszárú derékszögű háromszög alapú üvegprizmák a fényt a teljes belső visszaverődés miatt verik vissza.

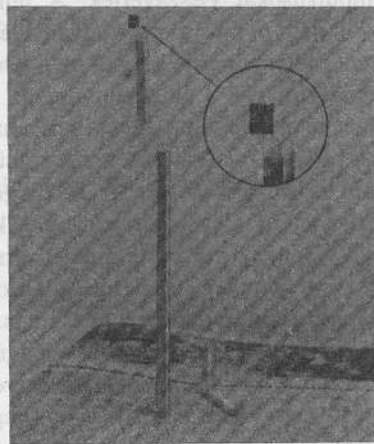


(c) A fény üvegszálakon is továbbítható a teljes visszaverődés alapján.

Objektív lencse



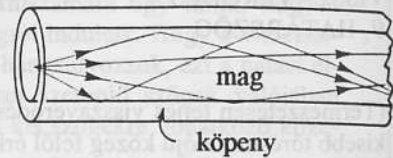
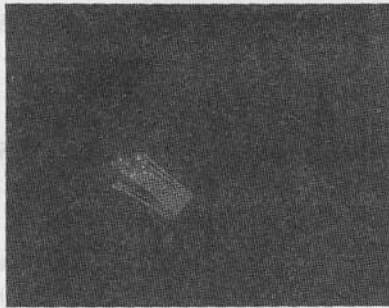
(b) Optikai út prizmás látcső egyik csövében. A két 45°-os és egymáshoz képest derékszögben állított prizma a végső képet egyenes állásúvá teszi és a jobb és a bal oldalt sem cseréli fel. Minthogy a nagyítás az objektív lencse fókusz távolságával arányos, a prizma használata „felhajtogatja” a nagy optikai úthosszat, s a távcső így kezelhetőbbé, rövidebbé válik.



(d) Átlátszó szálak ezreit fénykábellel lehet összefogni és vele a valódi kép továbbítható még akkor is, ha a kábel útjában meghajlik.

37-11 ábra

Példák teljes visszaverődésre.



(a) Nagytávolságú távközlésre használt üvegszálak. Jelenleg erősítés, (ismétlés) nélkül kb. 50 km-ig lehet használni, ezen túl az abszorpciós veszteségek pótlásáról kell gondoskodni.

(b) A szál magjában a fény továbbítása a teljes belső visszaverődés mechanizmusával történik. Az egyik használatos száltípus átmérője $50\ \mu\text{m}$, vagyis kb. akkora, mint egy emberi hajszálé. Más esetekben előfordultak már $2\ \mu\text{m}$ magátmérőjű szálak is.

37-12 ábra

Távközlés optikai szállal. Az elmúlt 20 évben hatalmas fejlődés tapasztalható az optikai üvegszálak információtovábbítási alkalmazásai terén. A fényimpulzusok sorozatában (digitális modulálással) kódolt információt hordozó fénysugarat az üvegszál magja vezet. Bár a szál elhajolhat, a fény a szál magjában marad a falakon fellépő teljes visszaverődés következtében. A magot külső, kisebb törésmutatójú üvegréteg borítja, és a magszál felületét védi a nedvesség, a por, az olaj, stb... szennyezése ellen. Ez ugyanis optikailag „kilyukaszthatja” a szálát,

mert a falon való visszaverődés körülményeit befolyásolja. Az optikai szálak távközlés egyik nagy előnye hatalmas információtovábbító képessége (ami nagyobb mint a rézhuzalé vagy a rádiórendszereké.) Minthogy ez a lenyűgöző méretű kapacitás még mindig az elméleti határ alatt van, további előrehaladás várható. A további előnyök: kis méret és súly, elektromos zavarokkal szemben mutatott immunitás, lehallgatással szembeni biztonság és az olcsóság. (Lásd a 37B-14, a 37C-42 és 37C-43 feladatokat)

impulzusokat visszaverjék. A fényimpulzus oda-vissza útjához szükséges időtartam pontos mérése ugyanis lehetővé teszi, hogy a Föld-Hold-távolságot centiméteres pontossággal meg lehessen mérni. Ez a kontinensek vándorlásának a tanulmányozását, az ár-apály-jelenségek hatásainak vizsgálatát és más hasonló jelenségek pontos megfigyelését segíti elő. A teljes visszaverődés miatt a fény gond nélkül vezethető egy hajlékony, átlátszó huzalon, az ún. *fénykábel*en, ha a szál görbülete annyira kicsi marad, hogy a belül haladó fény a szál felületére a θ_c kritikus szögnél mindig nagyobb szögben esik. Néhány századmilliméter átmérőjű fénykábeleket használhatnak a rádió, a televízió és a telefonvonalak nagy távolságba való átvitelére, de komputer-adatok gyors továbbítására is. (lásd a 37-12 ábrát). A néhány ezredmilliméter átmérőjű üvegszálak eléggé hajlékonyak ahhoz, hogy a belőlük összeállított nyaláb használható legyen az orvosi gyakorlatban, az emberi test belső szerveinek vizsgálatában; vagy a technikában, ahol a mechanizmusok hozzáférhetetlen részeit lehet vele megnézni. A természet a száloptika elvét már millió évek óta használja, egyes rovarok és rákfélék ugyanis olyan érzékelővel rendelkeznek, amely száloptika-köteg segítségével továbbítja a fényt a külső cornea lencsék és a mélyen a test belsejében elhelyezkedő fényérzékítő szervek között.

37-3 PÉLDA

Adjuk meg a 2,14 törésmutatójú átlátszó műanyagra a teljes visszaverődés határszögét, ha 1,63 törésmutatójú olajba merítjük.

MEGOLDÁS

A határszögöt a (37-9) képlet adja meg $\sin \theta_c = n_2/n_1 = 1,63/2,14 = 0,762$. Ebből

$$\theta_c = 49,6^\circ$$

37.4 Fénytörés gömbfelületen

A legtöbb közhasználatú optikai berendezésben inkább lencsét használunk, mint tükröket, mert tartósabbak és könnyebb az optikai rendszer egyéb elemeivel kombinálni őket. A lencsék tanulmányozásában első lépésként azt vizsgáljuk, hogy hogyan törik meg a fény, amikor gömbfelülettel határolt üvegtestre esik. Ez a lencsék tanulmányozására alkalmas módszer kidolgozásához vezet, a módszernek azonban önmagában is hasznos alkalmazásai vannak. Tekintsünk egy pontszerű tárgyat a két közeg közötti gömbfelület tengelyén, ahogyan a 37-13a ábra mutatja. Először vegyük azt az esetet, amelyben minden sugár eléggé megtörik ahhoz, hogy mindegyikük még a közegben elmetssze a tengelyt. Bebizonyítjuk, hogy kis szögű közelítésben minden sugár egy valódi képpontba, az I pontba tart.

Egyetlen sugarat meghúzva, ahogyan a 37-13b ábra mutatja, látjuk, hogy a sugár a tengelyt a CI képtávolságnál metszi. Felhasználva, hogy a háromszög bármely külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével, az ábra két háromszögére rendre adódik, hogy

$$\theta_1 = \alpha + \gamma \quad \text{és} \quad \gamma = \theta_2 + \beta \quad (37-10)$$

A θ_1 és θ_2 szögek kiküszöbölésére szorozzuk meg ezeket az egyenleteket a megfelelő törésmutatókkal:

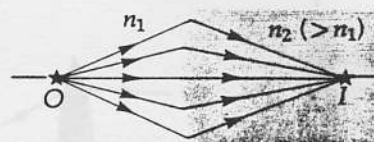
$$n_1\theta_1 = n_1\alpha + n_1\gamma \quad \text{és} \quad n_2\theta_2 = n_2\gamma - n_2\beta$$

Felhasználva a Snellius-törvény kis szögekre érvényes közelítő alakját (lásd a (37-7) formulát), azt kapjuk, hogy

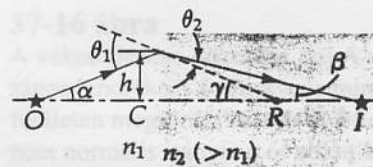
$$n_1\alpha + n_2\beta = (n_2 - n_1)\gamma \quad (37-11)$$

Mint hogy α , β és γ kicsi, $\alpha = \text{tg } \alpha = h/OC$, $\beta = \text{tg } \beta = h/IC$ és $\gamma = \text{tg } \gamma = h/RC$, a (37-11) egyenletből

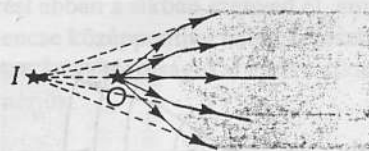
$$\frac{n_1}{OC} + \frac{n_2}{IC} = \frac{n_2 - n_1}{RC} \quad (37-12)$$



(a) A gömb alakú felületen megtört összetartó sugarak valódi képet alkotnak.



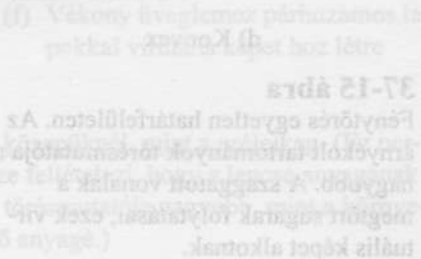
(b) Az O tárgyból az I képbe tartó sugármenet.



(c) Ha a fénytörés nem elegendő ahhoz, hogy összetartó sugarak jöjjenek létre, akkor virtuális kép alakul ki a közegen kívül. (A virtuális képet természetesen csak a közegben lévő megfigyelő láthatja, mert a sugaraknak a határfelületen meg kell történiük a kép létrehozásához.)

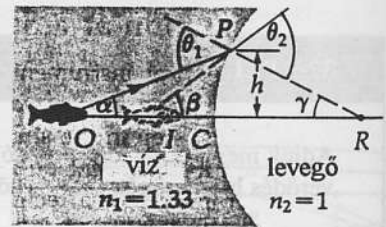
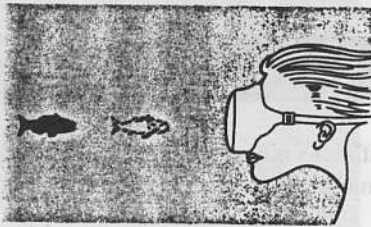
37-13 ábra

Fénytörés két közeg közötti gömbfelületen.





37-14 ábra
37-4 példa



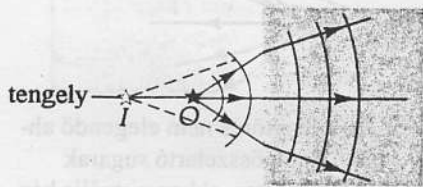
- a) Búvármaskot viselő úszó, ha a maszk átlátszó lapja kifelé domborodik, a szembejövő hal képét közelebbinek látja, mint amennyire a hal van tőle.
- b) A halról érkező fénysugarak széttartását jócskán eltúlozzuk, hogy világosabban rámutathassunk a búvármask átlátszó lemezén, mint a víz és levegő határfelületén bekövetkező fénytörési jelenségre.

adódik. A t tárgyávolság, és a kis k távolság valamint az R görbületi sugar bevezetésével nyerjük, hogy

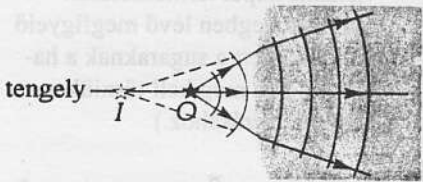
FÉNYTÖRÉS EGYETLEN GÖMB ALAKÚ HATÁRFELÜLETEN

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (37-13)$$

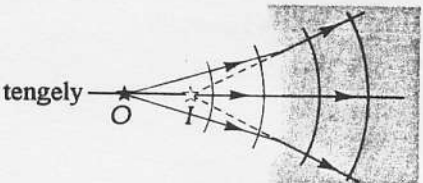
A szokásos előjelkonvenció alkalmazható a t és a k esetére, ha R pozitív a konvex külső felülethez (vagyis, ha a görbületi középpont a közegen belül van). Az, hogy h és θ nem szerepel a képletben, azt jelenti, hogy minden fénysugár, amit a határfelület megtör, ugyanabba az I képpontba tart (már amennyire az alkalmazott kis szögű közelítés érvényességi körén belül vagyunk). Ha a sugarak nem törnek meg annyira, hogy a közegen egy ponthoz tartsanak, akkor széttartó egyenesek visszafelé való meghosszabítása a határfelület bal oldalán, egy I virtuális képpontban találkoznak, amint ez a 37-13c ábrán látható. Az alábbi példa illusztrálja ezt a helyzetet.



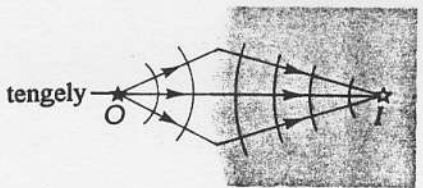
a) Sík



b) Konvex



c) Konkáv



d) Konvex

37-15 ábra

Fénytörés egyetlen határfelületen. Az árnyékolt tartományok törésmutatója a nagyobb. A szaggatott vonalak a megtört sugarak folytatásai, ezek virtuális képet alkotnak.

37-4 PÉLDA

Búvár kis halat lát a búvármaskján keresztül, ahogyan a 37-14a ábra mutatja. A maszk ablaklemeze kifelé domborodik, 0,40 m görbületi sugarú külső konvex felületet hozva létre. Ha a hal tényleges távolsága a búvartól 3,0 m, akkor milyen távolinak látja azt a búvár?

MEGOLDÁS

Tekintsünk el az ablaklemez vastagságától. Az ablaklemez határfelület a víz ($n_1 = 1,33$) és a maszkban lévő levegő ($n_2 = 1$) között. Ha a haltól kiinduló egyetlen sugár útját rajzoljuk meg, ahogyan a 37-14b ábrán is látszik, két háromszög alakul ki, amelyekben $\theta_1 = \alpha + \gamma$ és $\theta_2 = \beta + \gamma$. Snellius törvényét felhasználva, $n_1\theta_1 = n_2\theta_2$ miatt, úgy járunk el, mint fentebb és azt kapjuk, hogy

$$\frac{n_1}{OC} - \frac{n_2}{IC} = \frac{n_2 - n_1}{RC}$$

A megfelelő számértékeket behelyettesítve:

$$\frac{1,33}{3,00 \text{ m}} - \frac{1}{IC} = \frac{1,00 - 1,33}{0,40 \text{ m}}$$

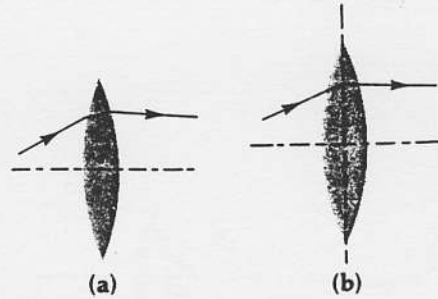
Az IC mennyiségre rendezve $IC = 0,788 \text{ m}$

A tényleges 3 m helyett a látszólagos távolság csak 0,788 m. Nyilvánvaló, hogy a domború homloklap a tényleges távolságokat nagy mértékben eltorzítja. Ahogyan a 37-2 példában megmutattuk, a síma lap a hal képét 2,3 m-re hozná, ami a tényleges távolsághoz mégiscsak közelebb esik.

A 37-15 ábra példákat sorol fel arra, hogy az optikai tengelyen lévő tárgyból kiinduló sugarakat a közeg határfelülete hogyan törí meg. A domború felület létrehozhat valódi és virtuális képet is.

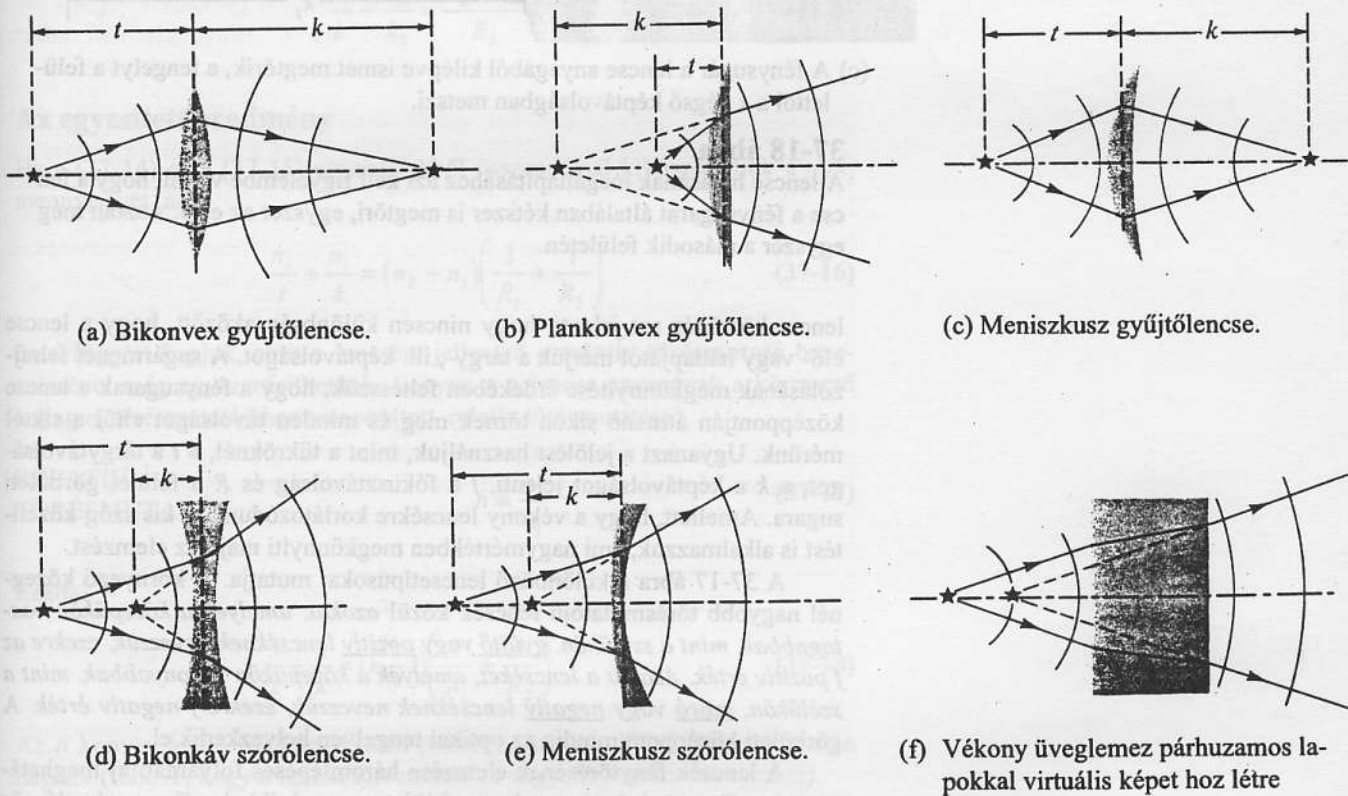
37.5 Vékony lencsék

A legtöbb lencsét gömbfelületek határolják, amelyek mindegyike hozzájárul a fénytöréshez. Így, hacsak a sugár nem merőlegesen esik be a határfelületre, a sugár iránya a lencsébe belépve és onnan kilépve is megváltozik (lásd a 37-16a ábrát). Tárgyalásunkat a vékony lencsék esetére korlátozzuk, amikor a lencse vastagsága elhanyagolható a többi távolsághoz képest. Ez a vékony-



37-16 ábra

A vékonylencse-közelítés. (a) A valószínűs lencsénél a fénysugár mindkét felületen megtörik (hacsak véletlenül nem normális irányban ér a felületre). (b) A sugármenet-diagramban elhanyagoljuk a lencse vastagságát és feltesszük, hogy a sugár minden fénytörést abban a síkban szenved el, ami a lencse középpontján halad keresztül. A t , k és f távolságokat ettől a síktól mérjük.

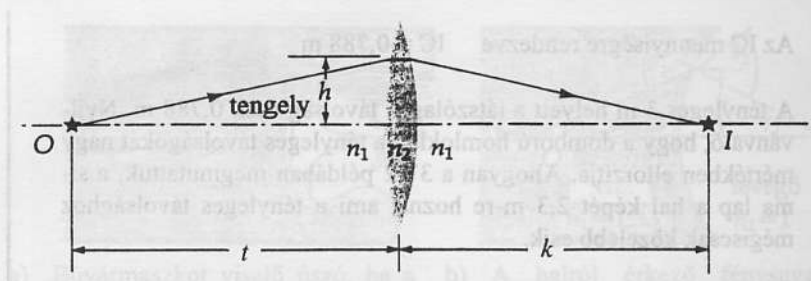
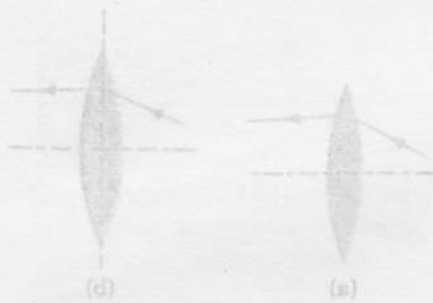


37-17 ábra

A lencsét aszerint nevezzük el, hogy milyen felületek határolják őket. A szaggatott vonalak a fénysugár meghosszabbításai a virtuális kép

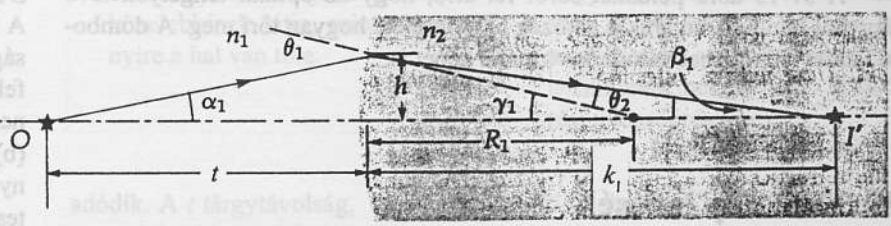
helyének megállapításához. A gyűjtőlencsék mindig vastagabbak a közepüknél, mint a széleiken. A szórólencsék mindig vékonyabbak

a közepüknél, mint a széleiken. (Ez persze feltételezi, hogy a lencse anyagának a törésmutatója nagyobb, mint a környező anyagé.)

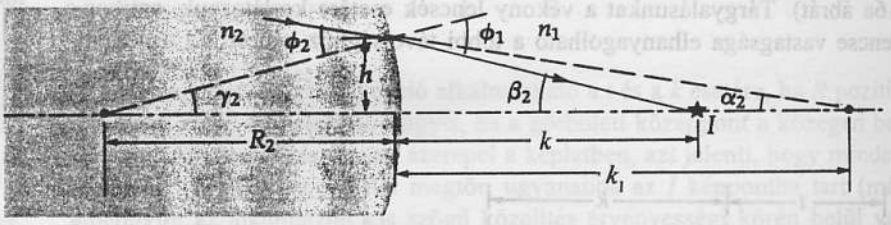


(a) Az O tárgy I képét hozza létre a lencse. A lencse törésmutatója n_2 és $n_2 > n_1$.

37-18 ábra
A vékonylencse-közelítés. (a) A való-
ságos lencsének a fénytörés miatti
teljesen megfordított (harcok vételei)
(b) A sugármenet-diagramban a lenc-
se központján a lencse vastagságát és fel-
tesszük, hogy a sugár minden fénytöré-
sénél ugyan a síkban eszünk el, ami a
lencse középpontján halad keresztül.
A k_1 és k_2 távolságok ettől a síktól
mérték.



(b) Az O tárgyból kiinduló fénysugarat először az első határfelület töri meg. A szaggatott vonal a felület normálisa. Ha a fénysugár a közegben maradna, akkor a tengelyt az I' pontban metszené.



(c) A fénysugár a lencse anyagából kilépve ismét megtörik, a tengelyt a felülettől a k végző képtávolságban metszi.

37-18 ábra

A lencse hatásának megállapításához azt kell figyelembe venni, hogy a lencse a fénysugarat általában kétszer is megtöri, egyszer az első, s aztán még egyszer a második felületén.

lencse-közelítés azt jelenti, hogy nincsen különbség aközött, hogy a lencse elő- vagy hátlapjától mérjük a tárgy-, ill. képtávolságot. A sugármenet felrajzolásának megkönnyítése érdekében feltesszük, hogy a fénysugarak a lencse középpontján átmenő síkon törnek meg és minden távolságot ettől a síktól mérünk. Ugyanazt a jelölést használjuk, mint a tükröknél, a t a tárgytávolságot, a k a képtávolságot jelenti, f a fókusz távolság és R a felület görbületi sugara. Amellett, hogy a vékony lencsékre korlátozódunk, a kis szög közelítést is alkalmazzuk, ami nagymértékben megkönnyíti majd az elemzést.

A 37-17 ábra a különböző lencsetípusokat mutatja. A környező közegnél nagyobb törésmutatójú lencsék közül azokat, amelyek a közepükön vastagabbak, mint a szélükön, **gyűjtő** vagy **pozitív** lencséknek nevezzük, ezekre f pozitív érték. Azokat a lencséseket, amelyek a közepükön vékonyabbak, mint a szélükön, **szóró** vagy **negatív** lencséknek nevezzük, ezekre f negatív érték. A görbületi középpont mindig az optikai tengelyen helyezkedik el.

A lencsék fénytörésének elemzése háromlépéses folyamat: a) meghatározzuk a fény törését azon a lencsefelületen, amelyikkel a fénysugár először találkozik; b) meghatározzuk a fénytörést azon a felületen, amelyen keresztül a fény a lencsét elhagyja; c) kombináljuk az a) és a b) eredményeket, hogy meghatározzuk a t és k tárgy-, ill. képtávolság és a lencse paramétereire közötti összefüggést. Szerencse, hogy a vékonylencse-közelítésben a végeredmény egyszerű kifejezés.

Az első felület

Tekintsük a 37-18a ábrán bemutatott esetet. Az első felület, amit a fénysugár metszeni fog, a 37-18b ábrán látható, ahol t a tárgyávolság, és k_1 az a képtávolság, ami úgy jön létre, mintha a második felület nem is létezne. Az elemzésnek ez a lépése pontosan azonos azzal, amit az egyetlen törő felület esetére az előzőekben ismertettünk. – Az eredmény a (37-13) egyenlet –. Ennek a mostani esetnek a jelöléseivel ez az eredmény az

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad (37-14)$$

alakot ölti.

A második felület

A fénysugár, amint a második felületen át a levegőbe kilép, ismételten megtörik, ahogyan a 37-18c ábra mutatja. Ahelyett, hogy a valódi kép a k_1 távolságban keletkezne, már a k távolságban létrejön. Minthogy egy háromszög külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével, fennáll, hogy $\phi_1 = \gamma_2 + \beta_2$ és $\phi_2 = \gamma_2 + \alpha_2$. Ezeket a Snellius-törvénybe behelyettesítve és a kis-szög-közelítést alkalmazva, $n_1\phi_1 = n_2\phi_2$, miatt azt kapjuk, hogy

$$n_1\beta_2 - n_2\alpha_2 = (n_2 - n_1)\gamma_2$$

Ismét felhasználva a kis-szög-közelítést, $\alpha_2 \approx \tan \alpha_2 = h/k_1$, $\beta_2 \approx \tan \beta_2 = h/k$ és $\gamma_2 \approx \tan \gamma_2 = h/R_2$, adódik, hogy

$$\frac{n_1}{k} - \frac{n_2}{k_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_2} \quad (37-15)$$

Az egyesített eredmény

Ha a (37-14) és a (37-15) egyenletekből összeadással kiküszöböljük a n_2/k_1 mennyiséget, az

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_1}{k} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (37-16)$$

összefüggést kapjuk, amit a lencsére jellemző n relatív törésmutató bevezetésével még egyszerűsíthetünk. Legyen n a lencse anyagának a környező anyag n_1 törésmutatójához viszonyított, relatív törésmutatója:

$$\text{RELATÍV TÖRÉSMUTATÓ} \quad n \equiv \frac{n_2}{n_1} \quad (37-17)$$

Ezáltal

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (37-18)$$

Az R konvex külső felületek esetén pozitív, a konkáv külső felületek esetén negatív (feltéve, hogy a lencse törésmutatója nagyobb, mint a környezeté).

Amint a tükrök esetében, a lencsénél is az f fókusz távolság definíció szerint az a képtávolság, ami a lencsére eső párhuzamos fénynyaláb esetén alakul ki ($t = \infty$). Ezt az értéket a (37-18) egyenletbe helyettesítve kapjuk a fókusz távolság és a lencse geometriai adatai közötti összefüggést:

VÉKONY LENCSEK
FÓKUSZTÁVOLSÁGA

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (37-19)$$

Végül a (37-18) és (37-19) képletek egybevetésével a vékony lencsék leképezési törvényéhez, vagy lencsetörvényhez jutunk⁵:

VÉKONYLENCSEK
LEKÉPEZÉSI TÖRVÉNYE

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad (37-20)$$

A lencsetörvény általunk bemutatott levezetése a bikonvex lencse képalkotásának az elemzésén alapult. Ha a 37-17 ábrán bemutatott más eseteket elemeztünk volna, akkor is hasonló eredményhez jutottunk volna, azonban egyes tagok előjele megváltozott volna. De tapasztalhatjuk, hogy ha az alábbi előjelkonvenciót elfogadjuk, akkor a leképezési törvény érvényes marad az összes esetre.⁶

ELŐJELKONVENCIO
VÉKONY LENCSEKNÉL

- (1) A t számértékének előjele pozitív, ha a lencséhez *közeledő* sugarak *széttartóak*. Egyéb esetekben t negatív.
- (2) A k számértékének előjele pozitív, ha a lencsét *elhagyó* sugarak *összetartóak*. Egyéb esetekben k negatív.
- (3) Feltéve, hogy a lencse anyagának a törésmutatója nagyobb, mint a környező közegé, a lencse külső felületének R görbületi sugara pozitív, ha a felület kívülről nézve konvex és negatív, ha konkáv.⁷

Figyeljük meg, hogy az első két szabály azonos a tükrökével. Ami az R -et illeti, a mi előjelkonvenciónk mind a tükrök, mind a lencsék felületére az alábbi módon konzisztens: *ha egy beeső síkhullám konvergáló hullámmá válik, akkor az R erre a felületre pozitív és megfordítva.* Ajánlatos az előjelkonvenciót memorizálni, mert lényeges a vékony lencsék egyenletének a használatakor.

37.6 A dioptria

A lencse *erőssége* azt mutatja meg, hogy a lencse mennyire tudja megváltoztatni a fénysugár irányát; ezt **dioptriában** adjuk meg. A dioptria definíció szerint a *méterben mért fókusz távolság reciprok értéke*:

⁵ A vékony lencsék leképezési törvényében t és k felcserélhető. Ez vezette Helmholtz német fizikust arra a felismerésre, hogy a *fénysugár útja megfordítható*.

⁶ Több más előjelkonvenció is használatos. A tükrökre vonatkozóan a 36. fejezet 6. lábjegyzetében említett megállapodás párja a következő: A t , a k és f mindegyike pozitív, ha egy gyűjtőlencse valódi tárgyról valódi képet alkot. Ettől a szabványesettől való minden egyes eltérést egy mínusz előjellel kell figyelembe venni. Eltérésnek számít az is ha t kisebb, mint a lencse f fókusz távolsága. Mivel a fény áthalad a lencsén, a valódi kép a lencse túoldalán alakul ki. Az R előjelét a fenti (3) szabály határozza meg.

A (3) megállapodás szokatlan. Az általánosan elfogadott szabály szerint függetlenül a törésmutatótól a lencse bármely felületének görbületi sugara pozitív, ha a lencsén belülről nézve a határfelület homorú. (A fordító megjegyzése.)

⁷ Ez a megállapítás is kissé félreérthető, ezt az előjelkonvenciót a lencsék esetén a fókusz távolság fogalmára érdemes alapozni, ahol az előjelet az $n_2 - n_1$ és a sugarakra vonatkozó megállapítás együtt szabja meg. (A fordító megjegyzése.)

$$D = \text{a lencse erőssége (dioptriában)} = \frac{1}{f \text{ (méterben)}} \quad (37-21)$$

37-5 PÉLDA

Gyűjtő szemüveglencse koronaüvegből készült ($n = 1,5$). Ahogy a 37-19 ábra mutatja, a görbületi sugarak $R_1 = 15 \text{ cm}$ és $R_2 = -30 \text{ cm}$. (A negatív előjel azért jelenik meg, mert a külső felület konkáv). Adjuk meg a lencse (a) fókusz távolságát és (b) erősségét. (c) Határozzuk meg, hogy hol lesz a lencse előtt 20 cm-re lévő könyv képe.

MEGOLDÁS

(a) A levegőben lévő lencsére a relatív törésmutató egyenlő a koronaüveg törésmutatójával. A számértékek behelyettesítése a (37-19) egyenletbe adja, hogy

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (1,50-1) \left(\frac{1}{15 \text{ cm}} + \frac{1}{-30 \text{ cm}} \right)$$

Ezt f -re megoldva: $f = +60,0 \text{ cm}$

A pozitív előjel azt jelenti, hogy gyűjtőlencséről van szó, amely a közepén vastagabb, mint a szélén.

(b) A lencse erőssége pedig

$$\text{erősség} = \frac{1}{f \text{ (méterben)}} = \frac{1}{0,60 \text{ m}} = 1,67 \text{ dioptria}$$

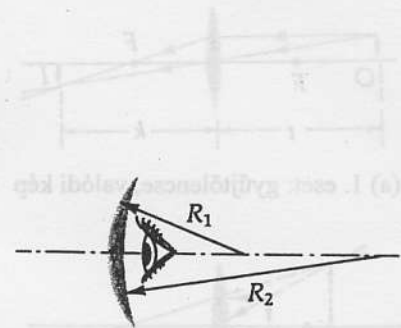
(c) A kép helyének megállapításához induljunk ki a leképezési törvényből:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{k} = \frac{1}{60 \text{ cm}}$$

A t képtávolság számértékének előjele pozitív, mert a tárgytól kiinduló sugarak a lencsét széttartóan érik el. Az egyenletet k -ra megoldva

$$k = -30,0 \text{ cm}$$

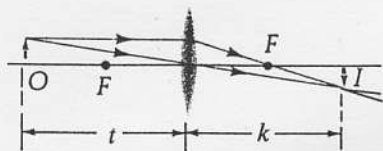
A negatív előjel azt jelenti, hogy a sugarak a lencsét széttartóan hagyják el, azaz a kép *virtuális* és a lencsének ugyanazon az oldalán lesz, mint a tárgy, a lencsétől 30 cm távolságban. Ha a lencsén átnézünk, akkor látni fogjuk a képet.



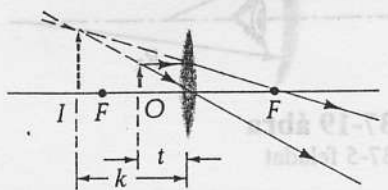
37-19 ábra
37-5 feladat

37.7 A vékony lencse sugármenetei és a kép nagysága

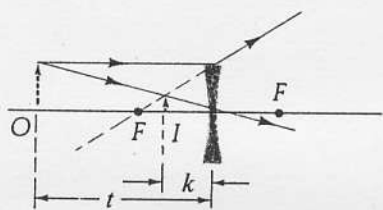
Most rátérünk a sugármenetek megszerkesztésének módszerére, amit a vékony lencsék által alkotott kép helyének meghatározására használhatunk. Ez a módszer hasonló ahhoz, amit a tükrök esetében alkalmaztunk. A vékony lencsék esetén azonban többnyire két fókuszpontot is bejelölünk, amelyek a lencse két oldalán azonos távolságban helyezkednek el. Ez azt jelenti, hogy a gyűjtőlencsére bármelyik oldalról is essék paraxiális – a tengellyel közel párhuzamosan haladó – sugárnyaláb, az a másik oldalon a fókuszpontban egyesül. (Szórólencsék esetén pedig a megtört sugarak visszafelé való meghosszabításai metszik egymást a lencse innenső oldalán levő fókuszpontban.)



(a) 1. eset: gyűjtőlencse, valódi kép



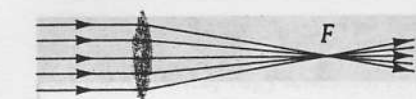
(b) 2. eset: gyűjtőlencse, virtuális kép



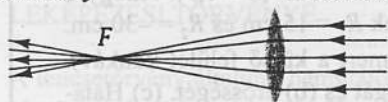
(c) 3. eset: szórólencse, virtuális kép

37-21 ábra

Képkalkotás vizsgálata a sugármenet követésével. Ha a lencsét elhagyó fénysugarak nem metszik egymást, a virtuális kép a tényleges sugár visszafelé történő meghosszabbításával – amit szaggatott vonalakkal jelöltünk – tűzhető ki.

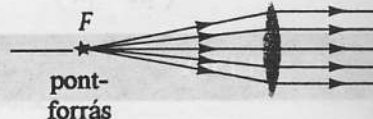


beeső fény

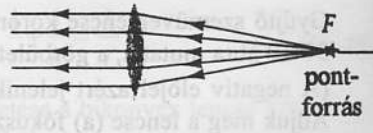


beeső fény

(a) A lencse két oldalára eső párhuzamos fénnyaláb. Ha a lencse vékony, az f fókusz távolság mindkét oldalon ugyanakkora lesz.



pont-forrás



pont-forrás

(b) A lencse egyik, illetve másik oldali F fókuszpontjából, érkező fénysugarak. Ezek a lencse másik oldalán párhuzamos nyalábként távoznak.

37-20 ábra

A vékony lencse ugyanúgy téríti el a fényt függetlenül attól, hogy a fény a lencse melyik oldalára érkezik. Ez nem lesz igaz a vastag lencsék esetében!

Továbbá: gyűjtőlencse bármelyik oldalán lévő fókuszpontjából kiinduló sugarak a lencse másik oldalán a tengellyel párhuzamosan haladnak tovább. Ahogy a 37-20 ábra mutatja, a helyzet szimmetrikus abból a szempontból, hogy milyen irányból érkezik be a fény és halad át a lencsén. (Ez vastag lencsék esetén már nem igaz!)

Mint a tükörnél is, az F fókuszpont általában nem a kép helyét adja, kivéve azt az esetet, amikor a beeső fény párhuzamos az optikai tengellyel. Hasznos, ha úgy gondolunk a fókuszpontra, mint a lencséhez tartozó pontra, mely megkönnyíti a sugármenet megszerkesztését.

A sugármenet ábrázolásához két nevezetes sugarat húzhatunk meg⁷, melyeket bármikor könnyű megszerkeszteni.

A VÉKONY LENCSEK NEVEZETES SUGARAI

(1) A lencse középpontján áthaladó sugár irányváltoztatás nélkül halad tovább. (A középpont közelében a lencse úgy viselkedik, mint kicsiny planparalell lemez. Azt a kis oldalirányú sugáreltolódást, amit a tengellyel nem párhuzamosan haladó sugarakon ez okozna, a vékony-lencse-közelítésben bizvást elhanyagolhatjuk.)

(2) A tengellyel párhuzamos sugár úgy törik meg, hogy vagy maga a sugár, vagy meghosszabbítása az F fókuszponton halad át.

A 37-21 ábra a vékony lencsék által okozott fénytörés három különböző esetét mutatja be (feltéve, hogy a lencse törésmutatója nagyobb, mint a környező anyagé).

⁷ Egy harmadik sugár is megrajzolható:

(3) Az a sugár, amelyik az F fókuszponton való áthaladás után esik a lencsére, a tengellyel párhuzamos irányban hagyja el a lencsét. (Ide tartozik az a nyaláb is, melynek meghosszabbítása halad át a fókuszponton!)

Ez a sugár azonban nem mindig kezelhető könnyen. (pl. a fókuszpont közelében lévő nagy méretű tárgyak esetében.)

1. eset. Gyűjtőlencse, valódi kép

A 37-21a ábrán a tárgy az O pontba helyezett nyíl, amely a fókusz távolságnál messzebb van a lencsétől. (Olyan tárgyat vizsgálunk, amelynek másik végpontja a tengelyen van, ez elegendő, mert a tárgyaknak az optikai tengely alatti része – a tengelyre vonatkozó szimmetria miatt – ugyanazt az eredményt adná.) Meghúzzuk a nyíl hegyéből azt a két sugarat, amit könnyű követni. Az egyik sugár a lencse középpontján halad át és nem változtatja az irányát. A másik a lencsét a tengellyel párhuzamosan közelíti meg, majd úgy törik meg, hogy a lencse F fókuszpontja felé tartson. E két sugár metszéspontja tüzi ki I -ben a nyílhegy képét. (A nyíl többi részét hasonló módon képezzük le, így létrejön az egész nyíl képe.) Mint-hogy a fénysugarak ténylegesen konvergálnak, a kép valódi, azaz a kép helyére tett ernyőn felfogható. A kép fordított állású, ahogyan ezt a sugármenet-ábráról le is lehet olvasni.

Az N nagyítás definíció szerint a képnagyság és tárgynagyság hányadosa:

$$\text{NAGYÍTÁS} \quad N = \frac{\text{Képnagyság}}{\text{Tárgynagyság}} = -\frac{k}{t} \quad (37-22)$$

A negatív előjelet azért vezetjük be, hogy az N negatív előjele a fordított állású, pozitív előjele pedig az egyenes állású képre utaljon. Vagyis, ha t és k mindketten pozitívak, N negatív – ez tehát fordított állású képre utal. Ugyanez az előjelkonvenció igaz tetszőleges lencse és a tükrök esetén is. A nagyítás elnevezés azonban kissé félrevezető, mert a kép lehet a tárgynál kisebb is – ekkor az N abszolút értéke egynél kisebb.



37-22 ábra
Két vékony gyűjtőlencse, egyenes állású, fordított állású képek

2. eset Gyűjtőlencse, virtuális kép

A 37-21b ábrán a tárgy a lencsétől a fókusz távolságnál kisebb távolságban van. Most is két sugarat követünk a nyíl hegyétől. Az egyik sugár irányváltozás nélkül halad át a lencse középpontján. A másik a lencsét a tengellyel párhuzamosan közelíti meg és a törés után a lencse fókuszpontján halad át. Meghatározzuk e két sugár metszéspontját úgy, hogy a sugarakat visszafelé meghosszabbítjuk a metszésig, ez kitézi az I kép helyét. Minthogy a sugarak meghosszabbításain nem halad valódi fénysugár, ezért ezeket a vonalakat szaggatottan rajzoltuk. Ha a kép helyén nincs tényleges fénysugár, akkor a kép látszólagos, virtuális. (Az oda helyezett ernyő nem fogja fel semmiféle képet!) A kép egyébként egyenes állású, amit a sugármenet ábrája is mutat (s amit az N nagyítás pozitív értékéből is kiolvashatunk). Belátható, hogy mindazokban az esetekben, amikor a tárgy a fókusz távolságnál közelebb kerül a lencséhez, a kép a tárgynál nagyobb, mindig virtuális, egyenes állású, és a lencsének mindig ugyanazon az oldalán van, ahol a tárgy is.

3. eset Szórólencse, virtuális kép

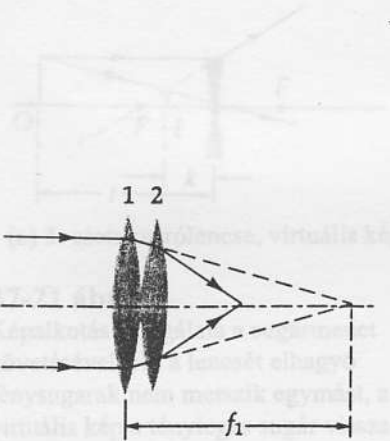
Miként a 37-21c ábrán látszik, a nyíl hegyéből induló sugarak a lencsén való áthaladás után széttartóak, függetlenül attól, hogy milyen távol van a tárgy a lencsétől. Ennek következtében virtuális kép jön létre, ami mindig kisebb a tárgynál, és ugyanazon az oldalon van, ahol a tárgy is.



(a) 1. eset: gyűjtőlencse, valódí kép



(b) 2. eset: gyűjtőlencse, virtuális kép

**37-22 ábra**

Két vékony gyűjtőlencse, egymást érintő helyzetbe állítva.

A sugármeneteket mutató ábrák nagy segítséget nyújtanak a képjellemzők meghatározásában, mert már maga a sugármenet-ábra is feltárja ezeket a tulajdonságokat. Ezért aztán nem szükséges memorizálni a plusz és mínusz jeleket a valódi és virtuális egyenes állású vagy fordított képekhez.

A képképzés egy tulajdonságát azonban kiemeljük. Ha, mondjuk, a lencse felét eltakarjuk, akkor is mindig megmarad a teljes kép, csak hogy fele olyan fényesen. Valójában a lencse bármely kicsiny darabja is teljes képet hoz létre. Ennek oka nyilvánvaló, hiszen, emlékezzünk vissza, a lencse a beeső hullámfrontra hat (vagyis a tárgy minden egyes pontjából kiinduló minden egyes sugárra), nem pedig arra a néhány sugárra, amit a képszerkesztéshez rendszerint megrajzolunk.

37.8 Lencserendszerek

A legtöbb optikai berendezésben több lencséből álló lencserendszert alkalmaznak. A leggyakrabban a több lencséből álló rendszer segít abban, hogy bizonyos képképzési hibákat korrigálni lehessen. Más esetekben, ha a végső kép több lépésben alakul ki, akkor a berendezés hossza tetemesen lecsökken ahhoz képest, mintha egyetlen lencsét használtunk volna. A tárgyalást egyszerű, két lencséből álló rendszerekre korlátozzuk.

Tekintsünk két vékony lencsét, melyek érintkeznek egymással, ez sok optikai berendezésben gyakorta előforduló eset. A 37-22 ábra két ilyen lencsét mutat, amelyek fókusz távolsága rendre f_1 és f_2 . Balról párhuzamos fénynyaláb érkezik az ① lencsére, a sugarak a lencsétől f_1 távolságra találkoznának, ha a másik lencse nem volna jelen. A fény a ① lencsét elhagyva konvergál, összetartó nyaláb éri a ② lencsét. Ezért az előjelkonvenció miatt a második lencse számára a t_2 tárgytávolság $-f_1$. A lencse-törvény alkalmazásával

$$\frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{f_2}$$

Megjegyezve, hogy k_2 éppen a lencserendszer f fókusz távolságával egyenlő, adódik, hogy

$$\frac{1}{-f_1} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2}$$

Átrendezés után

VÉKONY LENCSEK EREDŐ
FÓKUSZTÁVOLSÁGA

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (37-23)$$

(egymással érintkező helyzet)

vagy D dioptriában kifejezve

$$D = D_1 + D_2 \quad (37-24)$$

A dioptria használata különösen hasznos a lencserendszerek esetén, mert az egymással érintkező két vékony lencse erőssége egyszerűen az összetevő lencsék erősségeinek az összege. Ezek olyan általános összefüggések, amelyek az egymással érintkező, gyűjtő és szóró lencsék tetszőleges kombinációira is érvényesek.

37-6 PÉLDA

Két vékony lencsét, melyek fókusz távolságai rendre $f_1 = 20$ cm és $f_2 = 60$ cm, egymást érintő helyzetbe hozunk. (a) Mekkora az összetett lencse f' fókusz távolsága? (b) Milyen f_3 fókusz távolságú vé-

kony lencsét illesszünk szorosan az előző kettő mellé ahhoz, hogy a lencse-hármas eredő fókusz távolsága $f'' = -40$ cm legyen?

MEGOLDÁS

(a) A számértékeket az eredő fókusz távolság képletébe helyettesítve a következőket kapjuk.

Fókusz távolságot használva

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{60\text{cm}}$$

$$f' = 15,0\text{ cm}$$

Dioptriát használva

$$D_1 = \frac{1}{0,2\text{ m}} = 5\text{ dioptria}$$

$$D_2 = \frac{1}{0,6\text{ m}} = 1,67\text{ dioptria}$$

$$D' = D_1 + D_2 = (5 + 1,67)\text{ dioptria}$$

$$D' = 6,67\text{ dioptria.}$$

(b) Még egy további lencsét adva a kombinációhoz

$$\frac{1}{f''} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f_3}$$

$$\frac{1}{-40\text{ cm}} = \frac{1}{15\text{ cm}} + \frac{1}{f_3}$$

$$f_3 = -10,9\text{ cm}$$

$$D'' = \frac{1}{-0,4\text{ m}}$$

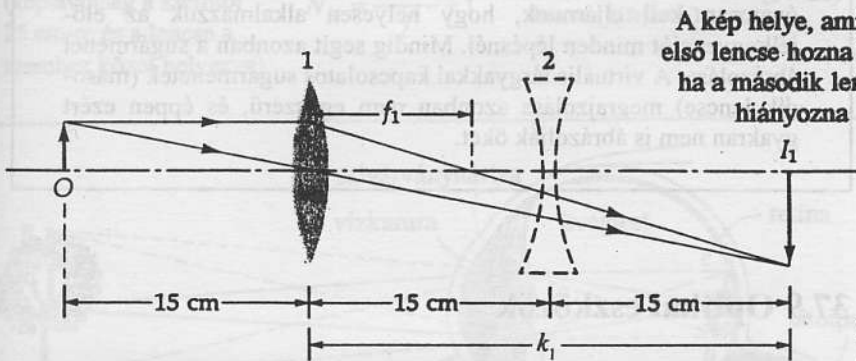
$$= -2,5\text{ dioptria}$$

$$D'' = D' + D_3$$

$$-2,5\text{ dioptria} = 6,67\text{ dioptria} + D_3$$

$$D_3 = 9,17\text{ dioptria.}$$

Ha pozitív és negatív fókusz távolságú lencséből készítünk rendszert, akkor, amint azt a későbbiek során látni fogjuk, a kép bizonyos hibái kiküszöbölhetők.



37-23 ábra
A 37-7 példához

37-7 PÉLDA

Tekintsünk két lencsét, lásd a 37-23 ábrát. Egy tárgyat tegyünk a gyűjtőlencsétől 15 cm-re, a gyűjtőlencse fókusz távolsága $f_1 = 10$ cm. Helyezzünk $f_2 = -20$ cm fókusz távolságú szórólencsét a gyűjtőlencsétől 15 cm-re a lencse másik oldalán. Határozzuk meg a két lencse együttese által alkotott végső kép helyét és írjuk le a tulajdonságait!

MEGOLDÁS

Minthogy ez a két lencse *nem érintkezik* egymással, az eredő fókusz távolságra levezetett képletet nem használhatjuk. Ehelyett egyenként megvizsgáljuk az egyes lencsék képalkotását. Első lépésként az első lencse által alkotott kép helyét határozzuk meg úgy, mintha a második lencse ott sem volna. A leképezési törvényt alkalmazva azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{15 \text{ cm}} + \frac{1}{k_1} = \frac{1}{10 \text{ cm}}$$

Ezt a k_1 -re megoldva adódik, hogy $k_1 = 30 \text{ cm}$

Így a kép 30 cm-re lenne az első lencsétől, a lencse másik oldalán (ha a másik lencse nem lenne ott). De mert a második lencse az elsőtől jobbra van 15 cm-re, a fénysugarak még konvergálnak, mielőtt a második lencsét elérnék (ezáltal virtuális tárgyat hoznak létre a számára). Így a második lencse számára a tárgytávolság $t_2 = -15 \text{ cm}$. Akkor

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{-15 \text{ cm}} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{-20 \text{ cm}}$$

Ezt k_2 -re megoldva adódik, hogy $k_2 = 60 \text{ cm}$

A végső kép, 60 cm-re van a második lencsétől jobbra. Ez a kép fordított állású, mert az első lencse valódi fordított állású képet alkotott, míg a második lencse – szórólencse lévén – nem képes további képfordításra. Bár a lencse szórólencse, erőssége nem elegendő ahhoz, hogy a beeső összetartó sugarakat széttartóvá tegye; t_2 pozitív előjele *konvergáló* sugarakat jelent, amelyek a végső képet valódivá teszik.

A kétlencses rendszer eredő nagyítása az

$$N = N_1 N_2 = \left(-\frac{k_1}{t_1} \right) \left(-\frac{k_2}{t_2} \right) = \left(-\frac{30 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \right) \left(-\frac{60 \text{ cm}}{-15 \text{ cm}} \right) = -8,00$$

szorzat. Ellenőrzésképpen megjegyezzük, hogy a negatív előjel fordított állású képet jelent.

De legyen szabad óvatosságra inteni az Olvasót! Mint ez a példa is megvilágítja, a több lencséből összetett rendszereknél óvatosan kell eljárunk, hogy helyesen alkalmazzuk az előjelkonvenciót minden lépésnél. Mindig segít azonban a sugármenet ábrázolása. A virtuális tárgyakkal kapcsolatos sugármenetek (második lencse) megrajzolása azonban nem egyszerű, és éppen ezért gyakran nem is ábrázolják őket.

37.9 Optikai eszközök

Az egyszerű nagyító vagy lupe

A legegyszerűbb optikai eszköz a nagyítóként használt egyetlen lencse, vagy lupe. Az apróbetűs szöveg vagy parányi tárgyi fölé gyűjtőlencsét helyezünk és addig mozgatjuk fel-le, míg a legjobb nagyított képet kapjuk. Minthogy a tárgy a lencse fókusz távolságánál közelebb van a lencséhez, a kép egyenes állású, ahogy ezt a 37-24b ábra is mutatja. Mennyire nagyítja fel a tárgyat a lencse és hogyan függ a nagyítás a lencse fókusz távolságától? A felelet bonyolult, mert a képtávolság igencsak rövid is lehet, de lehet a kép végtelen távolban is, attól függően, hogy a megfigyelő mekkora távolságot tart a látás

szempontjából a legkényelmesebbnek. A megfigyelő szeme tehát különböző távolságokban lehet a lencsétől, így a szem által látott kép látószöge változhat. A lehetőségek számának csökkentése érdekében csak azt az esetet tárgyaljuk, amikor a megfigyelő szeme a lencséhez közel van.

Amikor nagyítót használunk, az érdekel bennünket, hogy a nagyító használatával mennyivel nagyobb képet látunk ahhoz az esethez képest, amikor a tárgyat szabad szemmel nézzük. Az úgynevezett normális látású ember tisztán képes látni azokat a tárgyakat, amelyek 25 cm-nél messzebb vannak. Egy tárgy akkor látszik a legnagyobb szög alatt, ha szemünkhöz a lehető legközelebb van. Definíció szerint a kényelmes látás legkisebb távolságát (az ún. tisztalátás távolságát) 25 cm-nek vesszük. Természetesen vannak olyan emberek, akik ennél közelebről is jól látják a tárgyakat, míg vannak olyanok is, akik már ennyire közelről sem látnak tisztán. A 25 cm átlagos értéknek tekintendő.

Az N_{sz} **szögnagyítást** a következő hányadossal definiáljuk:

SZÖGNAGYÍTÁS

$$N_{sz} \equiv \frac{\left[\begin{array}{l} \text{a tárgy látószöge} \\ \text{a nagyítón keresztül nézve} \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{l} \text{a tárgy látószöge} \\ \text{szabad szemmel 25 cm távolságból nézve} \end{array} \right]} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (37-25)$$

A szabad szemmel 25 cm-ről nézett tárgy látószöge: $\beta \approx h/25$ cm, lásd a 37-24a ábrát. A nagyító használata esetén, amikor a lencse a szemhez közel van és a kép a szemtől 25 cm távolságban keletkezik (37-24b ábra), a $k = -25$ cm miatt a látószög: $\alpha \approx h/t$. Ha a leképezési törvényt az $1/t$ mennyiségre megoldjuk és behelyettesítjük a $k = -25$ cm értéket, azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{k} = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{-25 \text{ cm}} \right) = \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{25 \text{ cm}} \right)$$

Tehát nagyító használata esetén a látószög

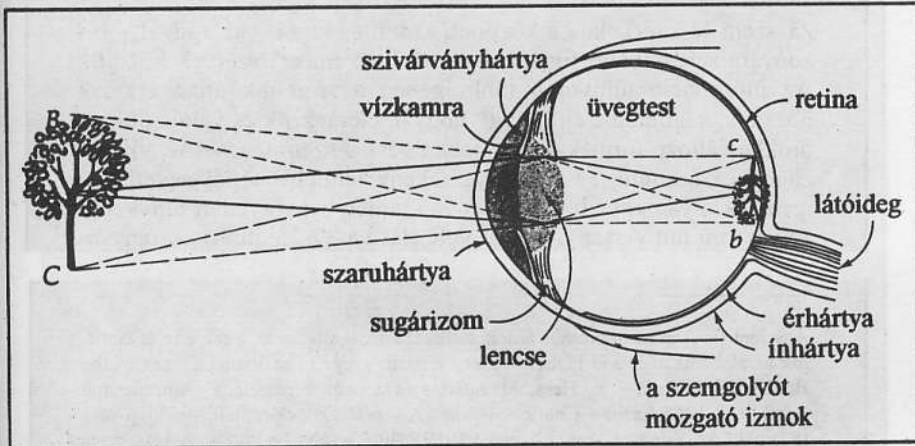
$$\alpha = \frac{h}{t} = h \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{25 \text{ cm}} \right)$$

Behelyettesítve a (37-25) képletbe, a szögnagyításra az alábbi eredményt kapjuk:

A NAGYÍTÓ SZÖGNAGYÍTÁSA

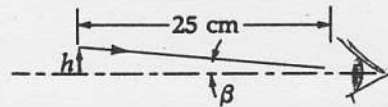
(képtávolság a szemtől 25 cm-re és a lencse a szemhez közel helyezve)

$$N_{sz} = \frac{25 \text{ cm}}{f} + 1 \quad (\text{Itt } f \text{ centiméterekben van kifejezve.}) \quad (37-26)$$

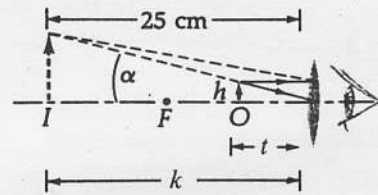


37-25 ábra

Az emberi szem egyszerűsített vázlata. A látóideg valójában a szem közep-pontján átmenő függőleges sík egyik oldalán van.



(a) A tárgyat szabad szemmel nézzük a tisztalátás számára legkényelmesebb távolságból. Ez átlagosan 25 cm. A tárgy $\beta = h/25$ cm szögben látszik.



(b) A szemhez közel helyezett nagyító lencsén keresztül nézzük a tárgyat, a kép a tisztánlátás kényelmes ($k = -25$ cm) távolságában alakul ki, a kép az $\alpha = h/t$ szögben látszik.

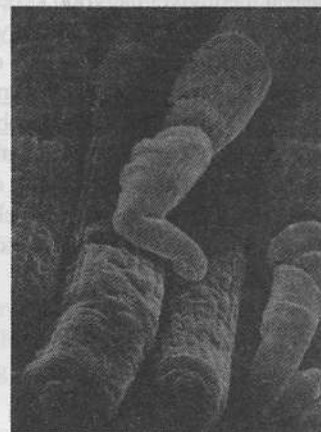
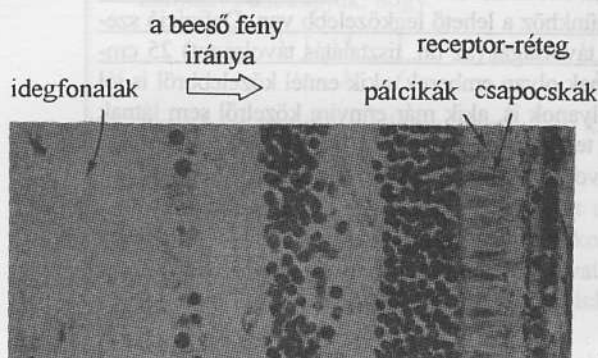
37-24 ábra

Az egyszerű nagyító.

Hasonló elemzést végezve el a végtelenben kialakuló kép esetére (37C-59 probléma), azt találjuk, hogy

A NAGYÍTÓ SZÖGNAGYÍTÁSA (kép a végtelenben)

$$N_{sz} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (\text{Itt } f \text{ centiméterekben van kifejezve.}) \quad (37-27)$$



(a) Az emberi szem retinájának keresztmetszete idegszálak, véredények és más szövetek bonyolult rendszerét mutatja, amin keresztül kell haladnia a beeső fénynek, hogy elérhesse a pálcikákat és a csapocskákat. Ez a fedőréteg láthatóvá válik, ha becsukott szemünkhöz kicsiny fényforrást közelítünk. Kellő gyakorlattal észrevehető, hogy a véredények árnyék-mintázatot vetítenek a pálcikákra és a csapocskára, sőt még az is meglátható, ahogyan a véresejtek minden egyes szívverésre átpréselődnek a szűk véredényeken.

(b) Pálcikák és csapocskák szalamandra szemében, a kép pásztázó elektronmikroszkóppal készült, a nagyítás 1600-szoros.

37-26 ábra

(a) Az emberi retina keresztmetszete. (b) Szalamandra retinájából származó pálcikák és csapocskák.

Ekkor a képet ún. végtelenre akkomodált szemmel nézzük.

A szem és kapcsolata a központi számítógéppel – az aggyal – bizonyára a leginkább figyelemre méltó az emberi szervek között.* Az információ túlnyomó többségében a szemünk útján érkezik hozzánk, s ámulatba ejtő, hogy hogyan elemezzük és válogatjuk az örökké változó formákat. Alapjában véve a szem lencsés fényképezőgéphez hasonlít, amely fényérzékeny felületre képeket vetít, de igen sok olyan egyedi vonása is van, amelyben egyetlen fényképezőgép sem tud versenyre kelni vele (lásd a 37-25 ábrát). A fényesu-

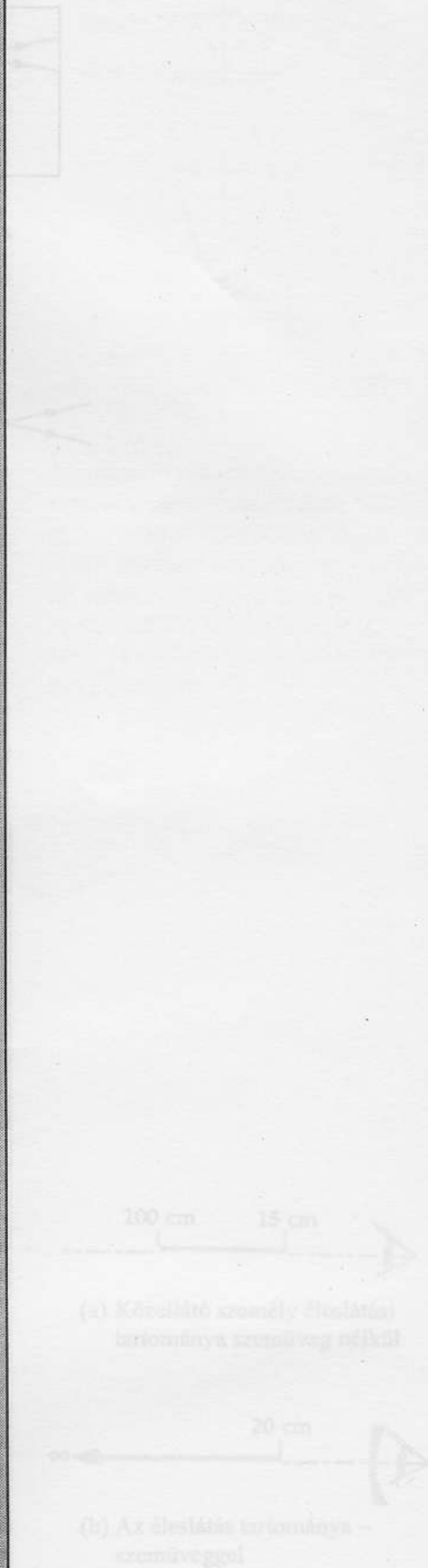
A Scientific American számos érdekes cikket közölt a látásról. Ezek között említjük az alábbiakat: David Hubel: Az agy vizuális kérge (The Visual Cortex of the Brain), 1963 Nov., – E. Hess; Magatartás és a pupilla nagysága (Attitude and Pupil Size) 1965 április – Charles Michael: A vizuális képek retinális feldolgozása (Retinal Processing of Visual Images) 1969 május – John Pettigrew: A kétszemes látás neurofiziológiája (The Neurophysiology of Binocular Vision) 1972 aug. – W. Rushton: A látópigmentek és a színvaktság (Visual Pigments and Color Blindness) 1975 márc. – John Ross: A kétszemes észlelés forrásai (The Resources of Binocular Perception) 1976 márc.

garak fókuszálása főként a *cornea*-val, a szaruhártya külső felületével történik, ugyanis itt a legnagyobb a levegő és a szaruhártya törésmutatója közti különbség. (Az átlagos szem erőssége kb 40-45 dioptria). Másrészt viszont a *lencse* olyan folyadékkal van körülvéve, amelynek törésmutatója nem nagyon tér el a lencse anyagának törésmutatójától, így viszonylag csekély fénytörés alakul ki. (A legfőbb oka annak, hogy a víz alatt nem látunk, abban keresendő, hogy a víz $n_v = 1,33$ törésmutatója igen közel áll a szaruhártyáéhoz: $n_s = 1,367$ és így nem okoz elég nagy fénytörést. A búvármásk abban is segít, hogy fenntartja a szem levegővel való érintkezését.)

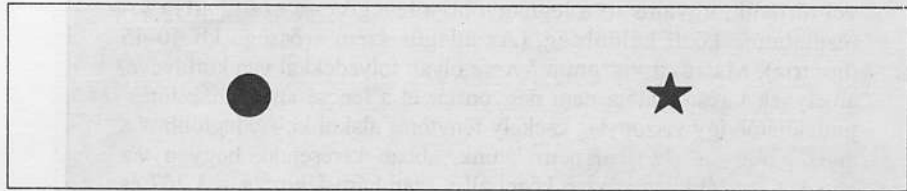
A szemlencse eléggé hajlékony, s így a *ciliáris izmok* kb 20-24 dioptria között szabályozhatják az erősségét. Ezáltal – még akkor is, ha a lencse a fényérzékeny felülettől állandóan ugyanakkora távolságra van – éles képet lehet kialakítani változó tárgytávolság mellett is. A szaruhártya és a lencse együttes erőssége akár 60-65 dioptria is lehet. A szemnek azt a képességét, hogy a fókusz-távolságát változtatni képes, *akkomodációnak* nevezzük. Az idősödő embernél a lencse anyaga keményedik, az akkomodáció foka ezért a kor előrehaladtával csökken. Annak a legközelebbi tárgynak a távolságát, amelyről még éles képet alkot a szem, *közelpontnak* nevezik. Egy átlagos 10 éves gyermeknél ez kb 7 cm, a középkorú embernél kb 22 cm, 60 éves korban eléri a 100 cm-t, ami gyakorta „olvasószemüveg” használatát teszi szükségessé ahhoz, hogy kis távolságokon is tisztán, élesen lehessen látni.

A retina, vagy reccshártya kb. 125 millió fotoreceptor-sejtet tartalmaz, melyeket pálcikáknak és csapocskáknak nevezünk. Ezeket az optikai vagy látóidegen keresztül neuronok és idegszálak bonyolult rendszere köti össze az aggyal (lásd a 37-26 ábrát). Amikor pl. Ön ezeket a szavakat olvassa, a szeme pontról pontra ugrik úgy, hogy a látómező közepe a foveára (látógödörre) essék. Ez kb. 0,3 mm átmérőjű terület, amely csak sűrűn egymás mellett elhelyezkedő csapocskákat tartalmaz. (Hogy fogalmat lehessen alkotni a látómezőről, ami a foveát fedi, megemlítjük, hogy a telihold képe a retinán kb. 0,2 mm átmérőjű. A szemnek az a képessége, hogy a finom részleteket érzékelje (felbontóképesség), a foveában a legnagyobb. A színekre csak a csapocskák érzékenyek. A foveától távolodva a pálcikák száma viszonylag nagyobb lesz, s bár nem érzékenyek a színekre, mégis igen kis fényintenzitást is észlelni tudnak. A pálcikák fényérzékenysége pl. egy halvány csillag megfigyelésével próbálható ki. A csillagot esetleg nem is látjuk, ha egyenesen ránézünk, azonban ha kissé oldalra fordítjuk tekintetünket, hogy a csillag képe a pálcikákra essék, észrevehetjük a csillag halvány fényét. A kutatók szerint a kép adatainak a feldolgozása, kiváltképpen egyes speciális fotoreceptorokkal rendelkező állatok esetében, már a retinán megkezdődik. Ezek a receptorok az agyba speciális irányítójeleket továbbítanak a sötét tartományokat a világosaktól elválasztó határfelületekről vagy bizonyos irányú mozgásokról.

Az *irisz*, vagy szivárványhártya nem más, mint egy állítható diafragma, nyílás, amely a szembe jutó fény mennyiségét szabályozza. Az irisz nyílásának nagyságát, a *pupillát*, nemcsak a beeső fény szabályozza, hanem egyes gyógyszerek vagy az élőlény érzelmei, emóciói is. Ha tetszik nekünk valami, a pupillák tágulnak, ha valamivel elégedetlenek vagyunk, a pupillák összehúzódnak. Rafinált pókerjátékosok, akik ennek a hatásnak jó ismerői, azt állítják, hogy néha meg lehet állapítani a játékos kezében lévő lap pontértékét a pupillanagyság változásából. Jóllehet, a szivárványhártya a fényintenzitást csak kb 16-os szorzó erejéig befolyásolja, a retinának magának igen nagy az érzékenysége. A fény kémiai változásokat okoz a pálcikákban és a csapocskákban, ami csökkenti az érzékenységet. Ha kb fél órát eltöltöttünk a sötétben, a szemünk *sötétre adaptálódik*, és ekkor éri el a legnagyobb érzékenységet. A színes látás teljesen kielégítő elmélete, mely az összes jelenséget képes lenne



37-29 ábra
A 37-8 példához



37-27 ábra

A vakfolt feltárásához. Behunyt bal szemmel nézzünk a körre és közelítsük a lapot szemünkhöz. Amikor az ábra kb. 20 cm-re van tőlünk, a csillag eltűnik. (Hasonló jelenség figyelhető meg, ha jobb szemünket

behunyva a csillagot nézzük.). Az agy a látómező hiányzó részét, a környezethez hasonló színnel és mintázattal „igyekszik” betölteni. Így például, ha a mintázat csikos, akkor az „üres” látómezőben csíkok látszanak.

megmagyarázni, még nincs meg, bár meglehetősen bizonyos, hogy a csapocskák három típusba oszthatók, amelyek színérzékenysége valamennyire átfedi egymást, egyik fajtájuk a kék színre, másik a zöldre, a harmadik a sárgára (és nem a vörösre, mint korábban gondolták) legérzékenyebb. A férfiak kb 8%-a, a nőknek kb 1%-a szenved valamilyen színlátási hibában, ami örökletes betegség és valahogyan a nemhez kapcsolódik.

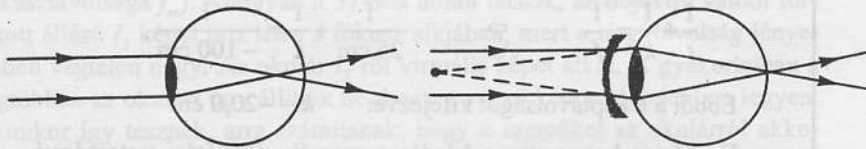
A foveában, ahol a felbontóképesség a legnagyobb, mindegyik csapocskának külön összeköttetése van a látóideggel, de a retina széle felé már több receptort is összeköthet egy-egy idegpálya. Abban a tartományban, ahol a látóideg elhagyja a retinát, vakfolt képződik a látótérben (lásd a 37-27 ábrát). Az idegpályák egy része egymást keresztezve jut el a két szemből az agy vizuális cortex-ébe, erről a keresztezett „huzalozásról” azt sejtik, hogy a mélységérzékeléssel, valamint azzal kapcsolatos, hogy a két szemmel való látás abban az esetben is fenntartható legyen, ha az egyik agyfélteke megsérül.

A szem-plusz-agy kombináció meglepően hatásos vizuális rendszer, mely lehetővé teszi, hogy egy jelenetet gyorsan átpásztázva az érdekes helyeket a nagy feloldóképességű fovea segítségével tanulmányozzuk, a változó képek közül válogathassunk és kiválaszt-hassuk azt a fontos információt, amit az intenzitás, az alak, a mozgás és a szín hordoz, és hogy ezeket ideiglenesen elraktározzuk a memóriában, végül mindebből egyetlen háromdimenziós képet alkossunk környezetünkről.

A szemüveg

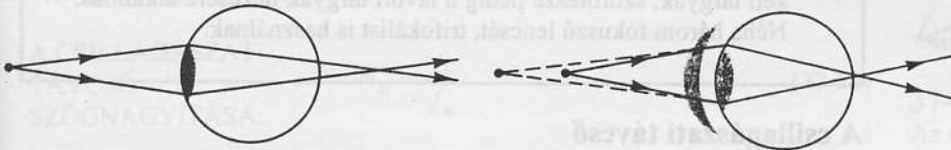
A normális szemlencse fókusztávolsága csekély mértékben változtatható (ez az *akkomodáció*). Így, bár a retina a lencsétől állandó távolságra van, a lencse a retinán éles képet tud kialakítani mind közeli, mind távoli tárgyakról. Néha a szemlencsék nem szimmetrikusak és a pontszerű fényforrásokról megnyújtott képet hoznak létre, ezt az abnormális működést asztigmatizmusnak hívjuk. Mind az akkomodáció hiánya, mind az asztigmatizmus szemüveggel korrigálható.

Tekintsük a 37-28 ábrát. A *rövidlátó* szem távoli tárgyakról nem tud éles képet alkotni, a szemüveg azonban a tárgyról megfelelően közeli virtuális képet ad, amit a szemlencse már képes a retinára leképezni. Fordítva, *távollátó* szemmel a közeli tárgyak látszanak életpellenek, a megfelelő szemüveg itt a közeli tárgyról hoz létre a szemtől távolabb eső virtuális képet, amit a szem már élesen le tud képezni a retinára. *Mindkét esetben a legegyszerűbb ha a szemüveget alkalmas képtávolságú virtuális kép létrehozására szolgáló eszköznek tekintjük.* Erre a távolságra a szem már képes akkomodálni, és a virtuális képet élesen le tudja képezni a retinára. Az alábbi példa megvilágítja ezeket az eljárásokat.



(a) A közellátás (*myopia*). A távoli tárgyak nem láthatók élesen, mert a szem a beeső fénysugarakat túl erősen fókuszálja és így a kép már a retina előtt létrejön.

(b) A közellátást negatív lencse korrigálja azért, hogy a távoli tárgyról a szemhez közelebb hoz létre virtuális képet. Maga a szem aztán erről hoz létre képet a retinán.



(c) A távollátás (*hyperopia*). A közeli tárgyak nem láthatók élesen, mert a szem nem törli meg eléggé a sugarakat és így a kép a retina mögött jön létre.

(d) A távollátás pozitív lencsével korrigálható, mert ez a lencse a közeli tárgyról virtuális képet hoz létre, mely a szemtől távolabb van, mint a tárgy. Ezt a virtuális képet a szem aztán leképezi a retinára.

37-28 ábra

A szemüveggel kijavíthatók azok a hibák amiket az okoz, hogy a szem nem a retinán alkot képet.

37-8 PÉLDA

A rövidlátó személy a tárgyakat 15 cm és 100 cm közötti tartományban képes élesen látni (ahogyan a 37-29a ábra mutatja). Milyen az a szemüveg, amely a normális éleslátási tartományt biztosítja 25 cm és a végtelen között? (b) Keressük meg azt a képtávolságot, ahová ez a szemüveg a 25 cm-es normális kényelmes olvasási távolságba helyezett tárgyat leképezi.

MEGOLDÁS

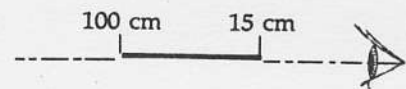
(a) Míg ez a személy szemüveg nélkül könnyedén tud olvasni, a távoli tárgyról érkező fénysugarakat nem tudja megfelelően fókuszálni a szeme. A szemüvegnek ezért a távoli tárgyat 15 cm és 100 cm közötti távolságba kell leképeznie. A gyakorlatban a végtelen távolban lévő tárgyak képeinek a éleslátási tartomány legtávolabbi részén kell lenniük, vagyis a normális közellátást a szemüvegnek sem kellene érintenie. Így, a végtelen távoli tárgy képének $k = -100$ cm képtávolságnál kell lennie (a negatív előjel a virtuális képre utal). A leképezési törvényből indulva

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-100 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

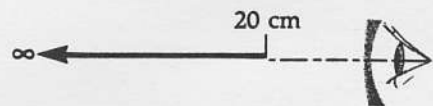
Ezt a szemüveg fókusz távolságára megoldva azt kapjuk, hogy

$$f = -100 \text{ cm} \quad \text{vagy} \quad -1,00 \text{ dioptria.}$$

b) Ismét a lencsetörvényt alkalmazva



(a) Közellátó személy éleslátási tartománya szemüveg nélkül



(b) Az éleslátás tartománya – szemüveggel

37-29 ábra
A 37-8 példához

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{25 \text{ cm}} + \frac{1}{k} = \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

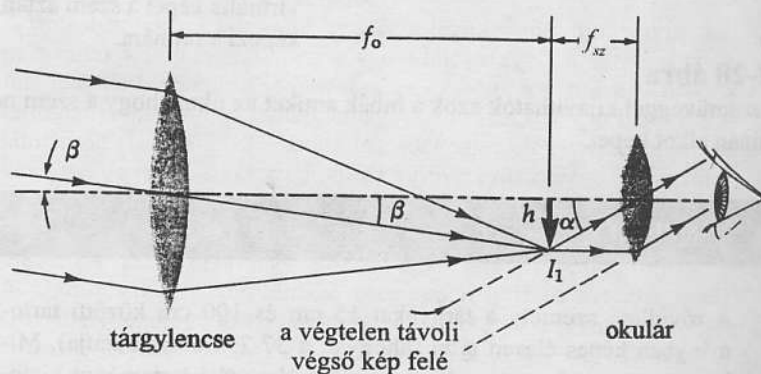
Ebből a k képtávolságot kifejezve: $k = -20,0 \text{ cm}$

Ez bőven benne van a kérdéses személy éleslátási tartományában. A szemüveg így a éleslátási tartománynak a 37-29b ábrán mutatott kiterjesztésére képes.

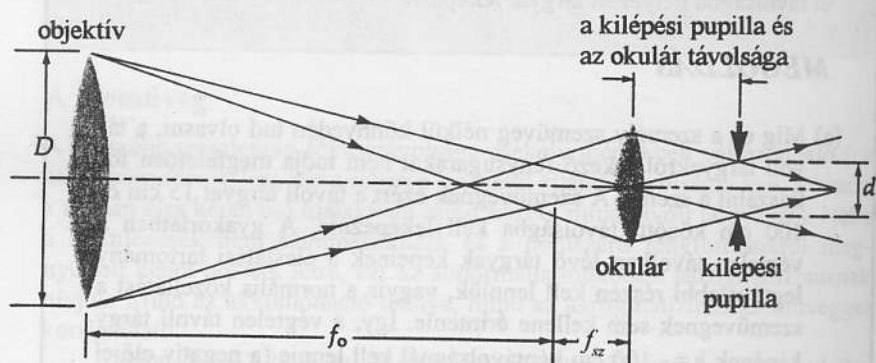
Középkorú emberek gyakran elvesztik akkomodációs képességüket, vagyis az éleslátási tartományuk megrövidül. (Ez a *presbyopia*.) Az az ember, akinek az éleslátási tartománya 100 cm körüli kis szakaszra korlátozódik, a legjobban bifokális szemüveggel segíthet problémáján: a szemüveg gyűjtőrésze a közeli tárgyak, szórórésze pedig a távoli tárgyak nézésére alkalmas. Néha három fókuszú lensét, trifokálist is használnak.

A csillagászati távcső

A csillagászati távcső, a teleszkóp (eredeti jelentés szerint: messzelátó) a legegyszerűbb esetben két gyűjtőlencséből áll: az objektív vagy tárgylencséből, (melynek fókusz távolsága f_o) és az okulárból vagy szemlencséből (melynek



(a) A tárgylencse valódi, fordított állású I_1 képet alkot a távoli tárgyról. Az okulár az I_1 képről távoli virtuális képet hoz létre.



(b) Az okulárlencse képet alkot az objektívről is, ezt kilépő pupillának nevezik. A megfigyelő szemének pupilláját a kilépő pupillára kell illeszteni, hogy maximális fényerő jusson a szembe. Az okulár és a kilépő pupilla távolságát szemreliefnek nevezik, ennek elég nagyának kell lennie, hogy akár szemüveges megfigyelőnek is megfelelően.

37-30 ábra

A csillagászati távcső.

fókusz távolsága f_{sz}). Ahogyan a 37-30a ábrán látszik, az objektív valódi fordított állású I_1 képet hoz létre a fókusz síkjában, mert a tárgy távolság lényegében végtelen nagy. Az okulár I_1 -ről virtuális képet alkot. A gyakorlatban a legtöbb esetben az okulárt úgy állítják be, hogy a végső kép a végtelenben legyen. (Amikor így tesznek, arra számítanak, hogy a szemüket az okulárról akkomodáció nélkül irányíthatják a tárgyra is.) A végtelenben lévő végső kép esetében az I_1 képnek az okulár fókuszpontjában kell lennie.

A csillagászati távcső N_{sz} szögnyújtása az okulárban látható kép látószögének és a tárgy látószögének hányadosa. Így $N_{sz} = \alpha/\beta$, ahol α és β a 37-30a ábrán látható szögek. Általában az objektív által készített kép kicsi mind az objektív f_o fókusz távolságához, mind az okulár f_{sz} fókusz távolságához képest. Ekkor, minthogy $h \ll f_{sz}$ és $\alpha = \arctg(h/f_{sz}) \approx h/f_{sz}$. Hasonlóképpen $\beta \approx h/f_o$. Így az $N_{sz} = \alpha/\beta$ képlet alapján;

A CSILLAGÁSZATI
TÁVCSŐ
SZÖGNAGYÍTÁSA:

$$N_{sz} = \frac{f_o}{f_{sz}} \quad (37-28)$$

A távcső fontos jellemzője a fénygyűjtő képessége. Ideális esetben, amikor távcsővön keresztül nézünk, az objektív lencsén át bejutó minden fénynek a szem pupilláján kellene keresztül mennie. Ahogyan a 37-30b ábra mutatja, az okulárból kilépő fénynyaláb beszűkül, majd kitágul. A beszűkült keresztmetszet területe, amit kilépő pupillának neveznek, tulajdonképpen az objektív lencse képe, amit az okulár lencse alkot. Ha a kilépő pupilla átmérője kisebb, mint a megfigyelő szemének pupillája, a szem a távcsővön áthaladó összes fényt észlelni képes.

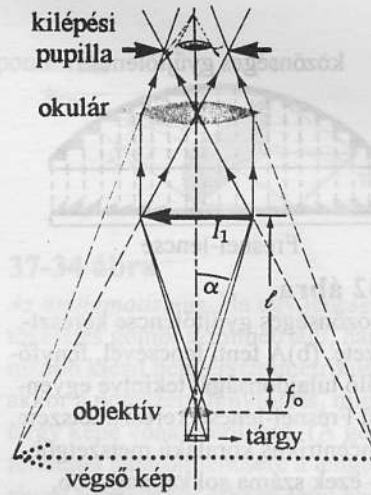
Az egyszerű mikroszkóp

Az egyszerű kétlencsés mikroszkópban, amit a 37-31 ábra mutat, a tárgy éppen az objektív (tárgylencse) f_o (az f_o igen rövid) fókusz távolságán kívülre van elhelyezve. Ezáltal az objektív erősen nagyított I_1 képet alkot. Ezt a képet azután az okulár (melynek fókusz távolsága f_{sz}) tovább nagyítja úgy, ahogyan azt már az egyszerű nagyítónál tárgyaltuk. A végső virtuális képet a megfigyelő a kényelmes tisztalátás legkisebb távolságából szemléli. Az okulárlencse N_{sz} szögnyújtása (lásd a 37-27 egyenletet) közelítőleg $25 \text{ cm}/f_{sz}$. (A képletből elhagytuk az l összeadandót, mert a gyakorlatban az f_{sz} sokkal rövidebb 25 cm-nél). Az objektív lencse nagyítása N , ennél fogva a mikroszkóp teljes nagyítása: $NN_{sz} = N/(25 \text{ cm}/f)$. Az objektív nagyítása l/f_o , ahol l a mikroszkóp tubushossza. Ennek tipikus értéke 18 cm. Ezeket az értékeket behelyettesítve, a nagyításra az adódik, hogy

A MIKROSKÓP
NAGYÍTÁSA

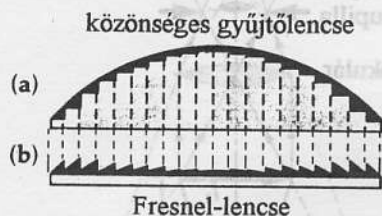
$$NN_{sz} = \left(\frac{l}{f_o}\right) \left(\frac{25 \text{ cm}}{f_{sz}}\right) = \frac{450 \text{ cm}^2}{f_o f_{sz}} \quad \text{ahol az } f_o \text{ és } f_{sz} \text{ centiméterekben van kifejezve} \quad (37-29)$$

Annak érdekében, hogy megfelelő kilépési pupilla és okulárlépési pupilla valósuljon meg, (lásd a 37-30b ábrát), az f_{sz} -nek 1 cm nagyságrendűnek kell lennie. Így a (37-29) egyenlet miatt az f_o -nak is igen kicsinek kell lennie. Kb. 2000-szeres nagyításhoz az f_o 2 mm nagyságrendű kell, hogy legyen.



37-31 ábra

Az egyszerű mikroszkóp. A tárgylencse a tárgyról erősen nagyított valódi egyenes állású képet alkot (I_1). Az okulár egyszerű nagyító, amely az I_1 -ről virtuális képet hoz létre. A végső képet általában úgy tervezik meg, hogy a tisztalátás legkisebb távolságban jöjjön létre.



37-32 ábra

(a) Közönséges gyűjtőlencse keresztmetszete. (b) A fenti lencsével, fényfókuszáló tulajdonságát tekintve egyenértékű Fresnel-lencse keresztmetszete. A koncentrikus kör alakú metszetgörbék – ezek száma sokkal nagyobb, mint amit az ábrán mutatunk – képviselik a közönséges lencse fénytörő felületét, az (a) ábrán halványan vonalkázott rész ennél a lencsénél megtakarítható. Negatív Fresnel-lencsét is használnak néha, pl. üdülőkocsik hátsó ablakánál, hogy szélesebb látószögű kitekintést adjanak, mint amekkorát az ablak lehetővé tenné.

A Fresnel-lencsék

Gyakran kívánatos a fényenergia összegyűjtése. Ez fordul elő a világítótornyok lámpáinál, a napenergia bizonyos kollektortípusai esetén és pl. az írásvetítőknél. A nagy átmérőjű egyszerű gyűjtőlencsék helyett, amelyeket nehéz és drága előállítani, ugyanaz a fénykoncentráció elérhető a *Fresnel-lencsével*. A 37-32a ábrán látható közönséges lencsének a nem árnyékolt részei nem vesznek részt a fókuszáló hatásban és tulajdonképpen kiküszöbölhetőek. A Fresnel-lencse igen sok koncentrikus kör alakú vájatával a lencsének csak a fénytörő felületét tartja meg, s ezáltal tetemes súlycsökkenés érhető el. A Fresnel-lencsét gyakran műanyagból öntik. Mivel többnyire nem a kép jó minősége az elsődleges cél, a felület pontos megmunkálása gyakran nem fontos. A Fresnel-lencsék jól használhatók a közlekedési lámpákban, ahol a fényt csak a kívánt irányban kell látni. Felhasználási lehetőségeihez járul még, hogy a kb. $1/4 \text{ m}^2$ területű Fresnel-lencse napfényben 3000 K hőmérsékletet is képes a fókuszában előállítani, ami már számos fémfajta megolvastatásához elegendő. Ennek kisebb változatai használatosak a kirándulók könnyű camping-tűzhelyében.

A fényképezőgép és a fényrekesz

A lencsék fénygyűjtő képessége, „fényereje”, felületükkel arányos. A legtöbb fényképezőgépben a lencse hatásos felületét az ún. *íriszrekesz* vagy fényrekesz változtatásával állítják be: ez kör alakú lyuk, melynek átmérője változtatható. A fényrekesz állását a *fókusz távolság és a rekesz átmérőjének hányadosával* (a nyílásviszonnyal vagy relatív apertúrával) jellemezzük. A fényképezőgépek objektívén beállítható rekesz-állások egymástól általában közelítőleg $\sqrt{2}$ -es tényezővel különböznek (például, jellegzetes rekesz-állások: 2; 2,8; 3,5; 4,5; 5,6; 8; 11; 16). Így az egymást követő rekesz-állásokhoz közelítőleg kétszer akkora fényerő tartozik. Nagyra nyitott fényrekeszrel rövid expozíciós idővel lehet fényképet készíteni.

37-9 PÉLDA

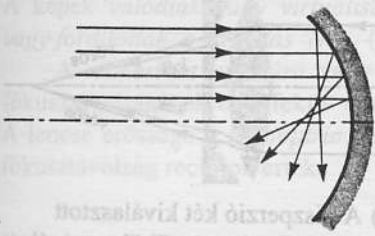
Fényképezőgép lencsájének fókusz távolsága 50 mm , maximális fényereje 2. (a) Adjuk meg a lencse átmérőjét. (b) Ha egy felvétel helyes expozíciós ideje 2,8-as fényrekesz esetén $1/400 \text{ s}$, mi a helyes expozíciós idő 8-as rekeszállás mellett?

MEGOLDÁS

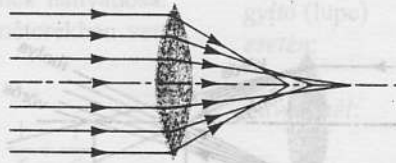
$$(a) \text{ Átmérő} = \frac{\text{Fókusz távolság}}{\text{relatív apertúra}} = \frac{50 \text{ mm}}{2} = 25,0 \text{ mm}$$

(b) Az apertúrabéállítás a növekvő rekeszállás skálán a harmadik lépésnél áll, ezért az objektív hatásos keresztmetszete háromszor csökken kettes faktossal. Így az expozíciós időnek $2^3 = 8$ szorzóval kell hosszabbnak lennie, vagyis

$$(8) \left(\frac{1}{400} \right) \text{ s} = \frac{1}{50} \text{ s}$$



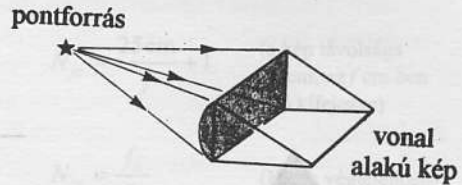
(a) A tengelytől nagyobb távolságban haladó párhuzamos sugarak a gömbtükrökhöz közelebb fókuszálódnak, mint a tengely mentén haladók.



(b) Vékony lencse széléhez közel haladó sugarakra a fókusz távolság kisebb, mint a tengely mentén haladó sugarakra.

37-33 ábra

A *szférikus aberráció*. Minthogy a szférikus (gömbi) felületeket a legkönnyebb elkészíteni, a tükrök és a lencsék felülete általában szférikus. Így a paraxiális – tengellyel párhuzamosan haladó, de a lencse szélére érkező – sugaraknak szükségképpen más lesz a fókuszpontjuk, fókusz távolságuk, mint a tengely mentén haladóknak. Ennélfogva a kép „elkenődik” és kinyúlik a fókuszból. Ennek a jelenségnek a csökkentése érdekében a kamerákat gyakran irisszel, vagy állítható apertúra nyílással látják el, ami „bezárható” úgy, hogy a fénynyalábnak csak a lencse tengelye mentén haladó részét hasznosítsa a fényképezőgép. (Ez fényszegénységet okoz, amit hosszabb expozíciós idővel kell kompenzálni.) Parabolatükrök a párhuzamos sugarakat valóban ugyanabba a fókuszpontba gyűjtik és itt nincs szférikus aberráció. Lencsék is lehet úgy csiszolni, hogy speciális felületük legyen (az előállítási költségek nagyok), hogy így korlátozzuk a szférikus aberrációt.

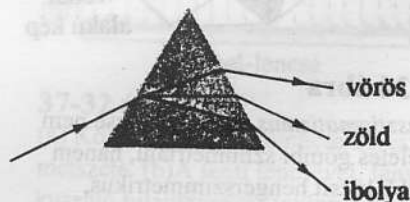


37-34 ábra

Az *asztigmatizmus*. Ha egy lencse nem tökéletes gömbi szimmetriájú, hanem inkább kicsit hengerszimmetrikus, akkor a pontszerű fényforrás, mint tárgy képe vonalszerű lesz. (A gömbfelülettel határolt lencsére a tengelytől távoli forrásokból érkező fény hasonló hatást vált ki.) Az asztigmatikus látást korrigálni lehet olyan szemüvegekkel, amelyek kompenzáló hengerességének (cilindritásának) tengelye a szemlencsére merőleges.

37.10 Lencsehibák

A lencsetörvény levezetésében több egyszerűsítő feltevést alkalmaztunk. Így például a kis szögekre vonatkozó közelítéssel éltünk, figyelmen kívül hagyva azokat a tárgyakat és sugarakat, amelyek a tengelytől távolabb vannak, továbbá elhanyagoltuk azt a tényt is, hogy a törésmutató különböző színű fényre nem ugyanaz (fellép a diszperzió). Következésképpen minden konkrét lencse mutat valamilyen *lencsehibát*, a törvényektől eltérő viselkedést, aberrációt a képképzésében. Néhány általában előforduló példát mutatnak be erre a 37-33 – 37-35 ábrák. Ezek legtöbbjét minimálisra lehet csökkenteni több lencséből álló összetett rendszer alkalmazásával, ahol az egyik lencse által okozott hibát részben közömbösítik a többi lencsék aberrációi. A speciális törésmutatójú optikai üvegyanyagok terén végbement legújabbkori fejlődés, valamint a nagysebességű számítástechnika használata a nem gömbfelületekkel határolt (aszférikus) lencsék fénytörő tulajdonságainak leírásában jelentősen tökéletesítette az optikai rendszerek tervezését. Tökéletes lencse nincsen, de (megfelelő költséggráfordítással) a legtöbb kellemetlen hiba minimalizálható.

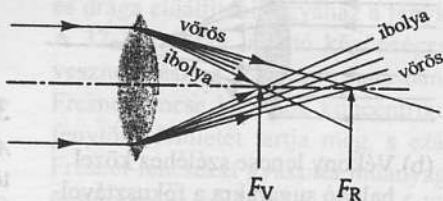


(a) A prizma (a diszperzió mérete eltúlzott).

37-35 ábra

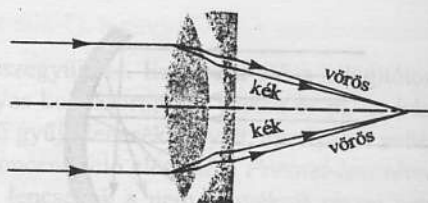
Lencsék kromatikus aberrációja.

Minthogy az üveg törésmutatója a kis hullámhosszakra nő, a kék és az ibolya színű fény jobban törik, mint a vörös. Ennélfogva a lencse a fehér fényű képet színekre bontja, ugyanúgy, ahogy a prizma. Így egy



(b) Gyűjtőlencsének a fókusz távolsága a vörös színű fény számára hosszabb, mint az ibolyaszínűre.

egyszerű lencsének különböző lesz a fókusz távolsága a különböző színű fényekre, ezt a lencsehibát szín okozta eltérésnek, kromatikus aberrációnak nevezzük. A színszétszórás, a diszperzió mérete itt erősen túlzott. Több lencséből álló



(c) A diszperzió két kiválasztott hullámhosszra gyűjtőlencsénél „meg nem történtté” tehető olyan szórólencse alkalmazásával, amelynek a gyűjtőlencsénél nagyobb a diszperziója. (A többi hullámhosszú fény azonban továbbra is különböző pontokban fókuszálódik.)

rendszer tervezhető úgy, hogy ezt a jelenséget korlátozza, de valamennyi hullámhosszra teljesen nem lehet kiküszöbölni. (Tükrök esetében – természetesen – a kromatikus aberráció nem lép fel.)

Összefoglalás

A (hullámhossztól függő) n törésmutató definíció szerint

$$n \equiv \frac{c}{v}$$

Snellius törvénye két különböző közeg közti határfelületen bekövetkező fénytörésre (ahol θ a sugár és a felület normálisra által bezárt szög):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

A teljes visszaverődés: a θ_c kritikus szöget a

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (n_2 < n_1)$$

képlet adja meg.

A vékony lencsék leképezési törvénye:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

ahol t a tárgy, k a kép távolsága, f a fókusz távolság. Az egyenletet az alábbi előjelkonvencióval együtt kell használni:

- (1) A t értéke pozitív, ha a lencsére beeső sugarak divergálnak (széttartóak).
- (2) A k értéke pozitív, ha a lencsét elhagyó sugarak konvergálnak (összetartóak).

- (3) Az f fókusz távolság gyűjtőlencsére pozitív, szórólencsére negatív.

A vékony lencse fókusz távolsága:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

ahol n a lencse anyagának törésmutatója a környező anyaghoz viszonyítva, R_1 és R_2 a lencsét határoló felületek görbületi sugara. Az R_1 és R_2 pozitív, ha a megfelelő külső határfelületek konvexek és negatív, ha konkávok (feltéve, hogy a lencse n törésmutatója nagyobb, mint a környező anyagoké).

Nevezetes sugarak ábrázolásával sok információhoz juthatunk a képpel kapcsolatban. A képet az alábbi három nevezetes sugár közül kettő segítségével szerkesztjük meg:

- (1) A lencse középpontján átmenő sugár eltérítés nélkül folytatja útját.
- (2) A tengellyel párhuzamosan haladó sugár (vagy meghosszabbítása) a fókuszponton halad át.
- (3) A fókuszponton áthaladó sugár (vagy meghosszabbítása) a lencsén áthaladva a tengellyel párhuzamosan folytatja útját.

* (Ez utóbbi megkötés nem szükséges, lásd a 882. oldal fordítói lábjegyzetét)

A képek valódiak vagy virtuálisak, egyenes állásúak vagy fordítottak, a nagyítás $N = -(k/l)$.

A numerikus apertúra vagy rekeszállás a lencse fókusz távolságának és effektív átmérőjének hányadosa. A lencse erőssége a D dioptria, ami a méterekben vett fókusz távolság reciprok értéke.

$$\text{Két, egymással érintkező lencsére} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

vagy a megfelelő dioptriákkal

$$D = D_1 + D_2$$

Két egymástól távol álló lencse esetében a keletkező kép úgy jön létre, hogy az egyik által alkotott kép a másik lencse számára a tárgy.

Kérdések

- 1) Megváltoztatjuk-e egy gömbtükör fókusz távolságát azáltal, hogy a tükröt vízbe merítjük?
- 2) Egy megfigyelő úszómedence felé tart. Miért függ az úszómedence látszólagos mélysége attól, hogy a megfigyelő a medence szélétől milyen távolságra van?
- 3) Vajon miért látszik megtörtnek a medence vízébe merülő rúd abban a pontban, ahol a vízbe ér?
- 4) Ha a halász láthatja a hal szemét egy nyugodt vízű tóban, vajon a hal is mindig láthatja-e a halász szemét? Vagyis vannak-e olyan helyzetek, amikor a teljes visszaverődés megakadályozza, hogy az egyik partner a másikat lássa?
- 5) Mit lát a úszó, amikor a vízből a medence nyugodt felszíne felé néz? Vegyük tekintetbe a teljes visszaverődést is.
- 6) Mik az optikai tulajdonságai az üvegbe zárt légbuboréknak?
- 7) Amikor egy navigátor késő délutáni időpontban szextánszal megméri a Nap és a horizont szögét, a leolvasott szögértéket korrigálni kell. Miért szükséges ez a korrekció és milyen előjelű?
- 8) Lehetséges-e, hogy egy lencse a levegőben gyűjtőlencse, míg a vízben szórólencse?
- 9) Hogyan függ a gyűjtőlencsék fókusz távolsága a fény színétől? Ez ugyanolyan jellegű-e szórólencsénél is?
- 10) Vékony lencse két fókuszpontja a lencse két oldalán ugyanakkora távolságban van. Meg tudnánk-e mutatni a sugármenetek felvázolásával, hogy vastag lencsénél a két fókusz távolság nem szükségképpen egyenlő, azaz a fókuszpontok a lencse két oldalán a lencse középpontjától nem ugyanakkora távolságban vannak?
- 11) Milyen eljárással határozhatjuk meg (a) egy szórólencse és (b) egy domború tükör fókusz távolságát?

A szögnagyítás:

$$\text{Egyszerű nagyító (lupe) esetén:} \quad N_{sz} = \frac{25 \text{ cm}}{f} + 1 \quad (\text{a kép távolsága } 25 \text{ cm, az } f \text{ cm-ben van kifejezve})$$

$$\text{Távcsőnél:} \quad N_{sz} = \frac{f_o}{f_{sz}} \quad (\text{Kép a végtelenben})$$

A mikroszkóp nagyítása

$$NN_{sz} = \left(\frac{l}{f_o} \right) \left(\frac{25 \text{ cm}}{f_{sz}} \right) \quad (\text{itt az } l \text{ a tubushossz, (általában } 18 \text{ cm), az } f_o \text{ és } f_{sz} \text{ centiméterekben mérendő}).$$

Gyakori lencsehibák: szférikus (gömbi) aberráció, asztigmatizmus, kromatikus aberráció.

- 12) Ha valakinek a szemei kisebbnek látszanak, amikor viseli a szemüvegét, mint amikor nem viseli, vajon rövidlátó vagy távollátó az illető?
- 13) Amikor az úszó buvármász nélkül úszik a víz alatt, akkor rövidlátó vagy távollátó lesz-e inkább? Tudja-e ezt korrigálni szemüveggel? Ha igen, milyen lencsét használjon?
- 14) Egyszerű kétlencsés csillagászati távcsövet (két gyűjtőlencsével) használunk távoli jel megfigyelésére. Vajon a kép csak egyszerűen fordított állású, vagy a jelben lévő betűk is fordítottak, mint a síktükör alkotta képen?
- 15) Vajon a normális látású emberek miért igazítják gyakran úgy a csillagászati távcső okulárlencsését, hogy a kép a végtelenben jöjjön létre?
- 16) Egy szemüveges ember megengedi, hogy szemüvegével kísérletezzünk. Hogyan lehetne megállapítani a tulajdonos megkérdezése nélkül, hogy a lencsét korrigálták-e asztigmatizmus ellen?
- 17) Két különböző megfigyelő ugyanazt a szivárványt pontosan ugyanazon a helyen látja? Magyarizzuk meg a választ.
- 18) Egy lencse felső felét eltakarjuk. Hogyan változik a képalkotás? A teljes kép látható még? Van-e más változás? Magyarizzuk meg a választ.
- 19) A *camera obscurának* is nevezett *lyukkamerának* nincsen lencséje. Ehelyett a parányi lyuk elegendő arra, hogy a lyuk túloldalán elhelyezett filmen kép keletkezzék. Magyarizzuk meg, hogyan jön létre a kép. Hogyan lehetséges, hogy mind a közeli, mind a távoli tárgyak esetében éles képet kapunk?
- 20) Fizikai laboratóriumban egy diák gyűjtőlencsével éppen valódi képet alkot az ablakkeretről egy papírlapon. Vajon a papírlapot a lencséhez közelítse vagy a lencsétől távolítsa ahhoz, hogy egy távoli fa éles képét létrehozza?

21) A 37-5 ábrán vajon miért látszik a folyadékba merített szalmaszál vékonyabbnak, mint a levegőben maradó része?

Feladatok

37.2 Fénytörés sík felületen

37 A-1 Mikroszkóppal megmérhető egy sík üveglemez törésmutatója. Az üveglemez felső lapjára állított mikroszkópot 2,50 mm-rel lejjebb kell állítani, hogy az alsó felület képe legyen éles. Az üveglap vastagsága 3,800 mm. Számítsuk ki az üveg törésmutatóját.

37 B-2 Ha keskeny lézernyaláb vastag üveglemezről verődik vissza, akkor két párhuzamos nyaláb keletkezik. Az egyik a lemez előlapjáról, a másik a lemez hátlapjáról verődik vissza. Tegyük fel, hogy a beesési szög θ , a lemez vastagsága D , a lemez üvegeének törésmutatója n . Adjuk meg a két visszavert sugár merőleges d távolságát θ , D és n függvényében.

37 B-3 Legyen t_0 az az időtartam, amíg a fényjel üres edény fenekétől a tetejéig függőlegesen felér. Mutassuk meg, hogy ha ugyanezt az edényt n ($n > 1$) törésmutatójú folyadékkal töltjük meg, a fény számára a látszólagos mélység megtételéhez függőlegesen ugyancsak t_0 idő kell!

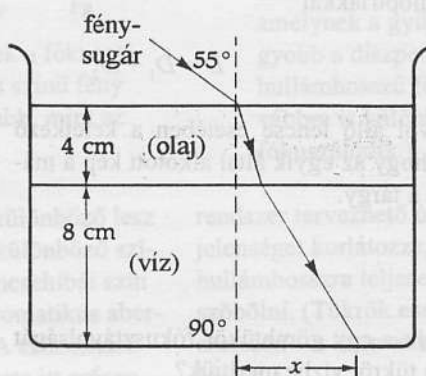
37B-4 Egy 12 cm mély edényben $n = 1,33$ törésmutatójú vízből 5 cm vastag réteg van, majd erre 7 cm vastagon olajat ($n = 1,48$) rétegezzünk, ami a vízen úszik. Számítsuk ki, mekkora az edény látszólagos mélysége, ha az edényt közvetlenül az edény feletti pontból nézzük? (Útmutatás: használjuk fel a 37B-3 probléma eredményét!)

37 B-5 Fénynyaláb sík üveglapra 40° -os szöget bezáró irányból érkezik. Az üveg 1,5 cm vastag és törésmutatója $n = 1,60$. Az üveglap másik oldalán megjelenő fénynyaláb párhuzamos a beeső fénynyalábbal, de oldalirányban kissé eltolódott. Számítsuk ki, mekkora távolságra tolódott el a kijövő nyaláb a beeső nyaláb irányától!

37 B-6 Lapos fenekű tartályban 8 cm magasan víz van ($n = 1,33$), rajta 4 cm vastag olaj úszik ($n = 1,47$). Az olajhoz $\theta = 55^\circ$ szögben fénysugár érkezik. Adjuk meg a 37-36 ábrán látható x vízszintes távolság nagyságát!

37 B-7 Egy 20 cm magas és 15 cm átmérőjű konzervdoboz fedőlapját kiemeljük, az aljára pedig közepén kis lyukat fúrunk. Amikor a lyukon átnézünk, látómezőnk a doboz belső széle egy kúpra korlátozza. (a) Számítsuk ki, mekkora a maximális látószög a doboz tengelyétől mérve. (b) Számítsuk ki a látás térszögét szteradianokban. (Lásd az E függelékét a térszög definíciójára vonatkozóan.) (c) Töltsük meg a dobozt átlátszó műanyaggal, aminek a törésmutatója $n = 1,65$. Mekkora a maximális látószög a konzervdoboz tengelyétől mérve, ha most nézünk át a lyukon!

22) Milyen közel lehet helyezni a tárgyat egy gyűjtőlencséhez, hogy a lencse még mindig valódi képet alkosson? Hol van ez a kép?



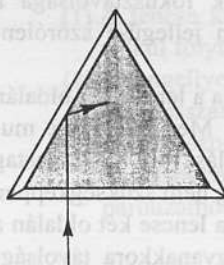
37-36 ábra

A 37B-6 feladathoz

37.3 A teljes visszaverődés

37A-8 Egy fénysugár érkezik a 45° -os prizma (37-11a ábrán látható módon). (a) Adjuk meg azt a minimális törésmutatót a prizma anyagára, amely mellett az ábrán mutatott teljes visszaverődés létrejön. (b) A prizmát vízbe tesszük. Határozzuk meg erre az esetre vonatkozóan a prizma minimális törésmutatóját, mellyel ugyanezt az eredményt érhetjük el.

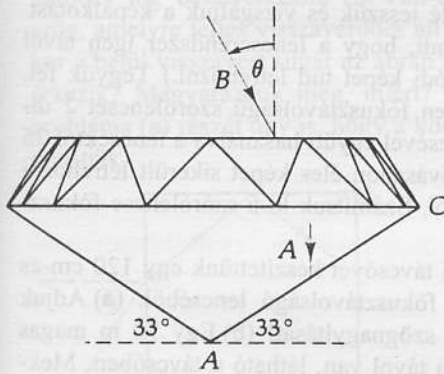
37B-9 Sík üveglemezeket, melyek lapjai párhuzamosak, arra használunk fel, hogy olyan üreges prizmát készítsünk, amelynek a keresztmetszete egyenlő oldalú háromszög. A prizmát rézsulfátoldattal töltjük meg ($n = 1,74$). A 37-37 ábra szerint, a prizma egyik határlapjára merőlegesen (nem a határlap felezővonalánál) fény esik. Adjuk meg az üveg maximális törésmutatóját, amelynél a folyadék-üveg határfelületen még létrejön a teljes visszaverődés!



37-37 ábra

A 37B-9 feladathoz

37B-10 A gyémánt tüze ragyogóbb, mint az ugyanolyan alakú üvegmásolat, mert a gyémánt nagyobb törésmutatója miatt több beeső sugár kényszerül a felső felületeken kilépni a belső teljes visszaverődés miatt, ahelyett, hogy a drágakő alsó oldalain menne keresztül. A gyémántban a fény disperziója is nagyobb a visszaverődésnél, s ez hozzájárul ahhoz, hogy a visszavert fény színárnyalatokban gazdagabb. (Lásd a 37-38 ábrát.) A fénysugár függőleges irányból esik a gyémántra ($n = 2,42$). (a) Mutassuk meg, hogy ez a sugár teljes visszaverődést szenved és a gyémánt felső oldalán fog távozni, míg egy hasonló fénysugár a flint-üveg másolatban ($n = 1,65$) a visszaverődés után egy oldallapon távozik. (b) Adjuk meg a B beeső fénysugár maximális θ beeső szögét, amely mellett a felső lapra érkező sugár az AC oldalon még teljes visszaverődést szenved. Csak olyan sugarakkal foglalkozunk, amelyek a centrális szimmetriatengelyt tartalmazó síkban vannak.



37-38 ábra

A 37B-10 és 37C-40 feladathoz

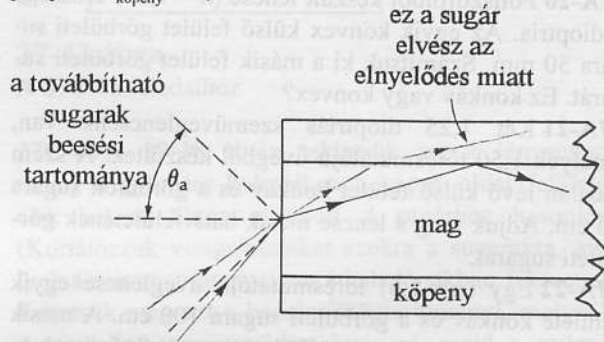
37B-11 Nyugodt vízű tó fenekén lévő hal a vízfelszín felett a tájnak, a haltól induló, függőleges tengelyű körkúpba eső részét láthatja. Számítsuk ki azt a térszöget (szteradiánokban), amelyet a hal szeme befog. (Lásd az E függeléket a szteradiánra vonatkozóan!)

37B-12 Víz ($n = 1,33$) felszínén benzolréteg ($n = 1,501$) úszik. (a) Adjuk meg a teljes visszaverődés kritikus szögét a két folyadék határfelületére. (b) Lehetséges-e, hogy egy fénysugár a levegőből úgy essék be a felső rétegre, hogy a két közeg határfelületét a kritikus szögben érje majd? Ha igen, adjuk meg felső benzolrétegre ezt a beesési szögét. Ha nem, magyarázzuk meg, miért nem!

37B-13 Pontszerű fényforrást, amely minden irányba egyformán világít, tó vízének ($n = 1,33$) felszíne alá helyezünk. Minden fény, ami a felszínre elérte, vagy teljesen visszaverődik, vagy teljesen kilép. Adjuk meg, hogy a pontszerű fényforrás által kibocsátott teljes sugárzás hányad része hagyja el a tó felszínét. (Útmutatás: lapozzuk fel az E függeléket a szteradián definíciójáért.)

37B-14 Tekintsük meg a 37-39 (és a 37-12) ábrát. Vizsgáljuk azt a fénysugarat, amely egy optikai szál

egyik végén lép be. Ha a beesési szög a θ_a kritikus „továbbítási” szögnél kisebb, a fénysugár a szál magjában a teljes visszaverődés mechanizmusával terjed tovább. A kritikus szögnél nagyobb beesési szög esetén a fénysugár a köpenyig verődhet vissza, ahol esetleg hamarosan elnyelődik. Határozzuk meg a szál végére érkező fénysugárra a teljes visszaverődés határszögét, ha az üvegszál törésmutatója a magnál $n_{\text{mag}} = 1,54$ és a köpenyénél $n_{\text{köpeny}} = 1,47$.



37-39 ábra

A 37B-14 és 37C-43 feladathoz

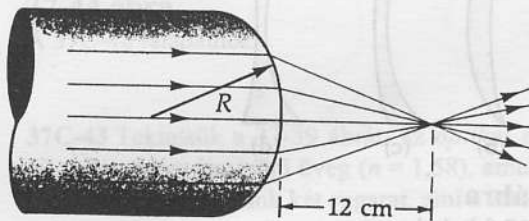
37.4 Visszaverődés gömbfelületen

37A-15 Nagy üveggömb közepén kis levegőbuborék van. Az üveggömb törésmutatója n és a nagy gömb sugara R . Határozzuk meg, hogy milyen távolinak látszik a buborék a gömb felszínétől?

37A-16 Egy 8 cm sugarú merev polisztirol gömb ($n = 1,59$) belsejében dísztárgy van. Milyen távol lővőnek tűnik a gömb felszínétől egy külső megfigyelő számára a tárgynak a gömb középpontjától 3 cm-re lévő pontja?

37B-17 Kis keresztmetszetű, párhuzamos fénynyalábot irányítunk egy nagy, tömör, átlátszó műanyagból készült gömb középpontja felé. A fénynyaláb a gömb túloldalán fókuszálódik. Mekkora a műanyag törésmutatója?

37B-18 Üvegrúdban ($n = 1,63$), melynek keresztmetszete körlap, fénynyaláb terjed a rúd tengelyével párhuzamosan haladva, ahogyan a 37-40 ábra mutatja. Adjuk meg a rúd végén lévő felület R görbületi sugarát úgy, hogy a kilépő fénynyaláb a rúd végétől 12 cm távolságban fókuszálódjék, amikor a rudat vízbe tesszük.



37-40 ábra

A 37B-18 feladathoz

37.5 Vékony lencsék

37.6 A dioptria

37A-19 Fényképezőgép (vékonynak tekinthető) lencséjének fókusz távolsága 50 mm. Határozzuk meg, hogy milyen messzire és mely irányba kell a lencsét elmozdítani a filmtől, hogy a végtelen tárgytávolságot 75 cm-re változtassuk.

37A-20 Polisztirolból készült lencse ($n = 1,59$) erőssége 2 dioptria. Az egyik konvex külső felület görbületi sugara 50 mm. Számítsuk ki a másik felület görbületi sugarát. Ez konkáv vagy konvex?

37A-21 Két 1,25 dioptriás szemüveglencsénk van, amelyek 1,50 törésmutatójú üvegből készültek. A szem oldalán lévő külső felület konkáv és a görbületi sugara 80 cm. Adjuk meg a lencse másik határfelületének görbületi sugarát.

37A-22 Egy ($n = 1,6$) törésmutatójú üveglencse egyik felülete konkáv és a görbületi sugara 100 cm. A másik felület konvex és 40 cm görbületi sugarú. Számítsuk ki a lencse fókusz távolságát.

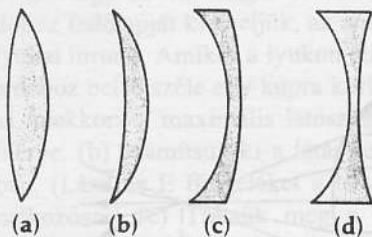
37B-23 Bikonvex gyűjtőlencse mindkét felületének ugyanakkora a görbületi sugara. A lencse fókusz távolsága f . A lencsét két egyenlő félre vágjuk a középpontján áthaladó, tengelyére merőleges síkban, s így két síkdomború lencse jön létre. Adjuk meg az új lencsék f' fókusz távolságát az f függvényében.

37B-24 Egy n törésmutatójú anyagból készült lencse fókusz távolsága f a levegőben. Ha n_1 törésmutatójú folyadékba merítjük, a lencse fókusz távolsága f' lesz. Adjuk meg az f' kifejezését f , n és n_1 segítségével.

37.7 Vékony lencsék: képszerkesztés és képnagyság

37A-25 Amikor a teliholdat a Földről nézzük, az átmérője kb $0,5^\circ$ szögben látszik. A teliholdat 50 mm fókusz távolságú lencsével ellátott fényképezőgéppel lefényképezzük. (a) Adjuk meg a Hold képenek átmérőjét a filmen. (b) Ha a film szélessége 35 mm, a film szélességének hányadrészét foglalja el a Hold képe?

37A-26 Egy 6 dioptriás nagyítóüveget nyomtatott oldal felett 10 cm-re tartunk. Mekkora egy 4 mm-es betű képenek mérete? Szerkesszük meg a képet.



37-41 ábra

A 37B-27 feladathoz

37B-27 A 37-41 ábrán négy üveglencsét látunk ($n = 1,58$). Mindegyik lencsénél a külső felületek görbületi sugarai rendre 15 cm, ill. 30 cm. Számítsuk ki a lencsék fókusz távolságát.

37B-28 Diavetítő az 5,8 m távol lévő ernyőn olyan képet alkot, amelynek méretei 80-szor akkora, mint a diafilmé. Adjuk meg (a) a diafilm és a vetítőlencse közti távolságot, (b) a lencse fókusz távolságát.

37B-29 Gyűjtőlencse fókusz távolsága 28 cm. (a) Adjuk meg azt a tárgytávolságot, amelyben álló tárgyról a lencse kétszer akkora valódi képet alkot, mint a tárgy. (b) Ismételjük meg a számítást kétszer akkora virtuális képre. Mindkét esetre szerkesszük meg a képet.

37.8 Lencserendszerek

37.9 Optikai eszközök

37A-30 Vékony szórólencse fókusz távolságának a meghatározása céljából a lencsét szorosan egy erős gyűjtőlencse mellé tesszük és vizsgáljuk a képalkotást. (Az erős azt jelenti, hogy a lencserendszer igen távol lévő tárgyról valódi képet tud létrehozni.) Tegyük fel, hogy az ismeretlen fókusz távolságú szórólencsét 2 dioptriás gyűjtőlencsével együtt használva a lencsétől 75 cm-re lévő vetítőlencsénél éles képet sikerült létrehozni egy távoli tárgyról. Számítsuk ki a szórólencse fókusz távolságát.

37A-31 Egyszerű távcsövet készítettünk egy 120 cm-es és egy 5 cm-es fókusz távolságú lencséből. (a) Adjuk meg a teleszkóp szögnagyítását! (b) Egy 70 m magas torony, ami 2 km távol van, látható a távcsőben. Mekkora a (végtelenben lévő) képnek a látószöge, ha az okuláron keresztül nézzük?

37A-32 Mikroszkóp optikai tubushossza 18 cm. A nagyítás 800-szoros. Ha az okulárlencse 1,2 cm-es fókusz távolságú, számítsuk ki az objektív lencse fókusz távolságát.

37B-33 Távollátó személy kényelmesen szemléli azokat a tárgyakat, amelyek 2 m-nél távolabbra vannak tőle és a nagyon távoli dolgokat is élesen látja. (a) Számítsuk ki, milyen erős lencsére van szüksége ahhoz, hogy a tőle 25 cm távol tartott könyvet olvashassa. (b) Határozzuk meg, milyen távol vannak azok a tárgyak, amelyeket ez a személy ezzel a szemüveggel még kényelmesen láthat, feltéve, hogy a szem akkomodációs képessége szemüveggel és anélkül ugyanakkora.

37B-34 (a) Számítsuk ki, mekkora a két vékony gyűjtőlencséből álló lencserendszer eredő fókusz távolsága, ha mindkét lencsének 50 cm a fókusz távolsága és a lencsét egymástól 5 cm távolságra helyezzük el. (b) Hasonlítsuk össze az eredményt azzal, amit az egymással érintkező lencsék esetében kapunk.

37B-35 Rövidlátó személy, aki $-1,5$ dioptriás szemüveget visel, tisztán látja a tőle 25 cm-re lévő és az igen távoli tárgyakat is. Határozzuk meg ennek a személynek az éleslátási tartományát szemüveg nélkül, feltéve, hogy

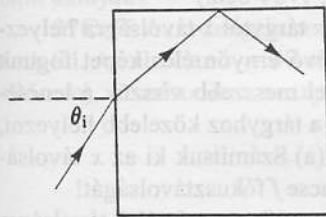
az illető ennél jobban már nem tud akkomodálni a távllátásra.

37B-36 Egy tárgy az x -tengely origójában van. Egy 10 cm és egy 20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencsét helyezünk el a tengelyre, rendre az $x = 15$ cm és $x = 35$ cm pontokban. (a) Hol és milyen képet alkot a rendszer? (b) Vázzuk fel a sugármeneteket arra az esetre, amikor csupán az első lencse van jelen.

További feladatok

37C-37 Vezessük le a Snellius fénytörési törvényt a Fermat elvből kiindulva. Használjunk fel a 36. fejezet 36C-15 problémájánál alkalmazott feltevésekhez hasonlókat.

37C-38 Üveggöckökre fénysugár esik ($n = 1,68$), a 37-42 ábra szerint. A sugár az ábra síkjával párhuzamos síkban halad. (a) Adjuk meg azt a legnagyobb θ beesési szöveget, amelyre a kocka fedőlapjánál teljes visszaverődés fog bekövetkezni. (b) Van-e olyan θ_i beesési szög, amelyre teljes visszaverődés áll elő akkor is, amikor a belül visszavert sugár az ábrán a jobb oldali lapra érkezik? Magyarázzuk meg, miért? (c) Oldjuk meg a probléma (a) részét úgy is, hogy a kockát teljesen vízbe merítjük.



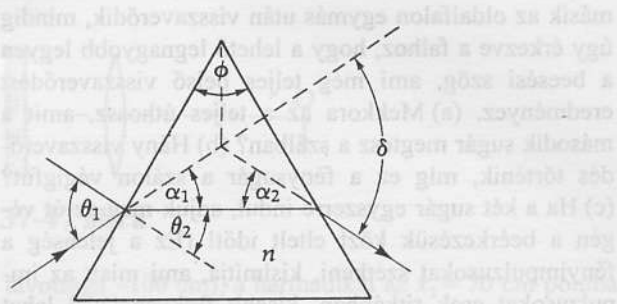
37-42 ábra

A 37C-38 feladathoz

37C-39 Átlátszó anyag törésmutatójának kényelmes mérési módszere az, hogy az anyagból prizmat készítsünk, mint a 37-43 ábrán látható. A prizmára eső fénysugár δ teljes eltérítési szöge annak a két eltérítési szögnek az összege, amit a fénysugár a prizma belsejében belépéskor (α_1), ill. kilépéskor (α_2) elszenved. Megmutatható, hogy az eltérítés δ_m szöge akkor minimális, ha a fénysugár szimmetrikusan halad át a prizmán ($\alpha_1 = \alpha_2$). Bizonyítsuk be, hogy ebben az esetben a prizma anyagának n törésmutatóját az

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\phi + \delta_m)}{\sin \frac{1}{2}\phi}$$

összefüggés adja meg, ahol ϕ a prizma törőszöge. (Útmutató: bizonyítsuk be, hogy $\theta_2 = \phi/2$, úgyhogy $\theta_1 = \theta_2 + \alpha$ és alkalmazzuk Snellius fénytörési törvényét.)



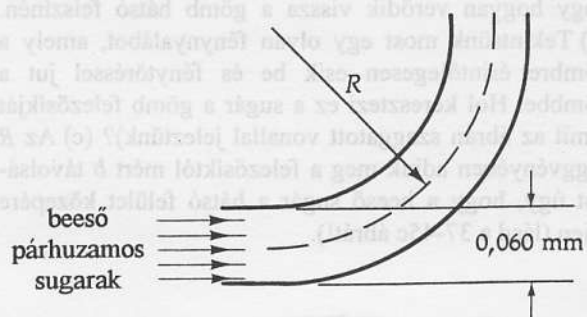
37-43 ábra

A 37C-3a feladathoz

37C-40 A 37-38 ábrán tekintsük azt a fénysugarat, amely a gyémánt belsejében a kúpos oldal felületére esik be, az ábrán mutatott A sugárhoz hasonlóan. (Korlátozzuk vizsgálatainkat azokra a sugarakra, amelyek a szimmetriatengelyen áthaladó síkban fekszenek.) Keressük meg azt a beesési szögtartományt, melynél a sugár teljes visszaverődést szenved, majd a gyémánt túlsó oldalán ismét teljes belső visszaverődésen megy át. (Az ilyen sugarak általában a felső felületeken át távoznak a fénytörés után, és ezzel a gyémánt színes ragyogásához, tüzéhez jelentősen hozzájárulnak.)

37C-41 Térjünk vissza a 37C-39 problémához. Folyadék törésmutatóját is meghatározhatjuk, ha vékonyfalú prizma belsejébe öntjük, feltéve, hogy a prizma falai párhuzamosak. Mutassuk meg, hogy az üveglemezek nem változtatnak az eltérítés δ szögén.

37C-42 A 37-44 ábrán látható optikai szál üvegből készült ($n = 1,63$) és 0,060 mm átmérőjű. Adjuk meg annak az R sugárnak a legkisebb értékét, mellyel a szál még el lehet hajlítani úgy, hogy a fonal tengelyével párhuzamosan beeső és a szál egész keresztmetszeti területén eloszló sugarakra még mindig fennálljon a teljes visszaverődés feltétele.



37-44 ábra

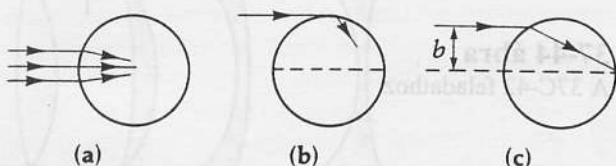
A 37C-42 feladathoz

37C-43 Tekintsük a 37-39 ábrát; az optikai szál magja 50 mikrométer átmérőjű üveg ($n = 1,58$), amelyet védőréteg borít. Vizsgáljunk két sugarat, ami a 20 km hosszú szálon terjed. Az egyik a tengely mentén, azzal párhuzamosan (lényegében) visszaverődésmentesen halad. A

másik az oldalfalon egymás után visszaverődik, mindig úgy érkeve a falhoz, hogy a lehető legnagyobb legyen a beesési szög, ami még teljes belső visszaverődést eredményez. (a) Mekkora az a teljes úthossz, amit a második sugár megtesz a szálon? (b) Hány visszaverődés történik, míg ez a fénysugár a szálon végigfut? (c) Ha a két sugár egyszerre indul, adjuk meg az út végén a beérkezésük közt eltelt időt! (Ez a jelenség a fényimpulzusokat szétkeni, kisimítja, ami miatt az impulzusokat csak ritkábban, kisebb frekvenciával lehet indítani, vagyis a jelátvitel sebessége csökken. Az ilyen hiba korrigálására olyan szálat használunk, amelyek csak kb. 2 mikrométer átmérőjűek, ezekben ugyanis a szélsőségesebb cikk-cakkok kiküszöbölhetők. Az ilyen vékony szálatokban, amelyek átmérője már összemérhető az alkalmazott fény hullámhosszával, a fényt olyan hullámként kell kezelni, ami hullámvezetőben terjed; ez olyan állóhullámalakzatokra vezet, amelyek bizonyos modulusok terjedését kizárják.)

37C-44 Készítsünk a 37-6b ábrához hasonló vázlatot arról, hogy milyen a vörös és ibolya színű fény sugármenete mellékszívárványt adó esőcseppben. Miért elentétes a színek sorrendje a főszívárványhoz képest?

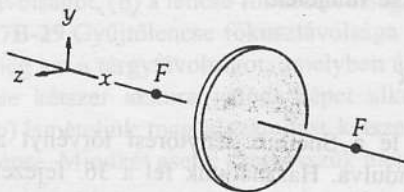
37C-45 Amikor gyöngyvászon vetítőernyőre képeket vetítünk, akkor a rajta lévő parányi üveggömbök – amik a vetítívászon fehér festékanyagába vannak beágyazva – a néző felé több fényt vernek vissza (a vetítés tengelyétől mérve kb 30°-ig) mintha csak sima fehér felületet használnának. A kis gömbök a rájuk eső fényt a hátfaluk viszonylag kis területére fókuszálják. Erről a nagyon fényes területről érkező fényt a gömb közelítőleg a néző felé töri meg. Tekintsünk most egy igen keskeny lézernyalábot, amely az átmérője mentén üveggömbre esik ($n = 1,60$) (lásd a 37-45a ábrát). (a) Csak a frontfelületen véve tekintetbe a fénytörést, adjuk meg a fókuszpontot erre a sugárra a gömb R sugarának függvényében. Vázoljunk fel egy sugárnyalábot és mutassuk meg, hogy hogyan verődik vissza a gömb hátsó felszínén. (b) Tekintsünk most egy olyan fénynyalábot, amely a gömbre érintőlegesen esik be és fénytöréssel jut a gömbbe. Hol keresztezi ez a sugár a gömb felezősíkját (amit az ábrán szaggatott vonallal jeleztünk)? (c) Az R függvényében adjuk meg a felezősíktól mért b távolságot úgy, hogy a beeső sugár a hátsó felület közepére érjen (lásd a 37-45c ábrát!).



37-45 ábra

A 37C-45 feladathoz

37C-46 A 37-46 ábrán a kis tengelyhármás háromdimenziós tárgyat jelképez. (a) Vázoljuk fel hogy milyen képet alkot róla egy gyűjtőlencse, megjelölve a megfelelő tengelyek irányát. A keletkező kép jobbsodrású vagy balsodrású koordináta-rendszer lesz? (b) Ismételjük meg az elemzést, de most a tárgyat az F és a lencse közé helyezve.



37-46 ábra

A 37C-46 feladathoz

37C-47 Mutassuk meg hogy a vékony lencsék $1/t + 1/k = 1/f$ leképezési törvénye az ún. Newton-féle alakban is felírható: $xx' = f^2$, gyűjtőlencse esetén x a tárgy és a közelebbi fókuszpont távolsága, x' pedig a másik fókuszpont és a valódi kép közti távolság. Mind x , mind x' pozitív mennyiség. Írjuk le, hogyan kell x és x' definícióját megadni a szórólencsére. (A vékony lencsék leképezési törvényének ez az alakja először Newton Optika című művében jelent meg, 1704-ben.)

37C-48 Egy lencsét fényes tárgytól x távolságra helyezve a lencsétől 30 cm-re lévő ernyőn éles képet fogunk fel. Ha az ernyőt 10 cm-rel messzebb visszük a lencsétől, a lencsét 1 cm-rel kell a tárgyhoz közelebb helyezni, hogy éles képet kapjunk. (a) Számítsuk ki az x távolságot! (b) Számítsuk ki a lencse f fókusz-távolságát!

37C-49 Fényes tárgyat és ernyőt egymástól L távolságra helyezünk el. Egy gyűjtőlencsét – amelynek fókusz-távolsága f - két helyre is elhelyezhetünk úgy az ernyő és a tárgy közé, hogy a tárgyról az ernyőn éles kép jöjjön létre. Határozzuk meg, hogy mekkora a távolság e két hely között!

37C-50 Az alábbi táblázatban adjuk meg a hiányzó adatokat. Minden esetben tegyük fel, hogy a lencse átmérője kicsi a lencsét határoló felületek görbületi sugarához képest. Minden számadatot centiméterben kell kifejezni. Tüntessük fel az értékek megfelelő előjelét is az előjelkonvenció értelmében.

Lencse típus	Fókusz távolság	Tárgy távolság	A kép			Nagyítás
			Távolsága	Valódi?	Fordított állású?	
Összetartó	+60	+20	-30	Nem	Nem	+3/2
	-40	+120				
		+50				-4
		+?	200 (előjel?)		Nem	+5
		+40				-5
Széttartó	200 (előjel?)		-30			
			+30	-30		

37C-51 Vázoljuk fel a sugármeneteket is a 37-50 probléma eseteire.

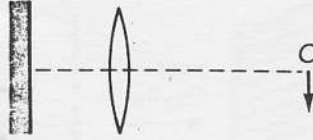
37C-52 Ahogyan a 37-2 ábrán látható, az üveg törésmutatója különböző hullámhosszokra más és más. Tekintsünk egy flintüvegből készült lencsét, amelynek fókusz távolsága f (a kék fényre). Adjuk meg a $\Delta f/f$ relatív fókusz távolság változást a 434 nm hullámhosszú (kék, $n = 1,675$) és a 656 nm hullámhosszú (vörös, $n = 1,644$) sugarak között.

37C-53 A tárgy távolság kis Δt változása megfelel egy vékony tárgy tengelymenti vastagságának. Mutassuk meg, hogy a tárgyról alkotott kép látszólagos vastagsága $N^2 \Delta t$ akár tükör, akár lencse hozza létre. (N a lencse vagy tükör nagyítása.)

37C-54 Vékony, bikonvex lencse határoló felületei 40 cm, ill. 50 cm görbületi sugarúak. A lencse anyagának törésmutatója 1,50. Az 50 cm sugarú felület ezüstözött, ez a felület tehát homorú tükörként működik. A lencsétől 60 cm-re a nem ezüstözött oldalon kis tárgyat helyezünk el. Hol és milyen kép keletkezik?

37C-55 Tárgyat helyezünk egy 20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencse elé 40 cm-rel. A lencse mögé 25 cm távolságra siktükröt teszünk. (lásd a 37-47 ábrát). (a) Adjuk meg a végső kép helyét és írjuk le jellemzőit! (b) Hova kell a szemünket helyezni, ha ezt a képet látni akarjuk?

37C-56 Az x -tengely mentén 3 lencsét sorakoztunk fel. Az elsőt az $x_1 = 40$ cm pontba (fókusz távolsága +25 cm), a másodikat az $x_2 = 55$ cm pontba (fókusz



37-47 ábra

távolsága -100 cm), a harmadikat az $x_3 = 70$ cm pontba (fókusz távolsága +40 cm). Adjuk meg, hogy az $x = 0$ helyre tett tárgy képe hol és milyen lesz!

37C-57 Tekintsük a 37-23 ábrán látható lencsekombinációt, de most a gyűjtőlencse ($f_1 = 0,1$ m) és a szórólencse ($f_2 = 0,2$ m) felcserélésével. Adjuk meg, hogy hol lesz a végső kép és írjuk le tulajdonságait! Hasonlítsuk össze eredményeinket a 37-7 példa megoldásával.

37C-58 Tekintsük az A gyűjtőlencsét. Tegyük fel, hogy a másik, B lencsét is ugyanabból az üvegből készítették, de a lencse kétszer akkora átmérőjű és görbületi sugarai az A lencse görbületi sugarainál kétszer nagyobbak. (a) Adjuk meg a B lencse fókusz távolságát az A lencse fókusz távolságával. (b) Az A lencsét maximális apertúrával használva helyes, $1/100$ s-os expozíciós idővel egy jelenetet fényképezünk le. Ha a B lencsét is maximális apertúrával használjuk fényképezésre ugyanazzal a filmtípussal, ugyanannál a jelenetnél, mekkora lesz a helyes expozíciós idő?

37C-59 Határozzuk meg az egyszerű nagyító szögnagyítását, ha a kép a végtelenben van. (Ez a (37-27) egyenlet.)

8.3 Kétréses interferencia

1801-ben és 1803-ban Thomas Young az angol Királyi Társaságban (Royal Society) tartott előadásban a fény természetének értelmezésére hullámmodellt javasolt. Ez a Newton-féle részecskelmélet elvetését jelentette. Young kísérletén nyilván levő két kicserélt lyukon áthaladó fényt megfigyelve meg-

figyelték, hogy a lyukok fény sugarai, mint az interferencia kísérletek során, törési törvény szerint a lyukok irányában elterjednek. A fény természetének hullámmodellje, amelyet Young 1801-ben javasolt, megmutatta, hogy a fény nemcsak részecskéket tartalmaz, hanem hullámokat is. A fény hullámmodellje azt jelenti, hogy a fény hullámokból áll, amelyek a lyukok irányában elterjednek. A fény hullámmodellje azt jelenti, hogy a fény hullámokból áll, amelyek a lyukok irányában elterjednek.

Thomas Young (1773-1829) kimagasló előrelépést tett a fény természetének megértésében. Young a fény hullámmodelljét a fény interferencia kísérleteivel igazolta. Young a fény hullámmodelljét a fény interferencia kísérleteivel igazolta. Young a fény hullámmodelljét a fény interferencia kísérleteivel igazolta.

- 34C-43 A válasz adott.
 34C-45 A válasz adott.
 34C-47 2000 A/s
 34C-49 A válasz adott.
 34C-51 A válasz adott.
 34C-53 $i = 40,8 \sin(\omega t + 25,6^\circ)$
 34C-55 239 mH
 34C-57 a) 100 μF b) 632 rad/s c) 125 W
 d) 39,5 V f) 150 μF g) párhuzamosan
 34C-59 A válasz adott.

XXXV. Fejezet

- 35A-1 30,0 cm
 35B-3 A válasz adott.
 35B-7 ha $r < R$: $(2rC/R^2)dV/dt \times 10^{-7}$;
 ha $r > R$: $(C/r)dV/dt \times 10^{-7}$
 35A-9 A válasz adott.
 35B-11 377 Ω
 35A-13 a) $1,67 \times 10^{13}$ T b) $3,32 \times 10^{12}$ W/m²
 35B-15 a) $(2 \times 10^{-8}) \sin(kx - 10^{16} t) \hat{z}$
 b) $1,88 \times 10^{-7}$ m c) $1,59 \times 10^{-10}$ J/m³
 35B-17 a) 1,20 m b) $u = 2,36 \times 10^5$ J/m³
 c) $E_0 = 2,31 \times 10^8$ V/m
 35B-19 A válasz adott.
 35A-21 $8,97 \times 10^{-3}$ N
 35A-23 $5,60 \times 10^{-6}$ N/m²
 35B-25 a) 1900 V/m b) $5,00 \times 10^{-11}$ J
 c) $1,67 \times 10^{-19}$ kg·m/s
 35C-27 a) $1,88 \times 10^{-10} \cos 377t$
 b) $1,00 \times 10^{-4} \cos[(3,77 \times 10^{-8})t]$
 35C-29 A válasz adott.
 35C-31 A válasz adott.
 35C-33 21,9 V/m
 35C-35 a) 292 nm
 35C-37 A válasz adott.
 35C-39 A válasz adott.
 35C-41 a) 22,6 h b) 30,5 s

XXXVI. Fejezet

- 36A-1 A válasz adott.
 36B-3 A válasz adott.
 36B-5 (30, -40), (-30, 40), (-30, -40), (cm-ben)
 36A-7 a) 1,09 cm, a gömbön belül b) a kép
 egyenesállású, virtuális, $N = 0,273$
 36A-9 a) 7,50 cm b) ∞
 36B-11 9,23 cm
 36B-13 8,00 cm
 36C-15 A válasz adott.
 36C-17 40,0 cm
 36C-19 A válasz adott.
 36C-21 ha $t = 228$ cm, a kép fordított állású, valódi és
 $N = -0,123$

ha $t = 21,9$ cm, a kép egyenes állású, virtuális
 és $N = 8,12$

- 36C-23 A válasz adott.
 36C-25 a) 30,0 cm b) 1,67
 36C-27 valódi, egyenes állású, a nagyítás egységnyi

XXXVII. Fejezet

- 37A-1 $n = 1,52$
 37B-3 A válasz adott.
 37B-5 0,624 cm
 37B-7 a) $20,6^\circ$ b) 0,400 szteradián c) $35,4^\circ$
 37B-9 1,51
 37B-11 2,14 szteradián
 37B-13 17,0%
 37A-15 R
 37B-17 2,00
 37A-19 3,57 mm kifelé
 37A-21 26,7 cm
 37B-23 $2f$
 37A-25 a) 0,436 mm b) 0,0125
 37B-27 a) 17,2 cm b) 51,7 cm c) -51,7 cm
 d) -17,24 cm
 37B-29 a) 42,0 cm b) 14,0 cm
 37A-31 a) 24,0 b) $48,1^\circ$
 37B-33 a) +3,50 dioptria b) 28,6 cm
 37B-35 18,2 cm-től 66,7 cm-ig
 37C-37 A válasz adott.
 37C-39 A válasz adott.
 37C-41 A válasz adott.
 37C-43 a) 20,8 km b) 113 millió c) $2,63 \mu\text{s}$
 37C-45 a gömbfelülettől számítva: a) $2,67R$ b) $1,80R$
 c) $0,960R$
 37C-47 A válasz adott.
 37C-49 $(L^2 - 4fL)^{1/2}$
 37C-51 A válasz adott.
 37C-53 A válasz adott.
 37C-55 a) 20 cm-re a lencse mögött, virtuális, fordított
 állású kép $N = -2$ b) a lencse tárgyoldalán
 37C-57 valódi, fordított állású kép, 0,174 m-re a
 gyújtólencsén túl, $N = -0,42$
 37C-59 A válasz adott.

XXXVIII. Fejezet

- 38A-1 5,00 mm
 38A-3 1,33 mm
 38B-5 A válasz adott.
 38B-7 a) 1034,4827 b) $62,1^\circ$
 38B-9 6
 38B-11 sötét
 38B-13 a) $2,73E_0, 30^\circ$ b) $2E_0, 60^\circ$
 c) 0, definiálatlan
 38A-15 a) 105 nm b) 1,30
 38A-17 199 nm