

1. feladat (6+10=16 pont)

a) Mondja ki és igazolja a rendőrelvet!

b) Adja meg az

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{n^3 + 2n + 3}{2n^2 + n - 2}}$$

sorozat határértékét.

2. feladat (4+10=14 pont)

a) Ismertesse a l'Hospital-szabályt.

b) Hol és milyen típusú szakadása van az $f(x) = \frac{e^{3x^2} - \cos(2x)}{x^2 - x}$ függvénynek?

3. feladat (10 pont)

Megfelelő helyettesítéssel számolja ki az $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1} dx$ integrált!

4. feladat (10 pont)

Írja föl azt a legalacsonyabb rendű homogén lineáris, állandó (valós) együtthatós differenciálegyenletet, melynek megoldása az $y(x) = 3e^{-x} \sin(3x) + 5x$ függvény! Írja fel a differenciálegyenlet általános megoldását is!

5. feladat (4+7=11 pont)

a) Írja fel a ch függvény Taylor-sorát, és annak konvergenciasugarát.

b) Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!} \cdot x^{2n+3}$ függvénysor összegfüggvényét $\forall x \in \mathbb{R}$ esetén!

6. feladat (7+14=21 pont)

a) Adjon elégséges feltételt arra, hogy egy kétváltozós függvénynek egy (x_0, y_0) pontban lokális maximuma, illetve minimuma van!

b) Keresse meg az $f(x, y) = xy(3x - 2y + 1)$ függvény lokális szélsőértékeit!

7. feladat (4+14=18 pont)

a) Mondja ki a Dirichlet-tételt!

b) Határozza meg a 2π szerint periodikus, $x \in (-\pi, +\pi]$ esetén az $f(x) = x + |x|$ képlettel definiált függvény Fourier-sorát, és annak összegét!