

# 10. gyakorlat feladatsora

## Analízis 2 informatikusoknak - 2018/19. II. félév

1. Adja meg az  $f(x, y) = x^2y^2$  kétváltozós függvény lokális szélsőérték helyeit, és a szélsőértékeket! Van-e abszolút minimuma ill. maximuma a függvénynek?
2. Keresse meg az  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^3 + x - 3z - xy$  háromváltozós függvény lokális szélsőértékeit!
3. Adottak a különböző abszcisszájú  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, \dots, k \geq 2$ ) pontok a koordináta-rendszerben. Mutassa meg, hogy az  $y = mx + b$  egyenesre pontosan akkor lesz

$$r(m, b) = \sum_{i=1}^k (mx_i + b - y_i)^2$$

minimális, ha

$$m = m_0 = \frac{k \sum_{i=1}^k x_i y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^k x_i \right)^2}, \quad b = b_0 = \frac{1}{k} \left( \sum_{i=1}^k y_i - m_0 \sum_{i=1}^k x_i \right).$$

(A kapott egyenest regressziós egyenesnek, azt az eljárást pedig, hogy  $r$  minimalizálásával határozzuk meg, legkisebb négyzetek módszerének nevezzük.)

4. Egy kereskedő csokoládét árul. Azt tapasztalta, hogy ha 0.8, 1, 1.2 euróért adta a csokit, akkor rendre 450, 375, 330 darab fogyott átlagosan naponta. Az ár és a napi kereslet között lineáris modellt feltételezve, adjon becslést a regressziós egyenes segítségével arra, hogy 0.9 eurós ár mellett mennyi fogyna a csokiból naponta!
5. Egy cég két üzemben gyárt gyertyákat. Az I üzemben  $x$  doboz gyertya előállítására  $0.02x^2 + 4x + 500$  euróba kerül, míg a II üzemben  $y$  doboz gyertya előállítására  $0.05y^2 + 4y + 275$  euróba. Ha egy doboz gyertyát 15 euróért árul a cég, akkor mennyi doboz gyertyát gyártsanak az egyes üzemekben a profit maximalizálásának érdekében?
6. Egy téglatestet szeretnénk elhelyezni a koordináta-rendszer első tényolcadában úgy, hogy lapjai a koordinátasíkokra essenek, és egyik csúcsa az origóban legyen a szemközti csúcs pedig a  $6x + 4y + 3z = 24$  síkra essen. Adja meg azt a téglatestet, aminek maximális lesz a térfogata! Mekkora lesz a maximális térfogat?
7. Adja meg az  $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}(2x^2 + 3y^2)$  függvény abszolút minimumát és maximumát (és ezek helyét) az egységkörön ( $x^2 + y^2 \leq 1$ )!
8. Adja meg az  $f(x, x) = 4x^2 + 2xy - 3y^2$  függvény abszolút minimumát és maximumát (és ezek helyét) az egységnégyzeten!