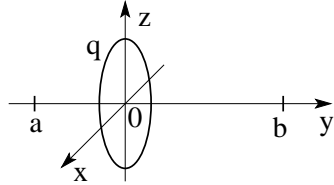


Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	
Gyakorlatvezető:		

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)



Az xz síkban egy $R = 5$ cm sugarú kör alakú, $q = 20$ pC/cm konstans töltéssűrűségű vonaltöltés foglal helyet. A kör középpontja az origó; a közeg levegő. $a = -7$ cm, $b = 11$ cm.

a. Mekkora a körvonal össztöltése?

(1 p.)

$$Q = q2R\pi = 628 \text{ pC}$$

(1 p.)

b. Határozza meg az elektromos térerősség vektorát az y tengely a koordinátájú pontjában!

(4 p.)

$$r = \sqrt{a^2 + R^2}$$

(1 p.)

$$dE_y = \frac{a}{r} dE$$

(1 p.)

$$E_y = \frac{a}{r} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{e}_y 621,0 \text{ V/m}$$

(2 p.)

c. Számítsa ki az y tengely a és b koordinátájú pontjai közti U_{ab} feszültséget!

(3 p.)

$$\varphi(y) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{y^2 + R^2}}$$

(2 p.)

$$U_{ab} = \varphi(a) - \varphi(b) = 18,9 \text{ V}$$

(1 p.)

d. Becsülje meg az elektromos térerősség nagyságát az xz síkban, az origótól $8R$ távolságban!

(2 p.)

A körvonal távolról pontszerűnek tekinthető:

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(8R)^2} = 35,3 \text{ V/m}$$

(2 p.)

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy végtelen kiterjedésű, földelt fémlemezről 25 cm távolságban áll egy 4 mm sugarú gömb, melynek töltése 1 μC; a közeg relatív permittivitása $\epsilon_r = 5$. Adja meg a gömbre ható elektrosztatikus erő nagyságát!

$$F = 7,19 \text{ mN}$$

2. Egy henger alap- és fedlapja 9 cm sugarú körlemez, magassága 15 cm. A henger levegővel töltött, tértöltést nem tartalmaz. A paláston homogén Neumann-peremfeltételt írunk elő; az alap- és fedlap potenciálja konstans $\varphi_a = 5$ V ill. $\varphi_f = -13$ V. Határozza meg a térerősség nagyságát a henger középpontjában!

$$E = 120 \text{ V/m}$$

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a kapacitás-együtthatók $c_{11} = c_{22} = 5$ nF, $c_{12} = c_{21} = -2$ nF. Adja meg a rendszer elektrosztatikus energiáját, ha az elektródák potenciálja $\varphi_1 = 8$ V és $\varphi_2 = -2$ V! (A földpotenciál 0 V.)

$$W = 202 \text{ nJ}$$

4. A V térfogatot az A zárt felület határolja; \mathbf{A} irányítása kifelé mutat. Írja fel az energiamérleg integrális alakját és nevezze meg a benne szereplő mennyiségeket, ha tudjuk, hogy V -ben a vezetőképesség zérus és idegen (beiktatott) térerősség nincs jelen!

$$-\frac{d}{dt} \int_V w dV = \oint_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \quad w: \text{ energiasűrűség, } \mathbf{S}: \text{ Poynting-vektor}$$

5. A P pontban és annak környezetében a térfogati áramsűrűség:

$\mathbf{J}(x, y, z) = \mathbf{e}_x(5x + 3y) + \mathbf{e}_y(x + 5y + z)$, ahol a hosszegység m, az áramerősség egysége A. Leírhat-e ez a \mathbf{J} mező stacionárius áramlást? Indokolja választát!

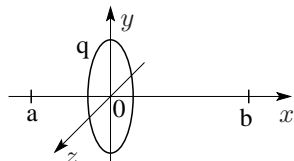
Nem, mert $\text{div } \mathbf{J} \neq 0$.

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kis példák:	
Aláírás:	Összpont:	
Gyakorlatvezető:		

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kis példákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)



Az yz síkban egy $R = 7$ cm sugarú kör alakú, $q = 50$ pC/cm konstans töltéssűrűségű vonaltöltés foglal helyet. A kör középpontja az origó; a közeg levegő. $a = -9$ cm, $b = 13$ cm.

a. Mekkora a körvonal össztöltése?

(1 p.)

$$Q = q2R\pi = 2,20 \text{ nC}$$

(1 p.)

b. Adja meg az elektromos térerősség vektorát az x tengely a koordinátájú pontjában!

(4 p.)

$$r = \sqrt{a^2 + R^2}$$

(1 p.)

$$dE_x = \frac{a}{r} dE$$

(1 p.)

$$E_x = \frac{a}{r} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{e}_x 1,20 \text{ kV/m}$$

(2 p.)

c. Számítsa ki az x tengely b és a koordinátájú pontjai közti U_{ba} feszültséget!

(3 p.)

$$\varphi(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}}$$

(2 p.)

$$U_{ba} = \varphi(b) - \varphi(a) = -39,5 \text{ V}$$

(1 p.)

d. Becsülje meg az elektromos térerősség nagyságát a z tengely mentén, az origótól $12R$ távolságban!

(2 p.)

A körvonal távolról pontszerűnek tekinthető:

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(12R)^2} = 28,0 \text{ V/m}$$

(2 p.)

KISPÉLDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy végtelen kiterjedésű, földelt fémlemezről 25 cm távolságban húzódik egy 4 mm sugarú, igen hosszú, egyenletesen töltött henger, amelynek 1 m hosszú szakasza $1 \mu\text{C}$ töltésű; a közeg vákuum. Adja meg a henger 4 m hosszú szakaszára ható erő nagyságát!

$$F = 0,14 \text{ N}$$

2. Az S sík normálisa $\mathbf{n} = (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. A síkon a potenciálra Neumann-peremfeltétel vonatkozik: $\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 120 \text{ V/m}$. Adja meg az elektromos térerősség x irányú rendezőjét S -en, vagy indokolja, ha ez nem lehetséges!

$E_x = \dots$ nem lehet, mert csak az n irányú kompp. ismert

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a részkapacitások $C_{12} = 5 \text{ nF}$, $C_{10} = 2 \text{ nF}$ és $C_{20} = 4 \text{ nF}$. Adja meg a rendszer elektrosztatikus energiáját, ha az elektródák potenciálja $\varphi_1 = 8 \text{ V}$ és $\varphi_2 = -2 \text{ V}$! (A földpotenciál 0 V .)

$$W = 322 \text{ nJ}$$

4. A V térfogatot az A zárt felület határolja. Írja fel az energiamérleg integrális alakját és nevezze meg a benne szereplő mennyiségeket, ha tudjuk, hogy V -ben a vezetőképesség σ és V nem tartalmaz idegen (beiktatott) térerősséget, továbbá A -n keresztül nem áramlik teljesítmény!

$$-\frac{d}{dt} \int_V w dV = \int_V \frac{J^2}{\sigma} dV \quad w: \text{ energiasűrűség, } \mathbf{J}: \text{ áramsűrűség}$$

5. A P pontban és annak környezetében a fajlagos vezetőképesség konstans. A térerősség ugyanitt: $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{e}_x(5x + 3y) + \mathbf{e}_z(x + 5y - 5z)$, ahol a hosszegység m, az feszültség egysége V. Tartozhat-e ez az \mathbf{E} mező stacionárius áramlási térhez? Indokolja válaszát! Nem, mert $\text{rot } \mathbf{E} \neq \mathbf{0}$.

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)