Bevezetés a számításelméletbe II. vizsgafeladatok
2000. május 25.

1. Egy 2000 csúcsú G gráfban a minimális fokszám 1500. Bizonyítsuk be, hogy G tartalmaz legalább 251 páronként éldiszjunkt Hamilton-kört.

2. Jelölje M_k a Mycielski-konstrukcióval kapott azon gráfot, melynek kromatikus száma k. (M_2 az egyetlen élet tartalmazó kétcsúcsú gráf, M_3 az 5 hosszú, húr nélküli kör.) Bizonyítsuk be, hogy $k > 3$ esetén $\nu(M_k) = \frac{|V(M_k)| - 1}{2}$

3. Jelölje $k(m)$ azt a legnagyobb k pozitív egész számot, amihez létezik m élű k kromatikus számú gráf. Határozzuk meg $k(m)$ értékét minden m-re.

4. Két légitársaság 10 város között üzemeltet járatokat. Minden járat két várost köt össze (oda-vissza) és bármely két város között legfeljebb az egyik légitársaságnak van járata. (Megengedett, hogy bizonyos városok között egyáltalán ne legyen közvetlen járat.) A két társaság megegyezett, hogy ha valamelyikük A város és B város, valamint A város és C város között is üzemeltet járatokat, akkor ugyanez a légitársaság nem repül közvetlenül B és C között. Bizonyítsuk be, hogy ilyen feltételek mellett a két légitársaság nem üzemeltethet 40-nél több járatot, 40-et viszont igen.

5. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot! (itt jön a rajz, benne a folyammal C-ből F-be.) (ca5, cd5, cg2, ad2, dg6, ba3, de3, gh8, eb4, ef4, he3, bf5, hf4)

6. Milyen maradékot ad 60-nal osztva az az x szám, melyre $104x \equiv 74 \pmod{60}$?

7. Bizonyítsuk be, hogy ha d osztója n-nek, akkor $d - \varphi(d) \leq n - \varphi(n)$.

8. Állapítsuk meg, hogy izomorf-e a mod 4 maradékosztályok additív csoportja a mod 8 redukált maradékosztályok multiplikatív csoportjával.

Ezt a LaTeX/PDF verziót készítette Visontay Péter (sentinel@sch.bme.hu)
InfoSite: http://info.sch.bme.hu