Villamosmérnök A3 (2017 ősz) 1. vizsga ZH

Minden feladat 12 pontos, tehát összesen 60 pontot lehet összegyűjteni. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Oldja meg a $2\sin y + y'x\cos y = 0$ differenciálegyenletet!

2. Oldja meg az $y'' + 4y' + 4y = 8x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$ kezdetiérték-problémát Laplace-transzformáció segítségével!

3. Számítsa ki az $f(x,y) = (\frac{1}{2}xy^2, x^2y)$ vektorfüggvény vonalintegrálját a síkbeli $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,4)$ pozitívan irányított háromszögvonalon!

4. Számítsa ki az $f(x,y,z) = (y, -x, 2z+1)$ vektorfüggvény felületi integrálját az origó középpontú, kifelé irányított, R sugarú felső, nyílt félgömb felületén!

5. (a) Legyen $H \subseteq \mathbb{R}^3$ az F kifelé irányított zárt felület által határolt térrész, és V a H térfogata. Fejezze ki $\int_F r\, df$-et (az identitásfüggvény felületi integrálját F-en) V függvényeként!
Legyen $G \subseteq \mathbb{R}^2$ nyílt halmaz, $v : G \to \mathbb{R}^2$.
(b) Definiálja v potenciálfüggvényét!
(c) Melyek igazak a következő állítások közül? (c1) Ha v-nek van potenciálfüggvénye G-n, akkor $\operatorname{rot} v = 0$. (c2) Ha v folytonos, akkor van potenciálfüggvénye G-n.

IMSc-feladat. $r \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$-ra és $m \in \mathbb{N}$-re fejezze ki $\frac{\operatorname{div} |r|^m r}{|r|^m}$ értékét n és m függvényében!