JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Csak egész pontszám adható

1. nagypélda.

A folytonos idejű rendszer átviteli függvényének pólusai: $p_1 = -5$ és $p_2 = -1$. A rendszer amplitúdó karakterisztikája frekvencia független, ugrásválaszának (az $u(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztő jelre adott válaszának) állandó összetevője -4.

(a) Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikájának normál alakú kifejezését! *(5 pont)*

(b) Adja meg a rendszer válaszjelének sávszélességét, ha gerjesztő jele $u(t) = \varepsilon(t)e^{-2t}$! (A spektrumot elhanyagolhatónak tekintjük, haa az amplitúdó spektrum kisebb maximumának 1 %-ánál.) *(5 pont)*

(c) Adja meg annak a $T = 2$ periódus idejű periodikus jel állandó összetevőjének és alapharmonikusának valós időfüggvényét, amely $0 < t < 2 - re$ megegyezik az előző pontbeli jellel! *(6 pont)*

(d) Számítsa ki a válaszjel állandó összetevőjét és alapharmonikusát, ha a rendszer gerjesztő jele az előző pontbeli periodikus jel! *(4 pont)*

(a) A zérusok: 5 és1. $H(s) = A\dfrac{(s-5)(s-1)}{(s+5)(s+1)}$, (2 pont)

$H(j\omega)|_{\omega=0} = A, \quad A = -4. \quad H(j\omega) = \dfrac{-4(j\omega)^2 + 24j\omega - 20}{(j\omega)^2 + 6j\omega + 5}.$ (3 pont), Összesen: **5 pont**

(b) $U(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega + 2}$. A rendszer mindent áteresztő, a válaszjel és a gerjesztő jel sávszélessége ugyanakkora. (3 pont)

$0,01 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{{\omega_2}^2+4}} \quad \Rightarrow \quad {\omega_2}^2 + 4 = 40000, \quad \omega_2 = 199,99 \approx 200.$ (2 pont)

Összesen: **5 pont**

(c) $\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi, \quad U_0 = \frac{1}{2}\int\limits_0^2 e^{-2t}dt = 0,2454$ (2 pont)

$U_1^C = \frac{1}{2}\int\limits_0^2 e^{(-2-j\pi)t}dt = \dfrac{1-e^{-4}}{4+j2\pi} = 0,1318e^{-j1,0039}$ (2 pont)

Az állandó komponens: $0,2454$, az alapharmonikus: $0,2636\cos(\pi t - 1,0039)$ (2 pont)

Összesen: **6 pont**

(d) $H(j\omega)|_{\omega=0} = -4, \quad H(j\omega)|_{\omega=\pi} = 4e^{-j0,5056}.$ (2 pont)

A válasz állandó összetevője: $-0,9816$, alapharmonikusa: $1,0544\cos(\pi t - 1,5095)$.

(2 pont), Összesen: **4 pont**

---

2. nagypélda.

A diszkrét idejű rendszer $h[k] = 2\delta[k] + \varepsilon[k-1](3(0,5)^{k-1} + 3(-0,5)^{k-1})$ impulzusválaszával adott.

(a) Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, ha létezik, illetve indokolja "nem létezik" válaszát! *(5 pont)*

(b) Számítsa ki a rendszer válaszjelét, ha a gerjesztő jel az $u[k] = 5 + 4\cos\pi k$ periodikus jel! *(4 pont)*

(c) Számítsa ki a rendszer válaszjelét az $u[k] = 4\varepsilon[k](-1)^k$ gerjesztő jelre! *(7 pont)*

(d) Felismer-e valamilyen kapcsolatot a (b) és a (c) pont eredménye között? Ha igen, adjon magyarázatot! *(4 pont)*

(a) Létezik, $h[k]$ abszolút összegezhetö. (1 pont)

$$H(e^{j\vartheta}) = 2 + \frac{3e^{-j\vartheta}}{1-0,5e^{-j\vartheta}} + \frac{3e^{-j\vartheta}}{1+0,5e^{-j\vartheta}} \quad \text{(2 pont)}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{2+6e^{-j\vartheta}-0,5e^{-j2\vartheta}}{1-0,25e^{-j2\vartheta}} \quad \text{(2 pont)}$$

Összesen: **5 pont**

(b) $H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=0} = 10, \qquad H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=\pi} = -6$ (2 pont)

$y[k] = 50 - 24\cos\pi k$ (2 pont) Összesen: **4 pont**

(c) $$Y(z) = \frac{4z}{z+1}\frac{2z^2+6z-0,5}{z^2-0,25} \quad \text{(2 pont)}$$

$$Y(z) = z\frac{8z^2+24z-2}{(z+1)(z-0,5)(z+0,5)} = \frac{-24z}{z+1} + \frac{8z}{z-0,5} + \frac{24z}{z+0,5} \quad \text{(3 pont)}$$

$y[k] = \varepsilon[k](-24(-1)^k + 8(0,5)^k + 24(-0,5)^k)$. (2 pont) Összesen: **7 pont**

(d) $\cos\pi k = (-1)^k$, a (c)-beli válaszban a gerjesztett összetevő a $4(-1)^k = 4\cos\pi k$ gerjesztő jelhez tartozó válasz. Összesen: **4 pont**

Kispéldák.

1. Mekkora diszkrét körfrekvenciájú komponensei lehetnek a 0 átlagértékű, 6 periodusú periodikus DI jel **valós** Fourier sorának?

   $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ és π. **2 pont**

2. Adja meg az $x[k] = (1-\varepsilon[k])2^k$ DI jel Fourier transzformáltját, ha létezik, illetve indokolja "nem létezik" válaszát!

   $$\sum_{k=-\infty}^{-1} 2^k e^{-j\vartheta k} = \sum_{n=1}^{\infty} (\tfrac{1}{2}e^{j\vartheta})^n = \frac{0,5e^{j\vartheta}}{1-0,5e^{j\vartheta}}$$ **2 pont**

3. Az $x[k]$ DI jel Fourier transzformáltja $X(e^{j\vartheta})$. Adja meg azt az $y[k]$ jelet, amelynek Fourier transzformáltja: $Y(e^{j\vartheta}) = \frac{1}{2}X(e^{j(\vartheta-\frac{\pi}{3})}) + \frac{1}{2}X(e^{j(\vartheta+\frac{\pi}{3})})$

   $$y[k] = x[k]\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}k} + x[k]\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}k} = x[k]\cos\frac{\pi}{3}k$$ **2 pont**

4. Rekonstruálható-e a $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ időközönként vett mintáiból az Ω sávkorlátú, folytonos idejű jel? Indokolja válaszát!

   Nem, $T > \frac{\pi}{\Omega}$ **2 pont**

5. Az $y[k] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_1[p]x_2[k-p]$ DI jel Fourier transzformáltja $Y(e^{j\vartheta}) = \frac{X_1(e^{j\vartheta})}{1-0,2e^{-j\vartheta}}$, ahol $\mathcal{F}x_1[k] = X_1(e^{j\vartheta})$. Adja meg az $x_2[k]$ jelet!

   $x_2[k] = \varepsilon[k](0,2^k)$ **2 pont**

6. Adja meg az $x(t) = \varepsilon(t+2)e^{-(t+2)}$ FI jel Laplace transzformáltját, vagy indokolja, ha ez nem lehetséges!

   $$\mathcal{L}x(t) = \mathcal{L}[e^{-2}\varepsilon(t)e^{-t}] = \frac{0,1353}{s+1}$$ **2 pont**

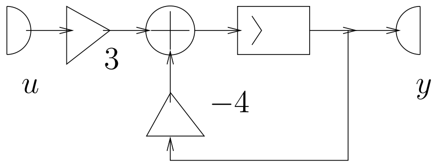
7. A belépő $x(t)$ folytonos idejű jel Laplace transzformáltja $X(s) = \frac{2s+2}{s^2+4s+8}$. Mekkora a jel $x(+0)$ kezdeti értéke?

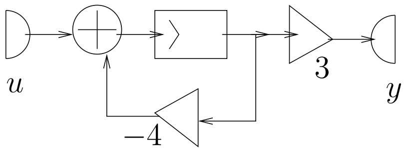
   $x(+0) = 2$ **2 pont**

8. Adja meg a $H(s) = \dfrac{s}{(s+2)^2}$ átviteli függvényű rendszer impulzusválaszát!

   $h(t) = \varepsilon(t)(1-2t)e^{-2t}$ **2 pont**

9. Adja meg a $H(s) = \frac{3}{s+4}$ átviteli függvényű rendszer egy <u>kanonikus</u> hálózat realizációját!





Bármelyikre: **2 pont**

10. Egy DI rendszer átviteli függvénye: $H(z) = \dfrac{1 + pz^{-1} + 0,48z^{-2}}{1 - 0,6z^{-1}}$. A p paraméter mely értékére FIR tipusú a rendszer?

    $p = -1,4$ **2 pont**