

10. Gyakorlat

Exponenciális és normális eloszlás

1. Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó, amiről tudjuk, hogy $\mathbb{P}(X > 3) = e^{-6}$.
 - a) Mi X eloszlásának paramétere?
 - b) $\mathbb{P}(X < 2) = ?$
 - c) $\mathbb{E}(X) = ?$
 - d) $\mathbb{D}(X) = ?$
 2. Tegyük fel, hogy egy adott mosógéptípus átlagosan 2 évig bírja az első meghibásodásig, és az első meghibásodás időpontja folytonos, örökifjú eloszlást követ. Mi a valószínűsége, hogy az első 3 év során nem hibásodik meg, ha tudjuk, hogy az első 2 évben hibátlanul működött?
 3. Tegyük fel, hogy egy villanykörte élettartama (években számolva) $1/2$ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó.
 - a) Mennyi a villanykörte várható élettartama?
 - b) Mi a valószínűsége, hogy kevesebb, mint 2 évig ég?
 - c) Feltéve, hogy 1 évig nem ég ki, mi a valószínűsége, hogy utána még legalább negyed évig működni fog?
 4. Egy radioaktív atom élettartama években mérve exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Az atom 32 év leforgása alatt 0,5 valószínűséggel bomlik el. Mennyi az esélye, hogy az atom nem bomlik el 24 év alatt? Mennyi időn belül bomlik el az atom 0,95 valószínűséggel?
-
5. Legyen X normális eloszlású valószínűségi változó 1,2 várható értékkel és 2 szórással. Határozzuk meg a $\mathbb{P}(X < 1,5)$, $\mathbb{P}(1,2 < X)$ és $\mathbb{P}(-3 < X)$ valószínűségeket.
 6. Egy gép a beállítása szerint 2 kg lisztet adagol a zacskókba, de a technológia következtében a zacskóba került liszt mennyisége $N(\mu; 0,002^2)$ eloszlást követ. Előzetes megfigyelésekből lehet tudni, hogy 0,01 annak a valószínűsége, hogy a zacskóban a liszt mennyisége kevesebb 2 kg-nál. Mennyi μ értéke?
 7. Egy folyó vízszintjének várható értéke 7,55 m. A százéves napi mért adatok alapján a vízszint 3% valószínűséggel a 9 m-es szintet is meghaladja. A vízszint értékét normális eloszlásúnak feltételezve számoljuk ki, hogy milyen valószínűséggel esik a vízszint 7 és 8 m közé.
 8. Egy normális eloszlású valószínűségi változó 0,2 valószínűséggel vesz fel 10-nél kisebb értéket és 0,3 valószínűséggel 14-nél nagyobb értéket. Mik az eloszlás paraméterei?
-
9. Texasban a hőmérsékletet Fahrenheit fokokban mérik. Megállapították, hogy az ottani hőmérséklet eloszlása nyaranta $N(86; 16)$. Hogyan változik meg az eloszlás, ha áttérünk Celsius-skálára?
 $\left(\frac{5}{9} (^{\circ}F - 32) = ^{\circ}C\right)$
 10. Az X normális eloszlású valószínűségi változó sztenderdizáltja $Y = 2X + 3$. Határozzuk meg X eloszlásának paramétereit.
 11. Legyen $X \sim N(10; 9)$ és $Z = \left(\frac{X-10}{3}\right)^2$. Számoljuk ki Z eloszlásfüggvényét.