

MATEMATIKA ZÁRTHELYI  
2014. 04. 17.

- 4 1. a) Adjon feltételt két vektor merőlegességére.  
6+4 b) Egy háromszög csúcspontjai : A( 1,1,1), B( 5,1,4), C( 3,3,2). Számítsa ki a  
6 háromszög területét és írja fel a háromszög síkjának az egyenletét.

- 6+6 2. Oldja meg a  $z^6 - 2z^3 + 2 = 0$  egyenletet a komplex számok körében.

- 6 3. (a) Állapítsa meg, hogy a következő vektorok lineárisan függetlenek vagy

összefüggők:  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- 4 (b) Adjon szükséges és elégséges feltételt egy mátrix invertálhatóságára.

- (c) ~~Határozza meg az (a) alatti vektorokból alkotott mátrix inverzét, ha létezik.~~

- 7 4. Bizonyítsa be, hogy ha egy  $(a_n)$  sorozat elemeire fennáll, hogy  $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \leq \frac{1}{2}$   
 $\forall n - re$ , akkor a sorozat határértéke nulla.

- 6 5. a) Definiálja az  $f$  függvény véges határértékének a fogalmát .

- 6+7 b) Számítsa ki a következő határértékeket::

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

- 6 6 (a) Definiálja az  $f$  függvény  $x$  pontbeli differenciálhatóságának a fogalmát.

- 6 (b) Igazolja, hogy ha  $f'(x) > 0$ , akkor a függvény lokálisan nő az  $x$  helyen.

- 4 (c) Igaz - e a b) pontbeli következtetés megfordítása? Válaszát indokolja!

- 10 7. Vizsgálja meg az  $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$  függvényt és készítsen vázlatos ábrát.

- 6 8. Adja meg az  $x \sin x$  függvény ~~függvény~~ primitívfüggvényeit.