

Emlékeztetőül a ponthatárok:

Pontszám	Osztályzat
-20–24	elégtelen
24.1–33	elégséges
33.1–42	közepes
42.1–51	jó
51.1–60	jeles

A számítási feladatok megoldása:

Általános megjegyzés: a feladatokhoz tudni kell: a dB és nem dB közti átváltást (másképpen: a logaritmus és a hatványozás azonosságait), illetve egyismeretlenes egyenletből az ismeretlen kifejezését, valamint két egyenletet tartalmazó két ismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldani. Továbbá az UMTS csatorna sáv szélességét (5 MHz).

3. Egy UMTS cellát vizsgálunk. Downlink irányban a csillapítás távolság függése $PL(d) = 10 + 41 \cdot \lg(d)$ (decibelben), ahol d méterben van. Tegyük fel, hogy a bázisállomás összteljesítménye 20Watt és az alábbi példákban a teljes teljesítménnyel üzemel a bázisállomás (terhelt eset).

a) Mekkora teljesítmény jusson egy 384 kbps kapcsolatra ($SF=8$), ha azt akarjuk, hogy az 5.2 decibeleles jel-zaj viszony követelménye teljesüljön, és az ortogonalitási faktor (a saját interferenciát jellemző mennyiség) $\rho = 0.8$? (ebben az esetben a termikus zaj és a külső interferencia elhanyagolható) (3 pont)

b) Milyen távolságban lehet használni a 384 kbps szolgáltatást a bázisállomástól, ha termikus zaj is jelen van (termikus zaj teljesítménye: $P_{zaj} = W \cdot k \cdot T$, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$, $T = 300K$ hőmérséklet, W a sáv szélesség Herzben, amit UMTS esetére tudni kell), de a külső interferencia elhanyagolható és a 384 kbps bearerre jutó teljesítmény maximum 1 Watt? (3 pont)

c) Mekkora lehet a külső interferencia cellahatáron vehető összteljesítménye maximálisan, ha azt szeretnénk, hogy a max 1Watt teljesítményű 384 kbps bearer a cellahatáron (700 méterre a bázisállomástól) is használható legyen és termikus zaj is jelen van?

A feladathoz a jel-zaj arány kifejezése (figyelem, ez lineáris skála, nem decibel skála!):

$$SNR = SF \frac{P_{384} \frac{1}{PL(d)}}{(1 - \rho) P_{össz} \frac{1}{PL(d)} + P_{külső} + P_{zaj}}$$

Megoldás:

Először is: amikor SNR-t hányadosként fejezünk ki, abban az összefüggésben semmi nem lehet decibel, minden lineáris. Aki ide decibel kifejezést helyettesít (megadott segítség SNR egyenlet) az elve elhibázza. Erre figyelmeztet a feladat szövege is.

Azaz a terjedési csillapítás kifejezését át kell írunk lineáris skálába: $PL(d) = 10^{\frac{10+41\lg(d)}{10}} = 10^1 d^{4.1}$ (Számos kolléga nem tudja ezt megtenni, mert nem ismeri a logaritmus és a hatványozás azonosságait.)

a) megoldás:

Ebben a részfeladatban azonban, mivel a szöveg szerint $P_{k\ddot{u}ls\ddot{o}} = 0$, $P_{zaj} = 0$, a fenti SNR egyenletben

PL(d) –vel lehet egyszerűsíteni, így: $SNR = SF \frac{P_{384}}{(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}}$. Az SNR követelmény a szöveg szerint 5.2

decibel, azaz lineáris skálán $10^{\frac{5.2}{10}} = 10^{0.52} = 3.31$. Hogy működjön a szolgáltatás, az SNR-nek legalább ekkorának kell lennie, azaz $SNR \geq 10^{0.52} \Rightarrow SF \frac{P_{384}}{(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}} \geq 10^{0.52} \Rightarrow P_{384} \geq \frac{10^{0.52}(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}}{SF}$.

Behelyettesítve (a szöveg szerint $P_{\ddot{o}ssz} = 20W$ mindig és $\rho = 0.8$), a minimálisan szükséges teljesítmény értékre (Akinek nincs számológépe, idáig illik eljutni) $P_{384} \geq 10^{0.52}(1-0.8) \cdot 20/8 \Rightarrow \underline{\underline{P_{384} \geq 1.656W}}$

b) megoldás:

Az eredeti szöveg 1 W –ban maximálja a P_{384} értékét. Az előző eredmény szerint 1 W –tal soha nem lehet az SNR követelményt kielégíteni, hiszen zaj és külső interferencia elhanyagolása esetén is 1.656 W kellett. (Ha P_{zaj} is megjelenik, az SNR kifejezés nevezője növekszik, a P_{384} –nek is nőnie kéne.)

Megoldás: 1 W max. teljesítmény esetén nem lehet semmilyen távolságban sem kommunikálni.

Módosított feladat a ZH-n: a 384 kbps bearerre jutó teljesítmény maximum 3 Watt

Ekkor:

$$SNR \geq 10^{0.52} \Rightarrow SF \frac{P_{384\max} \frac{1}{PL(d)}}{(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz} \frac{1}{PL(d)} + P_{zaj}} \geq 10^{0.52} \Rightarrow \frac{SF \cdot P_{384\max} - 10^{0.52}(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}}{P_{zaj}} \geq PL(d), \text{ ahol}$$

$$P_{zaj} = kTW = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 5000000 = 2.07 \cdot 10^{-14} \text{ Watt} . \text{ Azaz}$$

$$\frac{SF \cdot P_{384\max} - 10^{0.52}(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}}{P_{zaj}} \geq 10^1 \cdot d^{4.1} \Rightarrow \left(\frac{SF \cdot P_{384\max} - 10^{0.52}(1-\rho)P_{\ddot{o}ssz}}{10P_{zaj}} \right)^{\frac{1}{4.1}} \geq d .$$

Behelyettesítve (Akinek nincs számológépe, idáig illik

$$\text{eljutni) } \left(\frac{8 \cdot 3 - 10^{0.52}(1-0.8)20}{10 \cdot 2.07 \cdot 10^{-14}} \right)^{\frac{1}{4.1}} \geq d \Rightarrow \underline{\underline{2214.5 m \geq d}}, \text{ azaz a mobil legfeljebb 2,2145 km-re}$$

távolodhat el.

c) megoldás:

Itt is érvényes, hogy 1 W max teljesítménynél nem működne a szolgáltatás sehol, tehát értelmes megoldás kereséséhez itt is a P_{384} maximumát 3 W –tal számoljuk.

$$SNR \geq 10^{0.52} \Rightarrow SF \frac{P_{384\max} \frac{1}{PL(d)}}{(1-\rho)P_{\text{össz}} \frac{1}{PL(d)} + P_{\text{zaj}} + P_{\text{külső}}} \geq 10^{0.52}$$

$$\Rightarrow \frac{SF \cdot P_{384\max} \frac{1}{PL(d)} - 10^{0.52} (1-\rho)P_{\text{össz}} \frac{1}{PL(d)} - 10^{0.52} P_{\text{zaj}}}{10^{0.52}} \geq P_{\text{külső}}$$

Behelyettesítve (d=700 m a szöveg szerint) (Akinak nincs számológépe, idáig illik eljutni)

$$\frac{8 \cdot 3 \frac{1}{10 \cdot 700^{4.1}} - 10^{0.52} (1-0.8) 20 \frac{1}{10 \cdot 700^{4.1}} - 10^{0.52} 2.07 \cdot 10^{-14}}{10^{0.52}} \geq P_{\text{külső}} \Rightarrow \underline{\underline{6.819 \cdot 10^{-13} \text{ W} \geq P_{\text{külső}}}}$$

3. Egy UMTS hálózatban a terjedési csillapítás a következő módon jellemezhető: $PL = 24 + 32 \cdot \lg(d)$ DECIBEL, ahol d távolság méterben adott. Két mobil 384 kbps uplink kapcsolatot akar fenntartani, aminek SINR követelménye 3.2 dB.

a) Hány mW az interferencia, ha az 1. mobil 500m távolságban van és 27.6 mW teljesítménnyel ad, a 2. mobil 600 m távolságból 41.8 mW teljesítménnyel ad és a termikus zajtól eltekintünk? (3 pont)

b) Mekkora a két mobil adási teljesítménye, ha a termikus zajt is figyelembe vesszük ($T=290$ Kelvin), a külső interferencia mértéke 10^{-11} mW és az egyik terminál 500 m, a másik 850 m távolságban van a bázisállomástól? (4 pont)

c) Milyen messze távolodhat el maximum az 500 méterre lévő, ha fenn akarja tartani a kapcsolatát (a másik ott marad, ahol volt), tudván, hogy maximális adóteljesítménye 250 mW, az interferencia és a termikus zaj mértéke pedig a b) feladatban megadott? (3 pont)

Segítség: $SINR = SF \cdot \frac{P_{\text{vett}_i}}{\sum_{j \neq i} P_{\text{vett}_j} + P_{\text{int erf}} + P_{\text{zaj}}}$, $P_{\text{zaj}} = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot T \cdot \text{sávszélesség}$ Továbbá:

$P_{\text{vett}_i} = \frac{P_{\text{adott}_i}}{PL(\text{távolság})}$, ahol $PL(\text{távolság})$ NEM DECIBEL, hanem lineáris.

Figyelem! Ezek a képletek nem decibelben vannak, ugye mindenki észrevette. Decibellel soha nem osztunk, szorzunk. Feltételezett ismeretanyag: UMTS sávszélesség (nem azonos az átviteli sebességgel).

Megoldás:

Először is: amikor SNR-t hányadosként fejezünk ki, abban az összefüggésben semmi nem lehet decibel, minden lineáris, ezt a szöveg maga is rendkívüli módon hangsúlyozza. Aki ide decibel kifejezést helyettesít (megadott SNR egyenlet) az elve elhibázza.

Azaz a terjedési csillapítás kifejezését át kell írni lineáris skálába: $PL(d) = 10^{\frac{24+32\lg(d)}{10}} = 10^{2.4} d^{3.2}$
(Számos kolléga nem tudja ezt megtenni, mert nem ismeri a logaritmus és a hatványozás azonosságait.)

A feladatban szereplő jel-zaj viszony követelmény pedig 3.2 dB, azaz $10^{\frac{3.2}{10}} = 10^{0.32} = 2.09$

a) megoldás:

a) Hány mW az interferencia, ha az 1. mobil 500m távolságban van és 27.6 mW teljesítménnyel ad, a 2. mobil 600 m távolságból 41.8 mW teljesítménnyel ad és a termikus zajtól eltekintünk? (3 pont)

$$SNR_1 = SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_1)}}{P_2 \frac{1}{PL(d_2)} + P_{zaj} + P_{interf}}, SNR_2 = SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_2)}}{P_1 \frac{1}{PL(d_1)} + P_{zaj} + P_{interf}} \text{ és } SNR_1 \geq 10^{0.32}, SNR_2 \geq 10^{0.32}$$

Azaz

$$SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_1)}}{P_2 \frac{1}{PL(d_2)} + P_{zaj} + P_{interf}} \geq 10^{0.32}, SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_2)}}{P_1 \frac{1}{PL(d_1)} + P_{zaj} + P_{interf}} \geq 10^{0.32} .$$

A feladat szövege szerint $P_{zaj}=0$, kifejezve P_{interf} értékét:

$$\frac{SF \cdot P_1 \frac{1}{PL(d_1)} - 10^{0.32} P_2 \frac{1}{PL(d_2)}}{10^{0.32}} \geq P_{interf}, \frac{SF \cdot P_2 \frac{1}{PL(d_2)} - 10^{0.32} P_1 \frac{1}{PL(d_1)}}{10^{0.32}} \geq P_{interf} . \text{ Behelyettesítve}$$

(Akinek nincs számológépe, idáig illik eljutni):

$$\frac{8 \cdot 27.6 \frac{1}{10^{2.4} 500^{3.2}} - 10^{0.32} 41.8 \frac{1}{10^{2.4} 600^{3.2}}}{10^{0.32}} \geq P_{interf}, \frac{8 \cdot 41.8 \frac{1}{10^{2.4} 600^{3.2}} - 10^{0.32} 27.6 \frac{1}{10^{2.4} 500^{3.2}}}{10^{0.32}} \geq P_{interf}$$

Azaz $7.5683 \cdot 10^{-10} \text{ mW} \geq P_{interf}$, $5.6706 \cdot 10^{-10} \text{ mW} \geq P_{interf}$, természetesen hogy mindkét mobil SNR követelménye teljesüljön, a két érték közül a kisebb a megengedhető maximum, azaz

$5.6706 \cdot 10^{-10} \text{ mW} \geq P_{interf}$, de bármelyik értéket elfogadtam.

b) megoldás:

b) Mekkora a két mobil adási teljesítménye, ha a termikus zajt is figyelembe vesszük ($T=290$ Kelvin), a külső interferencia mértéke 10^{-11} mW és az egyik terminál 500 m, a másik 850 m távolságban van a bázisállomástól? (4 pont)

$$P_{zaj} = kTW = 1.38 \cdot 10^{-23} 290 \cdot 5000000 = 2.001 \cdot 10^{-14} \text{ Watt}$$

$$SNR_1 = SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_1)}}{P_2 \frac{1}{PL(d_2)} + P_{zaj} + P_{interf}}, SNR_2 = SF \frac{P_2 \frac{1}{PL(d_2)}}{P_1 \frac{1}{PL(d_1)} + P_{zaj} + P_{interf}} \text{ és } SNR_1 \geq 10^{0.32}, SNR_2 \geq 10^{0.32}$$

Az egyenlőségekre tovább:

$$SF \cdot P_1 \frac{1}{PL(d_1)} - 10^{0.32} P_2 \frac{1}{PL(d_2)} = 10^{0.32} (P_{zaj} + P_{interf})$$

$$SF \cdot P_2 \frac{1}{PL(d_2)} - 10^{0.32} P_1 \frac{1}{PL(d_1)} = 10^{0.32} (P_{zaj} + P_{interf})$$

Fejezzük ki pl. P1 -et:

$$P_1 = \left(10^{0.32} (P_{zaj} + P_{interf}) + 10^{0.32} P_2 \frac{1}{PL(d_2)} \right) \frac{PL(d_1)}{SF}$$

Helyettesítsünk a másik egyenletbe P1 -et:

$$SF \cdot P_2 \frac{1}{PL(d_2)} - 10^{0.32} \left(10^{0.32} (P_{zaj} + P_{interf}) + 10^{0.32} P_2 \frac{1}{PL(d_2)} \right) \frac{PL(d_1)}{SF} \frac{1}{PL(d_1)} = 10^{0.32} (P_{zaj} + P_{interf})$$

Innen átrendezés után P2:

$$P_2 = \frac{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{SF}}{SF - \frac{10^{0.64}}{SF}} PL(d_2) (P_{zaj} + P_{interf}). \text{ Innen behelyettesítéssel (idáig kell eljutni számológép nélkül):}$$

$$P_2 = \frac{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{8}}{8 - \frac{10^{0.64}}{8}} 10^{2.4} 850^{3.2} (2.001 \cdot 10^{-14} + 10^{-14}) \text{ Watt} = 0.0063 \text{ Watt}$$

P1 helyettesítéssel (idáig kell eljutni számológép nélkül):

$$P_1 = \left(10^{0.32} (2.001 \cdot 10^{-14} + 10^{-14}) + 10^{0.32} P_2 \frac{1}{10^{2.4} 850^{3.2}} \right) \frac{10^{2.4} 500^{3.2}}{8}$$

$$P_1 = 0.0012 \text{ Watt}$$

c) megoldás:

c) Milyen messze távolodhat el maximum az 500 méterre lévő, ha fenn akarja tartani a kapcsolatát (a másik ott marad, ahol volt), tudván, hogy maximális adóteljesítménye 250 mW, az interferencia és a termikus zaj mértéke pedig a b) feladatban megadott? (3 pont)

$$SNR_1 = SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_1)}}{P_2 \frac{1}{PL(d_2)} + P_{zaj} + P_{interf}}, \quad SNR_2 = SF \frac{P_1 \frac{1}{PL(d_2)}}{P_1 \frac{1}{PL(d_1)} + P_{zaj} + P_{interf}} \quad \text{és } SNR_1 \geq 10^{0.32}, \quad SNR_2 \geq 10^{0.32}$$

, ahol most d_1 -et keressük úgy, hogy P_1 és P_2 maximum 0,25 W lehet, $d_2=850$ m, P_{zaj} , P_{interf} is az előző pontban adott.

Nyilvánvaló, d_1 akkor lehet maximum, ha P_1 is maximum, azaz 0,25 W. Azaz a fenti két SNR egyenletben ezúttal P_2 és d_1 lesz az ismeretlen (de csak d_1 a kérdés).

A két egyenlet megoldásaként:

$$\frac{1}{PL(d_1)} = \frac{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{SF}}{\left(SF - \frac{10^{0.64}}{SF}\right)P_1} (P_{zaj} + P_{interf}) \Rightarrow PL(d_1) = \frac{\left(SF - \frac{10^{0.64}}{SF}\right)P_1}{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{SF}} \frac{1}{(P_{zaj} + P_{interf})}, \quad \text{azaz}$$

$$10^{2.4} d_1^{3.2} = \frac{\left(SF - \frac{10^{0.64}}{SF}\right)P_1}{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{SF}} \frac{1}{(P_{zaj} + P_{interf})} \Rightarrow d_1 = \left(10^{-2.4} \frac{\left(SF - \frac{10^{0.64}}{SF}\right)P_1}{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{SF}} \frac{1}{(P_{zaj} + P_{interf})}\right)^{\frac{1}{3.2}}$$

$$d_1 = \left(10^{-2.4} \frac{\left(8 - \frac{10^{0.64}}{8}\right)0.25}{10^{0.32} + \frac{10^{0.64}}{8}} \frac{1}{2.001 \cdot 10^{-14} + 10^{-14}}\right)^{\frac{1}{3.2}} = 2684.4 \text{ méter, azaz a mobil maximum } 2,6844 \text{ km}$$

-re távolodhat.