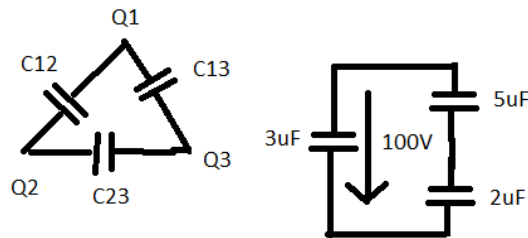


Elektromágneses Terek Vizsgabeugró 2016. 01. 07. (A megoldások a hivatalos megoldó kulcsból származnak)

1. Feladat

Adott 3 nulla töltésű elektróda szigetelő közegben. A 3. elektródáról töltést viszünk át az 1. elektródára melynek hatására a közöttük mérhető feszültség 100V. Mekkora az 1. és 2. elektróda között mérhető feszültség, ha a részkapacitások: $C_{12}=3\mu\text{F}$ $C_{13}=5\mu\text{F}$ $C_{23}=2\mu\text{F}$

Megoldás: 40V



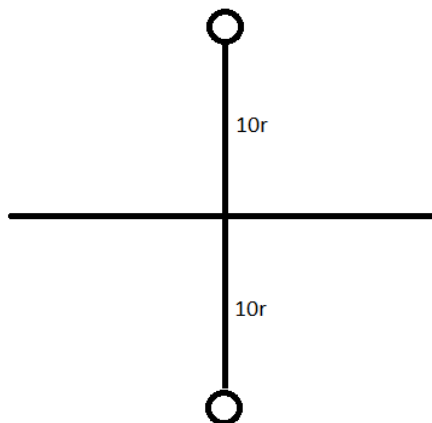
A kezdeti állapotot az első ábra mutatja. Ha a Q2 pontot választjuk nulla potenciálúnak, akkor a 2. ábrán látható elrendezés alakul ki. A párhuzamos kapcsolás miatt az $5\mu\text{F}$ -os és $2\mu\text{F}$ -os kondenzátorok eredőjén szintén 100V feszültség lesz. Tudjuk, hogy a kondenzátorokon a kapacitásuk fordított arányában oszlik meg a feszültség. Mivel a kérdés az $5\mu\text{F}$ -os kapacitás feszültsége az eredmény:

$$U_{12} = 100V * \frac{2}{5} = 40V$$

2. Feladat

Egy r sugarú Q töltésű fémgömb $h=10r$ magasságban van a föld felett. Legfeljebb hány %-kal növelhető a gömb és föld közötti feszültség, hogyha a gömböt távolítjuk a földtől?

Megoldás: kb 5,3%-kal



Az elrendezésre felírva a potenciált:

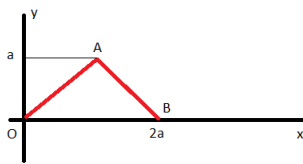
$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} * \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{20r} \right) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} * \frac{19}{20r} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} * 0,95 * \frac{1}{r}$$

A távolságot növelve a $19/20$ -os szorzót tudjuk növelni. Ha a távolság tart a végtelenbe a hányados 1-hez. $1 - 0,95 = 0,05 = 5\%$

3. Feladat

Egy $Q = -3\text{nC}$ töltést mozgatunk az O-A-B útvonalon, miközben $6\mu\text{J}$ munkát végzünk. Mekkora az elektromos térerősség x irányú komponense, ha $a = 2\text{cm}$?

Megoldás: 50 kV/m



$$W = \int_a^b F(x) dx \quad F = Q \cdot E$$

Tehát $W = \int_a^b Q \cdot E dx$, Mivel a töltés elmozdulása $2a$ ezért az integrált is 0-tól $2a$ -ig vesszük

$$W = \int_0^{2a} Q \cdot E dx = Q \cdot E \cdot 2a \quad \text{ebből } E \text{ kifejezése: } E = \frac{W}{Q \cdot 2a} = 50\text{ kV/m}$$

mivel a munkát a tár ellenében végezzük, azt negatív előjellel kell figyelembe venni.

4. Feladat

Az elektrodinamika melyik részterületéhez sorolná leginkább a feladatot:

„Adott távvezeték konstrukció hosszegységre eső kapacitásának meghatározása”

Megoldás: Elektrosztatika

5. Feladat

Adott két tekercs ön- és kölcsönös inductivitása: $L_1 = L_2 = 2\text{ mH}$, $L_{12} = L_{21} = -0,5\text{ mH}$. A tekercsekben $I_1 = 1\text{ A}$ és $I_2 = 3\text{ A}$ egyenáram folyik. A $t = 0$ időpillanatban a gerjesztést leválasztjuk és rövidre zárjuk a tekercsek kivezetését. Mennyi hőenergia keletkezik a tekercseken?

Megoldás: $8,5\text{ mJ}$

A tekercsrendszer energiájának kifejezése: $W = \frac{1}{2} \cdot \sum \sum I_i \cdot I_j \cdot L_{ij}$. Maximum annyi energia válhat hőenergiává, amennyit a rendszer tárol.

$$W = \frac{1}{2} \cdot I_1^2 \cdot L_1 + \frac{1}{2} \cdot I_2^2 \cdot L_2 + \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot L_{12} + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot I_1 \cdot L_{21} = 8,5\text{ mJ}$$

6. Feladat

Egy $Z_0 = 75\text{ Ohm}$ hullámimpedanciájú ideális távvezetéken az áram hely szerinti függvénye:

$$I(z) = 0,3\text{ A} \cdot e^{j\beta z - j\frac{\pi}{4}}$$

Adja meg a feszültség hely szerinti függvényét!

Megoldás: $U(z) = 22,5\text{ V} \cdot e^{j\beta z + j\frac{3\pi}{4}}$

$$I(z) = \frac{U_1^+}{Z_0} \cdot e^{-\gamma z} - \frac{U_1^-}{Z_0} \cdot e^{\gamma z}$$

Ebből $I(z)$ kifejezésében csak az $e^{j\beta z}$ tag található meg, mégpedig a következő formában: $0,3 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{j\beta z}$. Tehát $-\frac{U_1^-}{Z_0} = 0,3 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}$ amiből

$$U_1^- = -0,3 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} \cdot Z_0 = 0,3 \cdot Z_0 \cdot e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

Ebből U_1 kifejezése: $0,3 \cdot Z_0 \cdot e^{j\frac{3\pi}{4}} \cdot e^{j\beta z} = 22,5 \cdot e^{j\beta z + j\frac{3\pi}{4}}$

7. Feladat

Egy távvezeték lánccparaméterei a következők: $A_{11}=A_{22}=0,866$ $A_{12}=j*25$ Ohm $A_{21}=j0,01$ S. Az elején egy Norton generátor a végén pedig egy $R_2=70$ Ohm-os lezáró impedancia, amelyen 2A csúcsértékű áram folyik. Adja meg a generátor által termelt hatásos teljesítmény nagyságát!

Megoldás: 140W

$$\begin{matrix} U_1 &= & 0,866 & j * 25 & U_2 \\ I_1 &= & 0,01j & 0,866 & I_2 \end{matrix}$$

Amiből $U_1=0,866*140+j*25*2=131,14*e^{j*22,41^\circ}$ illetve $I_1=j*0,01*140+0,866*2=2,227*e^{j*38,94^\circ}$

Az összteljesítmény kétféleképpen számítható: $P+jQ=\frac{1}{2} * \hat{U} * \hat{I}^* = U_{eff} * I_{eff}^*$ Itt a csúcsértékekkel számoltunk, tehát az első képletet kell használni. Annak eredménye: $139,837-41,52*j$ ebből a hatásos teljesítmény $P=139,837$ W

8. Feladat

Adja meg a 6. feladatban szereplő távvezeték állóhullámarányát.

Megoldás: 1

Mint azt a 6. Feladatban megállapítottuk csak visszavert hullám van. Hogy lehet ez? U_1^+ -nak a pozitív z tengely irányába haladó hullámot definiáltuk, tehát a balról jobbra haladót, U_1^- -nak pedig a jobbról balra haladót. Ha csak jobbról balra haladó hullámunk van az annyit jelent, hogy ezúttal a betáplálás nem a baloldalon, hanem a jobb oldalon van. Belátható hogy ez gyakorlatilag egy illesztett lezárást jelent, hiszen nincs visszaverődő hullám. Illesztett lezárás esetén az állóhullámarány pedig 1.

9. Feladat

Egy síkhullám $\epsilon_r=4$ relatív dielektromos állandójú szigetelőben terjed. A mágneses térerősség maximális értéke 35 mA/m. Adja meg az elektromos térerősség maximumát!

Megoldás: 6,59 V/m

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = 188,36 \text{ Ohm} \quad E = H * Z_0 = 6,59 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

10. Feladat

Egy antenna irányhatása decibelben kifejezve $D_{dB}=3,25$ ($D_{dB}=10*\lg(D)$). Sugárzott teljesítménye 2kW. Mennyi a térerősség értéke az antennától 500m távolságban, ha a vevő a maximális sugárzási irányba áll?

Megoldás: 1,04 V/m

$$D = 10^{\frac{3,25}{10}} = 2,25 \quad P_s = \frac{S_{max} * l^2 * 4 * \pi}{D} \rightarrow S_{max} = \frac{P_s * D}{4 * l^2 * \pi} = 1,433 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$$

$$S = \frac{E^2}{2 * Z_0} \rightarrow E = \sqrt{S * 2 * Z_0} = 1,04 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$