

1. feladat (15 pont)

$$y' \cdot \sin(5y) = \frac{x\sqrt[3]{2+x^2}}{y}$$

Határozza meg a differenciálegyenlet általános megoldását! (Elég az implicit alak.)

2. feladat (20 pont)

$$y'(x) + 2xy(x) = xe^{-x^2}, \quad y(1) = 1$$

Határozza meg a fenti kezdetiérték-probléma megoldását!

3. feladat (15 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' + 9y = 18 \sin(3x)$$

4. feladat (8+6=14 pont)

a) Hogyan értelmezzük a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ numerikus sor összegét? Mondja ki a definíciót! Definíció segítségével igazolja, hogy ha $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens és $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergens akkor $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ divergens.

b) Mondja ki a váltakozó előjelű sorokra vonatkozó Leibniz tételt.

5. feladat (7+7+7=21 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{4}}; \quad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^3(\pi n)}{\sqrt{n}}; \quad c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\pi} \arctan^2 n\right)^n$$

6. feladat (15 pont)¹ *Készítsen táblázatot, amiben egyértelműen jelöli válaszait!*

- Van-e olyan homogén lineáris, állandó együtthatós differenciálegyenlet, aminek megoldása a $x^2 \sin(x)$ függvény?
- Van-e olyan homogén lineáris, állandó együtthatós differenciálegyenlet, aminek megoldása a $\sin(x^2)$ függvény?
- Az $x_{n+1} = \frac{9}{2}x_n - 2x_{n-1}$ lineáris rekurzióknak van-e ∞ -hez konvergáló megoldása?
- Igaz-e, hogy ha egy alternáló sor tagjainak négyzete monoton csökken akkor a sor konvergens?
- Igaz-e, hogy ha egy alternáló sor konvergens, akkor a tagjainak négyzete monoton csökken?

IMSC feladat (15 IMSC pont)

Adjuk meg $f(2018)$ -at, ha tudjuk, hogy $f(0) = 5$, $f(1) = -7$, $f(2) = -3$ és ha $n \geq 3$, akkor $f(n) + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) = 0$.

¹Csak a végső *igen* vagy *nem* választ értékeljük. Minden helyes válasz 3 pont, helytelen -3 pont.