2. Gyakorlat

Feltételes valószínűség, Teljes valószínűség tétele, Bayes-formula

1. Egy szabályos dobókockával dobunk, jelölje az eredményét x. Legyenek
$$A = \{x \text{ prím}\} \qquad B = \{x \text{ páros}\} \qquad C = \{x \leq 4\}$$
események. Független-e A és C? Ha tudjuk, hogy x páros, mekkora eséllyel lesz prím? Azaz $\mathbb{P}(A \mid B) =?$

2. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két, egymástól függetlenül kitöltött lottószelvény közül legalább az egyik pontosan négytalálatos?

3. Az A és B események közül legalább az egyik mindig bekövetkezik. Ha $\mathbb{P}(A \mid B) = 0{,}2$ és $\mathbb{P}(B \mid A) = 0{,}5$, mennyi $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$ illetve $\mathbb{P}(A \mid \overline{B})$? Független-e A és B?

4. Számoljuk ki annak a feltételes valószínűségét, hogy két kockával dobva mindkét érték páros feltéve, hogy összegük legalább tíz.

5. Háromszor dobunk fel egy szabályos pénzérmét. Jelentse A azt az eseményt, hogy a dobások között fej és írás is előfordul, B pedig azt az eseményt, hogy legfeljebb egy írás fordul elő. Állapítsuk meg, független-e A és B.

---

6. Először húzunk egy lapot egy 52 lapos franciakártya-csomagból. Ha ez *pikk*, egyszer, egyébként kétszer dobunk fel egy szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz hatos dobás?

7. Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Három játékhoz kiveszünk találomra három-három labdát, közben minden játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván ha volt köztük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom kivételhez egy új és 2 használt labda kerül a kezünkbe?

8. Négy várost utak kötnek össze a következőképp: A-t összeköti út B-vel illetve C-vel, hasonlóan D-t összeköti út B-vel és C-vel, továbbá megy egy út B és C városok között is. Egy adott téli napon az egyes útszakaszokon egymástól függetlenül 1/5 valószínűséggel alakul ki hótorlasz. Mekkora a valószínűsége, hogy az adott napon el lehet jutni A-ból D-be?

---

9. Feldobunk két szabályos dobókockát és ha k darab hatos az eredmény, akkor k piros és $2-k$ sárga golyót teszünk egy (kezdetben üres) dobozba. Ezután kétszer húzunk visszatevéssel: mindkét húzásra piros golyót húzunk. Mit tippelnénk k értékére? Mekkora esélyünk van eltalálni?

10. Adott egy vizsgakérdés, három lehetséges válasszal. Egy hipotetikus hallgató p valószínűséggel tudja a helyes választ, míg ha nem tudja tippel (egyenlő eséllyel választva a három válasz közül). Feltéve, hogy helyesen válaszolt, mi a valószínűsége, hogy tudta is a választ a hallgató? Mi a helyzet $p = \frac{1}{4}$ esetén?

11. Feldobunk egy szabályos kockát, majd egy szabályos érmét annyiszor, amennyit a kocka mutat.
    (a) Mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk fejet?
    (b) Feltéve, hogy egyszer sem dobunk fejet, mennyi a valószínűsége, hogy a kockával 6-ost dobtunk?

12. Tegyük fel, hogy Magyarországon a nők 95%-ának és a férfiak 10%-ának hosszú a haja.
    (a) Mekkora a valószínűsége, hogy a mozgólépcsőn előttem álló hosszú hajú illető lány?
    (b) Mekkora a valószínűsége, ha ugyanezt a Schönherz liftjénél látom, ahol a lakók 99%-a fiú?

IMSc 2. Legyen A_1, A_2, A_3, A_4 négy esemény, amiről a következőket tudjuk: tetszőleges különböző $1 \leq i, j, k \leq 4$ esetén $\mathbb{P}(A_i \mid A_j \cap A_k) = 0$, $\mathbb{P}\left(A_i \mid \overline{A_j}\right) = 0{,}2$ valamint $\mathbb{P}(A_i) = 0{,}2$. Mennyi ekkor $\mathbb{P}(\cup_i A_i)$?