

**1. feladat (6+9=15 pont)**

$$z_1 = \frac{3 + 2i}{3i - 4}, \quad z_2 = (1 - i)^{13}$$

- a) Adja meg  $z_1$  valós és képzetes részét!  
b) Adja meg  $z_2$  abszolútértékét és szögét!

**2. feladat (10 pont)**

Határozza meg a  $z^4 = -8 + i8\sqrt{3}$  egyenlet összes komplex gyökét!

**3. feladat (5+8=13 pont)**

- a) Mikor mondjuk, hogy  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \in \mathbb{R}$ ? (Írja le a definíciót!)  
b) A definícióval igazolja, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{3}{n}} = 2. \quad (N(\varepsilon) = ?)$$

**4. feladat (7+7+7+9=30 pont)**

Határozza meg a következő sorozatok határértékét!

$$\begin{array}{ll} a) \quad a_n = \sqrt{n^2 + 2n + 4} - \sqrt{n^2 + 1}, & b) \quad b_n = \frac{4^n + n^2}{n^6 + 2^{2n+3}}, \\ c) \quad c_n = \left( \frac{2n+1}{2n+4} \right)^n, & d) \quad d_n = \left( \frac{2n+1}{2n+4} \right)^{n^2}. \end{array}$$

**5. feladat (6+7+7=20 pont)**

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n^2 + 3a_n - 8.$$

- a) Igazolja, hogy  $\forall n \in \mathbb{N}$  esetén  $3 \leq a_n$ !  
b) Igazolja, hogy az  $a_n$  sorozat monoton nő!  
c) Határozza meg az  $a_n$  sorozat határértékét, ha létezik!

**6. feladat (12 pont)**

Határozza meg a következő sorozat limesz superiorját, limesz inferiorját valamint limeszét, ha létezik!

$$a_n = e^{n \cos(n\pi/2)}$$