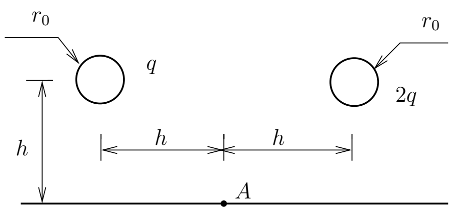
EMTa (VIHVA201) 1. zárthelyi **A csoport** *2012.03.13.*

Név: **JAVÍTÓ**	Nagypélda:	**JEGY**
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

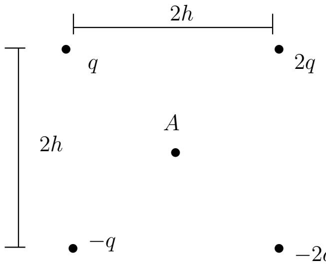
Nagypélda – Σ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)

Két igen hosszú, párhuzamos, $r_0 = 0{,}8\,\mathrm{mm}$ sugarú fémhenger helyezkedik el a levegőben, egy nagy kiterjedésű fémsík felett $h = 1{,}6\,\mathrm{cm}$ magasságban. A hengerek tengelye közötti távolság $2h$ (lásd az ábrán). A bal oldali hengeren a hosszegységre vonatkoztatott töltéssűrűség $q = 5\,\mathrm{nC/m}$, míg a jobb oldalin ennek kétszerese, azaz $2q$. A három elektróda össztöltése zérus. A feladatok megoldásánál használjon közelítést: vegye figyelembe, hogy $r_0 \ll h$ teljesül!



a. Határozza meg az egyes hengerek potenciálját, ha a sík potenciálja 0! *(5 p.)*

$$\phi_1 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{h}{r_0} - \ln\frac{h}{2h}\right) + \frac{2q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{h}{2h} - \ln\frac{h}{2h\sqrt{2}}\right)$$
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{2h}{r_0} + 2\ln\sqrt{2}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{4h}{r_0}$$
$$\phi_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left((\ln\frac{h}{2h} - \ln\frac{h}{2h\sqrt{2}}\right) + \frac{2q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{h}{r_0} - \ln\frac{h}{2h}\right)$$
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\sqrt{2} + 2\ln\frac{2h}{r_0}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{4h^2\sqrt{2}}{r_0^2}, \qquad \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} = 90\,\mathrm{V}$$



$\phi_1 = \underline{394{,}38\,\mathrm{V}}$ $\qquad \phi_2 = \underline{695{,}19\,\mathrm{V}}$

b. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát az A pontban! *(2 p.)*

$$E_A = 2\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{h\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\frac{2q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{h\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} = 6\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2h} = \underline{16{,}875\,\mathrm{kV/m}}$$

c. Határozza meg a σ felületi töltéssűrűség értékét az A pontban! *(2 p.)*

$\sigma_A = -E_A\varepsilon_0 = \underline{-149{,}2\,\mathrm{nC/m^2}}$

d. Legyen most a jobb oldali henger töltéssűrűsége $2q$ helyett $-q$, és határozza meg ismét az A pontbeli felületi töltéssűrűséget! *(1 p.)*

$\underline{\sigma_A = 0}$

Kispéldák – 5×2 **pont** (*Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!*)

1. Egy két elektródából álló rendszerben az elektródák töltése $Q_1 = 0{,}5\,\mu\mathrm{C}$ és $Q_2 = -0{,}5\,\mu\mathrm{C}$, potenciáljuk $\phi_1 = 2\,\mathrm{V}$ és $\phi_2 = -1\,\mathrm{V}$. Számítsa ki az elektromos térben tárolt energiát!

$$W_e = \frac{1}{2}(Q_1\phi_1 + Q_2\phi_2) = \underline{0{,}75\,\mu\mathrm{J}}$$

2. Egy három elektródából álló rendszer részkapacitásai: $C_{10} = C_{20} = 150\,\mathrm{pF}$, $C_{12} = 20\,\mathrm{pF}$. Az elektródák töltése: $Q_1 = 2\,\mathrm{nC}$, $Q_2 = 4\,\mathrm{nC}$, $Q_0 = -6\,\mathrm{nC}$. Határozza meg az egyes számú elektróda ϕ_1 potenciálját, ha $\phi_0 = 0$!

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= C_{10}\phi_1 + C_{12}(\phi_1 - \phi_2) \\ Q_2 &= C_{20}\phi_2 + C_{12}(\phi_2 - \phi_1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \phi_1 = \underline{14{,}74\,\mathrm{V}}$$

3. Elektrosztatikus térben az elektromos térerősség vonalintegrálja egy adott, az A pontból kiinduló és a B pontban végződő görbére $\int \vec{E}\cdot\vec{dl} = -7\,\mathrm{V}$. Az A pont potenciálja $\phi_A = -2\,\mathrm{V}$. Adja meg a B pont potenciálját!

$$\phi_B = \phi_A - \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \underline{5\,\mathrm{V}}$$

4. Egy R sugarú gömbben a töltés mindenkor egyenletesen oszlik el. A gömb ezen homogén töltéssűrűsége Δt idő alatt a kezdeti ρ_0 értékről egyenletesen (lineárisan) nullára csökken. Fejezze ki ezekkel a paraméterekkel az áramsűrűség normális komponensét a gömb felületén!

$$\int_V \left(-\frac{d\rho}{dt}\right) dV = \oint_S \mathbf{J}d\mathbf{s} \;\rightarrow\; \frac{\rho_0}{\Delta t}\frac{4R^3\pi}{3} = J_n 4R^2\pi \;\Rightarrow\; \underline{J_n = \frac{\rho_0 R}{3\Delta t}}$$

5. Egy síkkondenzátor kapacitása $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Szigetelőanyagának permittivitása $\varepsilon = 5\varepsilon_0$, fajlagos vezetőképessége $\sigma = 5\cdot 10^{-15}\,\mathrm{S/m}$. Határozza meg a kondenzátor szivárgási ellenállását!

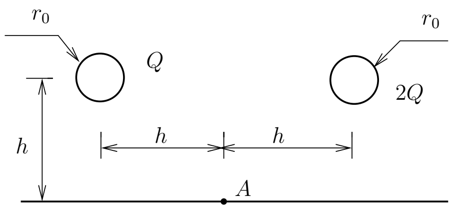
$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\frac{\sigma}{\varepsilon}\cdot C} = \underline{885\,\mathrm{M\Omega}}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: **JAVÍTÓ**	Nagypélda:	**JEGY**
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

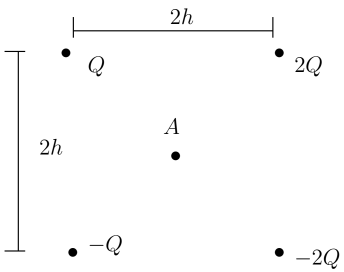
Nagypélda – Σ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)

Két $r_0 = 0{,}8\,\mathrm{mm}$ sugarú fémgömb helyezkedik el a levegőben, egy nagy kiterjedésű fémsík felett $h = 8\,\mathrm{mm}$ magasságban. A gömbök középpontja közötti távolság $2h$ (lásd az ábrán). A bal oldali gömbelektróda töltése $Q = 5\,\mathrm{pC}$, míg a jobb oldalié ennek kétszerese, azaz $2Q$. A három elektróda össztöltése zérus. A feladatok megoldásánál használjon közelítést: vegye úgy, hogy $r_0 \ll h$ teljesül!



a. Határozza meg az egyes gömbök potenciálját, ha a sík potenciálja 0! *(5 p.)*

$$\phi_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{2h}\right) + \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{2h\sqrt{2}}\right)$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2h + (1-\sqrt{2})r_0}{2hr_0} = \underline{55{,}0\,\mathrm{V}}$$
$$\phi_2 = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{2h}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{2h\sqrt{2}}\right)$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4h - (1+1/\sqrt{2})r_0}{2hr_0} = \underline{107{,}6\,\mathrm{V}}$$



b. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát az A pontban!
(A gömbök középpontja és az A pont által meghatározott sík merőleges a fémsíkra.) *(2 p.)*

$$E_A = 2\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(h\sqrt{2})^2}\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(h\sqrt{2})^2}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 h^2\sqrt{2}} = \underline{1{,}49\,\mathrm{kV/m}}$$

c. Határozza meg a σ felületi töltéssűrűség értékét az A pontban! *(2 p.)*

$\sigma_A = -E_A\varepsilon_0 = \underline{-13{,}2\,\mathrm{nC/m^2}}$

d. Legyen most a jobb oldali gömb töltése $2Q$ helyett $-Q$,
és határozza meg ismét az A pontbeli felületi töltéssűrűséget! *(1 p.)*

$\underline{\sigma_A = 0}$

Kispéldák – 5×2 **pont** (*Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!*)

1. Egy három elektródából álló rendszer részkapacitásai: $C_{10} = C_{20} = 150\,\mathrm{pF}$, $C_{12} = 20\,\mathrm{pF}$. Az elektródák töltése: $Q_1 = 2\,\mathrm{nC}$, $Q_2 = -4\,\mathrm{nC}$, $Q_0 = 2\,\mathrm{nC}$. Határozza meg a kettes számú elektróda ϕ_2 potenciálját, ha $\phi_0 = 0$!

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= C_{10}\phi_1 + C_{12}(\phi_1 - \phi_2) \\ Q_2 &= C_{20}\phi_2 + C_{12}(\phi_2 - \phi_1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \phi_2 = \underline{-22{,}46\,\mathrm{V}}$$

2. Egy síkkondenzátor szigetelése két, a lemezekkel párhuzamos rétegből áll. A $d_1 = 2\,\mathrm{cm}$ vastagságú réteg permittivitása $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$, míg a $d_2 = 1\,\mathrm{cm}$ vastagságú rétegé $\varepsilon_2 = 3\varepsilon_0$. Az elektródalemezek felszíne egyenként $A = 350\,\mathrm{cm}^2$. Számítsa ki a kondenzátor kapacitását!

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 A} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 A} \quad \Rightarrow \quad C = \underline{37{,}2\,\mathrm{pF}}$$

3. Egy két elektródából álló rendszerben az elektródák töltése $Q_1 = 0{,}5\,\mu\mathrm{C}$ és $Q_2 = -0{,}5\,\mu\mathrm{C}$, potenciáljuk $\phi_1 = 2\,\mathrm{V}$ és $\phi_2 = -3\,\mathrm{V}$. Számítsa ki az elektromos térben tárolt energiát!

$$W_e = \frac{1}{2}(Q_1\phi_1 + Q_2\phi_2) = \underline{1{,}25\,\mu\mathrm{J}}$$

4. Mennyi áram folyik a homogén, $J = 8\,\mathrm{A/cm^2}$ áramsűrűségű áramlási térben egy $R = 1\,\mathrm{cm}$ sugarú körlap felületén keresztül, ha annak síkja az áramvonalakkal $\alpha = 45°$-os szöget zár be?

$$I = \underline{17{,}8\,\mathrm{A}}$$

5. Egy síkkondenzátor lemezei között egyenfeszültségen mérhető un. szivárgási ellenállás: $R = 885\,\mathrm{M\Omega}$. A kondenzátor szigetelőanyagának permittivitása $\varepsilon = 5\varepsilon_0$, fajlagos vezetőképessége $\sigma = 5 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{S/m}$. Határozza meg a kondenzátor kapacitását!

$$C = \frac{\varepsilon}{\sigma}G = \frac{\varepsilon}{\sigma R} = \underline{10\,\mu\mathrm{F}}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)