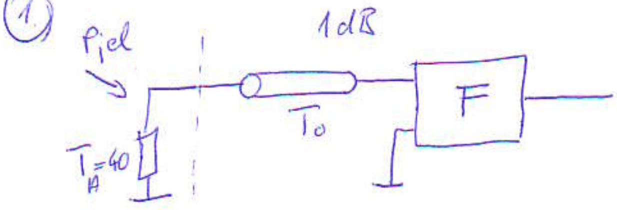
Buza Gábor

(1)



$S/N = 39$ dB

$P_j = -90$ dBW

$\Downarrow \; P_z^{dBW} = P_j^{dBW} - (S/N)^{dB} = -129$ dBW

$P_{jel} = 1$ nW $\quad B = 20$ MHz

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Ws/K

$P_z = kB\,T_s$ → T_A (40K), T_e (eredő) (kábel+erősítő)

$\frac{S}{N} = \frac{P_{jel}^{W}}{P_{zaj}^{W}} \to 10 \cdot \log()$

$\underbrace{10 \log (S/N)}_{\left(\frac{S}{N}\right)^{dB}} = \underbrace{10 \log P_{jel}^{W}}_{P_{jel}^{dBW}} - \underbrace{10 \log P_z^{W}}_{P_z^{dBW}}$

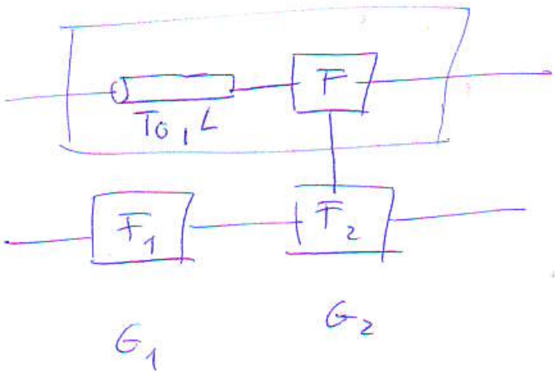
$P_z^{dBW} = (kT_0) + B^{dBHz} + \left(\frac{T_s}{T_0}\right)^{dB}$

$P_z^{dBW} = (10 \log (kT_0)) + 10 \log (B^{Hz}) + 10 \log (T_s/T_0)$

$10 \log (kT_0) \to -204$

$10 \log (B^{Hz}) \to 73$

$-129\text{ dBW} = -204 + 73 + \underbrace{10 \log \left(\frac{T_s}{T_0}\right)}_{2\text{ dB jön ki}}$



$G_1 = \frac{1}{L}$

$F_1 = L$ (mert szobahőn.)

$F_e = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} = L + \frac{F - 1}{1/L} = FL$

$T_s = 460K = \underset{T_A}{40} + \underset{FL}{(F_e - 1)}\underset{290K}{T_0} \to FL = 2{,}45 \to \underline{\underline{F = 1{,}95}}$

1dB-es csill: 1,259

$F_e = \overset{\text{kábelzajt}}{F_C} + \frac{F - 1}{1/L}$ ahol $F_C = 1 + (L-1)\,T_C/T_0$

micro3.mht.bme.hu

(2)

Buza Gábor

$$x_k \rightarrow \boxed{} \rightarrow \hat{x}_{k+1}$$

$\hat{x}_k = w_{11}\, x_{k-1}$ (egylépéses pred.)

$\hat{x}_k = w_{21}\, x_{k-2} + w_{22}\, x_{k-1}$ (2 lépéses)

<u>Feladat</u>: gyengén stac foly.

autokorr fv.: $R(\tau) = R_0 \cdot e^{-|\tau/T|}$

a.) – Prediktor együtthatóit meghatározni

$\underline{b} = \underline{\underline{R}}\, \underline{w}$ $\quad \underline{w} = ?$

$b_i = E\{x_k \cdot x_{k-i}\}$

$R_{ij} = E\{x_{k-i} \cdot x_{k-j}\}$

$b_1 = E\{x_k \cdot x_{k-1}\} = R_x(T_m)$

$R_{11} = E\{x_{k-1} \cdot x_{k-1}\} = R_x(0)$

$$w_{11} = \frac{R_x(T_m)}{R_x(0)} = \frac{\cancel{R_0} \cdot e^{-|T_m/T|}}{\cancel{R_0}} \rightarrow \text{ha } T_m = T:\ w_{11} = e^{-1}$$

szűrőegyüttható értéke

b.) másodfokú szűrő együtthatói?

innentől $T_m = T$

$$w_{22} = \frac{R_x(2) - R_x(1)\, w_{11}}{R_x(0)\,(1 - w_{11}^2)} = \frac{R_0\, e^{-2} - R_0\, e^{-1} \cdot e^{-1}}{R_0 \cdot (1 - e^{-2})} = 0$$

$$w_{21} = w_{11}\,(1 - w_{22}) = w_{11}$$

mivel az egyik együtthatóra $\emptyset$ adódott, ezért nem tudunk jobb predikciós jóságot elérni, mint egylépésessel. (Kétlépéses jobb, de legalább olyan jó, mint 1 lépéses)

c.) Mekkora a predikció hibája?

$$E\{(x_k - \hat{x}_k)^2\} = E\{x_k^2 + \hat{x}_k^2 - 2 x_k \hat{x}_k\} =$$

$$= \underbrace{E\{x_k^2\}}_{R_x(0)} + E\{\hat{x}_k^2\} - 2E\{x_k \hat{x}_k\} =$$

$E\{\hat{x}_k^2\}$: $w_{11}^2 \cdot x_{k-1}^2$ (mivel stacionárius:) $w_{11}^2 \cdot R_x(0)$

$-2 \cdot E\{x_k \cdot w_{11} \cdot x_{k-1}\} = -2\, w_{11} \cdot R_x(1)$

$$= \boxed{R_x(0) \cdot (1 - w_{11}^2)}$$

egylépéses pred hibája

Kétlépéses predikció hibája:

$$E_2 = E_1\,(1 - w_{22}^2)$$

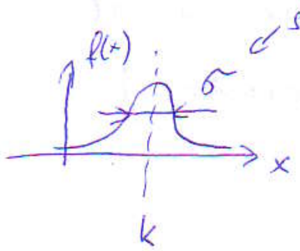
③

Buza Gábor

Sztochasztikus folyamatok

$\xi_t = A \cdot e^{-t}$; A: gaussi valósz. változó; várható ért: $m = \emptyset$

Gaussi egydim sűrűségfv: (általános) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-k)^2}{2\sigma^2}}$



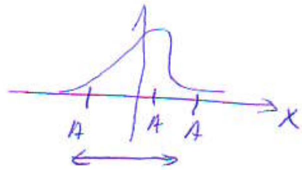
Itt: $m = \emptyset$

$\sigma^2 = P_{átlag}(m=\emptyset) = 1$ (áltagteli egységnyi)

A-ra:

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}$$

Megj:



A értékét a bekapcsolás pillanatában veszi fel, ami bármi lehet (valósz. vált), utána azonban konstansként viselkedik

a.) Határozzuk meg a folyamat várható értékét

várh. ért

$$M\{\xi_t\} = M\{A \cdot e^{-t}\} = e^{-t} \cdot M\{A\} = \emptyset$$

a véletlen csak itt jelenik meg $\qquad m = \emptyset$

ZH-n nem lesz.

Ha nem ilyen egyszerű az eset:

(

$$m^1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) x\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \emptyset$$

az adott x értéket milyen valószínűséggel veszi fel (súlyozott átlag)

$$m^k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) x^k dx \rightarrow$$

$k=1$ amplitudó

$k=2$ esetén teljesítményt mutat

b.) Számítsuk ki a korrelációt: $t_1 = 1s$, $t_2 = 3s$ minták között!

$$M\{\xi_{t_1} \cdot \xi_{t_2}\} = M\{A \cdot e^{-t_1} \cdot A\, e^{-t_2}\} = e^{-t_1} \cdot e^{-t_2} M\{A^2\} = \sigma^2 =$$

determinisztikus konstansok

$$= e^{-(t_1+t_2)} \cdot \sigma^2 = e^{-(t_1+t_2)} = e^{-4}$$

$$\left(M\{A^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) x^2 dx \right)$$

3/2 Buza Gábor

c) stacioner-e? és milyen értelemben?

(ilyenkor a válasz NEM :), mert a stacionert nagyon nehéz kiszámolni)

Nem indoklás

Gyengén stacionárius

$m = \text{konst}$

és

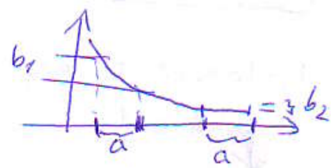
$R(\tau) = e^{-(t_1+t_2)} = e^{-(2t+\tau)}$

$t_1 = t$

$t_2 = t+\tau$

$\overline{2t+\tau}$

van benne t, ezért nem gyengén stac



ugyanakkora a-hoz más b tartozik, ezért!

(4)

Buza Gábor

$\xi_t \circ\!-\boxed{H_1}-\boxed{H_2}-\ldots-\boxed{H_N}-\!\circ\ \eta_t$

$$H = H_1 \cdot H_2 \cdot H_N = \prod_{i=1}^{N} H_i$$

$M\{\xi t\} = \emptyset$ (bemeneti folyamat DC részie $\emptyset$ (várh. értéke))

a.) $M\{\eta_t\} = ?$ Kimenet várható értéke

b.) $P_{in} = ?$ $(= \emptyset)$ Bemeneten a folyamat átlagteljesítménye ?

c.) $P_{out} = ?$ $(= \emptyset)$ — " —

erre 50% pontot kapsz így, de lejjebb megpróbáljuk megoldani :). Ha nem $\emptyset$, akkor asszimetria van.

Fourier Tf.

Nem stacioner esetén:

$S_\xi(f,t) \overset{F}{\longleftrightarrow} R(t,\tau)$

$$P_{in} = \int_{-\infty}^{\infty} S_\xi(f)\,df \quad ; \quad S_\xi(f) \overset{F}{\longleftrightarrow} R(\tau)$$

W/Hz

gyenge stac

~~sta~~ Gyengén stac esetén:

$$P_{out} = \int_{-\infty}^{\infty} S_\eta(f)\,df$$

$$S_\eta(f) = |H(f)|^2 S_\xi(f) = \left|\prod_{i=1}^{N} H_i(f)\right|^2 S_\xi(f)$$

---

a.) $\xi_t \circ\!-\boxed{H}-\!\circ\ \eta_t$

konvolúció

$$\eta_t = \xi t \circledast h(t) = \int h(\tau)\,\xi_{t-\tau}\,d\tau$$

$$M\{\eta_t\} = M\left\{\int h(\tau)\,\xi_{t-\tau}\,d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\,\underbrace{M\{\xi_{t-\tau}\}}_{=\emptyset}\,d\tau = \emptyset$$

determinisztikus

$=\emptyset$, mert:

Ha nem $\emptyset$:

$$M\{\eta t\} = M\{\xi t\} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau}_{H(\omega)} \xrightarrow{\omega := \emptyset} H(\omega) = H(0)$$

$$\Longrightarrow M\{\eta\} = H(\emptyset) \cdot M\{\xi\}$$

5

Buza Gábor

Analóg → digit

$$x(t)\ \circ\!-\boxed{H_1(f)}-\boxed{ADC}\Rightarrow\boxed{DAC}-\boxed{H_2(f)}-\!\circ\ \ \hat{x}(t)$$

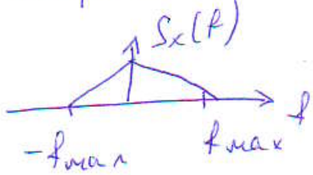
$$\varepsilon = x(t)-\hat{x}(t)$$

bitszám:

$$\frac{S}{N}=2+6N$$

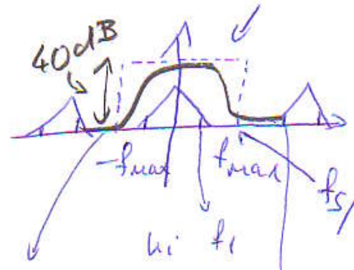
spektrális átlapolás:

shanon



be

$H_2(f)$ optimális esetben.



Mi van, ha nem ideális szűrő van?

$f_s - f_1$

- Ha ráadok f_1-et, megjelenik f_s-f_1 ..stb is.

Miért kell H_1 szűrő?

shanon miatt, hogy a legnagyobb frek biztos ne legyen nagyobb, mint az $\boxed{f_s/2}$!! pl:

(magyarul szétcseszi az egészet)

Házi Feladat: Gondoljuk végig, h. pl. ~~ke~~ egy 5 kHz-es jel hogy megy végig a rendszeren.