

## Emlékeztető

- Segédeszközként csak a deriválttáblázat használható!
- A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- Minden feladatot kezdjenek külön oldalon, a feladatok sorrendben kövessék egymást!
- A \*-os feladatokból 15 pont, összesen pedig 40 pont szükséges a sikeres vizsgához!

## 1. feladat ===== 4+10 pont

Mondja ki az algebra alaptételét!

Adja meg a  $-iz^2 + 4z + 5i = 0$  másodfokú egyenlet megoldásainak abszolút értékét!

## 2. feladat ===== 4+4+4 pont

Legyen  $a_1 = 4$  és  $a_{n+1} = \sqrt{8a_n - 7}$ , ha  $n \in \mathbb{N}^+$ !

- Igazolja, hogy  $1 \leq a_n \leq 7$  minden  $n \in \mathbb{N}^+$  esetén!
- Igazolja, hogy az  $a_n$  sorozat monoton növekvő!
- Adja meg az  $a_n$  sorozat határértékét, ha létezik!

## 3. feladat ===== 4+6+4 pont

Legyen  $f$  az  $a$  pont egy környezetében értelmezett,  $a$ -ban deriválható függvény! Mondja ki és bizonyítsa be az  $a$ -beli lokális minimumra tanult szükséges feltételt! Mutassa meg, hogy a feltétel nem elégséges!

## 4. feladat ===== 8 pont

Milyen  $a, b \in \mathbb{R}$  esetén lesz folytonos az

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{ha } -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 - 1}, & \text{máskor} \end{cases}$$

függvény?

## 5. feladat ===== 6 pont

Adja meg az

$$f(x) = \frac{\cos(x^3 + x^2 - x - 1)}{x^2 e^{x-1}}$$

függvény  $a = 1$ -beli érintőegyenletének egyenletét!

## 6. feladat\* ===== 6+6 pont

Mutassa meg, hogy az  $x(t) = \operatorname{ch} t - t$ ,  $y(t) = \ln(t+1) + t^3$  paraméteres görbének,  $t_0 = 0$  esetén létezik az  $x_0 = x(t_0)$  pont egy környezetében  $y = f(x)$  előállítása!  $f'(x_0) = ?$

## 7. feladat\* ===== 8+8+8 pont

$$(a) \int \frac{x^2 + 2}{x^3 - 2x^2 + x} dx = ? \quad (b) \int_0^{1.5} (x - 2)e^{2x} dx = ? \quad (c) \int x \sin(x^2) dx = ?$$

## 8. feladat\* ===== 10 pont

Forgassuk meg a  $\operatorname{tg} x$  függvény  $x = 0$  és  $x = \frac{\pi}{4}$  közötti részét az  $x$  tengely körül! Mennyi a kapott test térfogata?