

**1. feladat (14 pont)**

Adja meg az

$$y' + \operatorname{ctg} x \cdot y = \sin^3 x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

kezdetiérték-probléma megoldását.

**2. feladat (13 pont)**

Írja fel az

$$y' = \frac{e^x(y^2 - 9)}{(y - 2)(\sqrt{e^{2x} - 1})}$$

differenciálegyenlet általános megoldását. (Elég az implicit alak megadása.)

**3. feladat (12 pont)**

Megfelelő helyettesítéssel oldja meg az alábbi differenciálegyenletet

$$y' = 3 - (5x - y)^2.$$

**4. feladat (10 pont)**

$$y' = 3x + x^2 - y^2$$

- Rajzolja fel a  $P_1(1, 2)$  illetve  $P_2(-1, 2)$  pontokhoz tartozó vonalelemeket.
- Van-e lokális szélsőértéke a a  $P_1$  illetve  $P_2$  pontokon átmenő megoldásoknak a  $P_1$  illetve  $P_2$  pontokban, és ha igen, milyen típusú?

**5. feladat (17 pont)**

Oldja meg az

$$y'' - 2y' + 2y = 5 \sin x - 25xe^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

kezdetiérték-feladatot.

**6. feladat (12 pont)**

Mennyi a rendje annak a legacsonyabbrendű állandó együtthatós, lineáris, homogén differenciálegyenletnek, melynek egy megoldása az

$$y = 4xe^{-3x} \cos(2x) + 3 \operatorname{sh} x$$

függvény? Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását!

**7. feladat (10 pont)**

Írja fel az

$$f(n) = 2f(n-1) + 3f(n-2)$$

lineáris rekurzió általános megoldását, az  $f(0) = 4$ ,  $f(1) = -2$  kezdeti feltételeknek megfelelő megoldást, valamint az összes korlátos megoldást.

**8. feladat (12 pont)**

Ismertesse a numerikus sorokra vonatkozó hányadoskritériumot. Konvergens lesz-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n}}{\binom{2n}{n}}$$

sor?

---

*Pótfeladatok (csak 40 pont eléréséhez javítjuk ki):*

**9. feladat (10 pont)**

Írja fel az

$$y^{(7)} - 4y^{(5)} = 0$$

differenciálegyenlet általános megoldását.

**10. feladat (10 pont)**

Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( \frac{2n + n^2}{n + n^2} \right)^{n^2}$$

numerikus sor?