## Ismétlés:

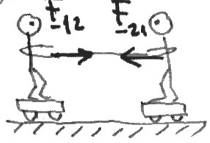
**Newton II. törvénye:**

$$\underline{F} = m\underline{a} \qquad [F] = kg\frac{m}{s^2} = N$$

**Newton III. törvénye:**

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$$

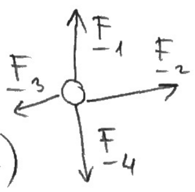
(hatás - ellenhatás)




**Newton IV. törvénye:**

$$\underline{F}_e = \sum_i \underline{F}_i$$

(erőhatások függetlensége)




## I.) Newton I. törvénye (tehetetlenség törvénye):

A II. törvény szerint ha egy testre nem hat eredő erő ($\sum \underline{F} = \underline{0}$), akkor $\underline{a} = \emptyset$, azaz $\underline{v} = \text{áll}$, tehát egyenes vonalú, egyenletes mozgást végez vagy nyugalomban marad.

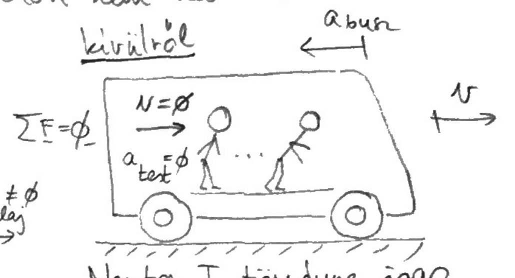
↓ mihez képest?

Megfigyelés: Fékező vagy kanyarodó buszban ez nem igaz! A buszban elesünk, holott nem hat ránk eredő erő!

belülről:


Newton I. nem igaz

kívülről

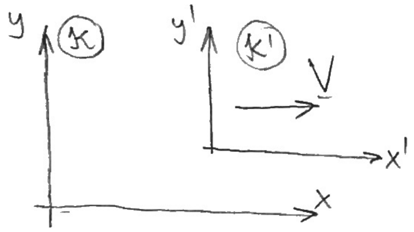



Newton I. törvénye igaz

Newton I. törvénye a többi törvény érvényességi körét rögzíti, ezért fontos!

Másképp: A Newton-törvények ún. inerciarendszerben érvényesek.

Inerciarendszer: Olyan vonatkoztatási rendszer, melyben igaz a tehetetlenség törvénye.




Ha találunk egy inerciarendszert, akkor minden, ahhoz képest állandó $\underline{V}$ sebességgel mozgó rendszer is inerciarendszer.

A gyorsuló busz nem inerciarendszer!

## II.) A dinamika alapegyenletének felépítése

Newton II. és IV. törvénye együtt:

$$\sum \underline{F} = m\underline{a}$$

A kölcsönhatás jellemzője

kinematikai jellemző, mozgás leírását teszi lehetővé:

$$\underline{v}(t) = \underline{v}_0 + \int_0^t \underline{a}(t')dt'$$

$$\underline{r}(t) = \underline{r}_0 + \int_0^t \underline{v}(t')dt'$$

erőtörvények

gravitációs: $\underline{F} = -\gamma \frac{mM}{|\underline{r}|^3}\underline{r}$

rugóerő: $\underline{F} = -D \cdot \Delta \underline{r}$

közegellenállás: $|\underline{F}| \sim v^2$

kényszererők

pl: nyomóerő, kötélerő;

Nagyságukat a testre ható többi erő határozza meg a kényszerfeltétel alapján (pl: fonál nem nyúlik)

## III.) Erőtörvények

### 1.) Gravitációs erő.

a.) Newton (Kepler és Galilei nyomán): a testek szabadesése és a bolygók mozgása ugyanarra az okra, az általános tömegvonzásra vezethető vissza.

$$\underline{a} = \frac{\underline{F}_g}{m} \rightarrow$$

Mivel minden szabadon eső test ugyanakkora gyorsulással indul, $\underline{F}_g \sim m$.

Távolságfüggés: szabadon eső test és Hold mozgása.


$a_1 = g$

$a_1 = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

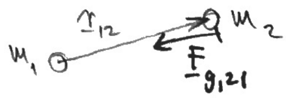

$$a_2 = \frac{v_2^2}{R_H} = \frac{4\pi^2 R_H}{T_H^2}$$

$T_H = 27{,}3$ nap

$R_H = 384000$ km

A számolásból $\frac{a_1}{a_2} \approx 3600$, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_F}{R_H} \approx \frac{1}{60}$, ezért $|\underline{F}_g| \sim \frac{1}{r^2}$.

Összefoglalva:




$$|\underline{F}_{g_{2,1}}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}, \qquad \underline{F}_{g_{2,1}} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{|\underline{r}_{12}|^2} \cdot \frac{\underline{r}_{12}}{|\underline{r}_{12}|}$$

(pontszerű és gömbszimmetrikus testekre igaz)

gravitációs állandó: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$.

gravitációs térerősség: $g_0 = \gamma \frac{m_1}{r^2}$

A földi $g$ kicsit kisebb $g_0$-nál a Föld forgása miatt.

## b.) Súlyos és tehetetlen tömeg

A tömeg két alaptörvényben is megjelent:

$$F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \qquad \sum \underline{F} = m \underline{a}$$

gravitálóképességet írja le (súlyos tömeg, $m_s$)

gyorsíthatóságot írja le (tehetetlen tömeg, $m_t$)

Eötvös Loránd (1848–1919): torziós ingájával kimérte, hogy a gravitálóképesség és a tehetetlenség nagy pontossággal arányosak egymással, így az arányossági tényezőt $\gamma$-ba olvaszthatjuk. $\Rightarrow$ $m_s = m_t$

Einstein: Miért igaz, hogy $m_s = m_t$?

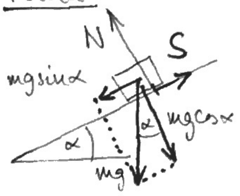
válasz: általános relativitáselmélet (1915)

## 2. Csúszási és tapadási súrlódási erő

Oka: az érintkező testek egyenetlenségei (recék)

| csúszási | tapadási |
|---|---|
| • A felületek egymáshoz képest mozognak. ($v_{rel} \neq 0$) | • A felületek egymáshoz képest nyugalomban vannak ($v_{rel} = 0$) |
| • Iránya $\underline{v}_{rel}$-lel ellentétes. | • Irányát a többi erő határozza meg |
| $S_{cs} = \mu \cdot N$ (N: nyomóerő, felületre merőleges) | $S_t \leq \mu_0 N$ (N: nyomóerő) |
| | Általában $\mu_0 \geq \mu$ |

Példa:

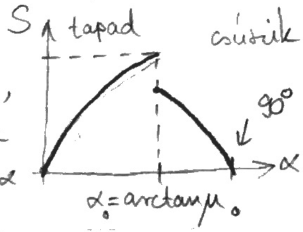



$N = mg\cos\alpha$

$S_t \leq \mu_0 mg\cos\alpha$,

$S_t = mg\sin\alpha$

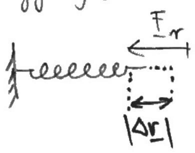
$S_{cs} = \mu mg\cos\alpha$




## 3.) Rugóerő

Rugalmas testekben a deformáció hatására lép fel, iránya a deformációval ellentétes, nagysága azzal arányos:

$$\underline{F}_{rug} = -D\,\Delta \underline{r}$$




D: rugóállandó (direkciós erő)

$[D] = \frac{N}{m}$

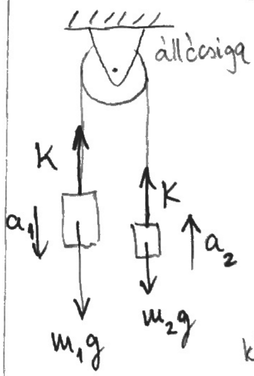
4.) Közegellenállás: Gázokban és folyadékokban mozgó testekre a relatív sebességgel ellentétes irányú.

Nagysága:

kis sebességek: $\sim v_{rel}$ nagy sebességek (örvények): $\sim v_{rel}^2$

## IV. A dinamika alapegyenletének alkalmazása

1.) Két test csigán átvetett kötélen.




feltételek: súrlódásmentes csiga ideális (nyújthatatlan, súlytalan, hajlékony) fonál.

A fonál minden pontjában ugyanakkora erő ébred!

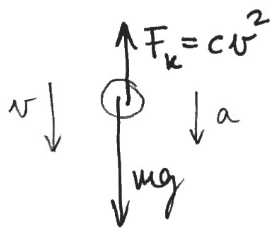
$\sum \underline{F} = m\underline{a}$: $K - m_2 g = m_2 a_2$, $m_1 g - K = m_1 a_1$

kényszerfeltétel: $a_1 = a_2$

Megoldás:

$$a_1 = a_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \qquad K = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

## 2.) Esés közegellenállással




$$\sum \underline{F} = m\underline{a}$$

$$mg - cv^2 = ma$$

$$a = g - \frac{c}{m} v^2$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m} v^2}$$

Ez az egyenlet a $v(t)$ függvény deriváltját köti össze magával a függvénnyel.

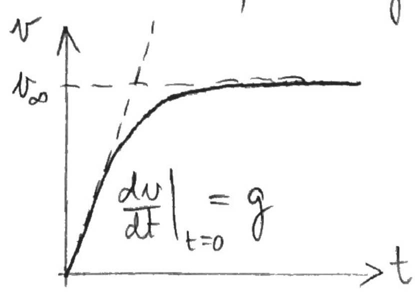
Neve: differenciálegyenlet.

Megoldása: a $v(t)$ függvény

Egy idő után eléri a test az állandósult sebességét. Ekkor $a = 0$ (nem gyorsul tovább):

$$0 = g - \frac{c}{m} v_\infty^2 \rightarrow v_\infty = \sqrt{\frac{mg}{c}}$$

A $v(t)$ függvény analízissel vagy numerikus számításokkal kapható meg.




pl: $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

$\frac{c}{m} = 2\ \frac{1}{m}$

$v_\infty = 2{,}21\ \frac{m}{s^2}$