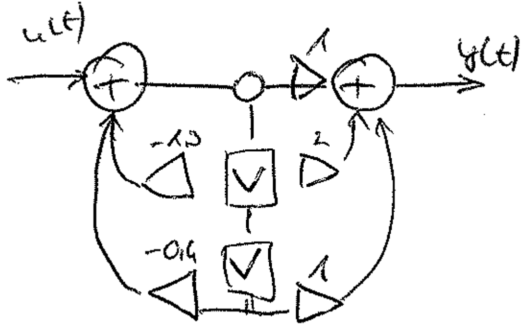
JELEK ZH2 KONZI

A

1. NP



a.) Átviteli fgv: → s az argumentum

$$H(s) = \frac{1\cdot s^2 + 2s + 1}{s^2 + 1{,}3s + 0{,}4}$$

// 5 pontért

(! „Ha átviteli kar.-t kér, $H(e^{j\omega})$ kérdésre válaszolni")

(„Ez kanonikus alak, de alapból ha kiemeszük a pontokat, kijön")

b.) Hát. meg a pólus és zérus képet:

P: $s^2 + 1{,}3s + 0{,}4 = \phi$ → ezt m.o.

$$s_{1,2} \begin{cases} p_1 = -0{,}8 \\ p_2 = -0{,}5 \end{cases}$$

~~Z: $s^2+2s+1=\phi$~~

Z: $s^2 + 2s + 1 = \phi$

$\underline{z_{1,2} = -1}$

// 5 pont (egy másodfokú

C.) Stabilitás:

FI: $Re\{\forall p_i\} < \phi$

$\underline{-0{,}8 < \phi \text{ és } -0{,}5 < \phi}$

⇓

~~AS~~ GVS

↳ ASZ. ST.

„polinommal csak a GVS mondható meg"

d.) $u(t) = 2 \cdot \varepsilon(t)$; $y(t) = ?$

↳ „Ha át

$u(s) = 2 \cdot \frac{1}{s}$

$$H(s) \cdot u(s) = y(s) = \frac{(s+1)(s+1)}{(s+0{,}8)(s+0{,}5)} \cdot \frac{2}{s} = [\text{résztörtekre bontjuk}] =$$

$$= \frac{A}{s+0{,}8} + \frac{B}{s+0{,}5} + \frac{C}{s}$$

„Állandó vagy valódi tört?" → $2 \overset{?}{<} 3$

A: $s = -0{,}8$

$$A = \frac{(-0{,}8+1)(-0{,}8+1) \cdot 2}{(-0{,}8+0{,}5)(-0{,}8)} = \frac{0{,}08}{0{,}24} = \frac{1}{3}$$

B: $s = -0{,}5$

$$\frac{(-0{,}5+1)(-0{,}5+1) \cdot 2}{(-0{,}5+0{,}8)(\quad)} = \dots$$

„Kérették ezeket a számokat leírni, mert csak úgy adhatunk (osztályozhatunk) pontot!
[MINT B. 21 A HOMOKOT]

C: $\frac{1 \cdot 1 \cdot 2}{0{,}8 \cdot 0{,}5} = \frac{2}{0{,}4}$

$$\dots = \frac{1/3}{(s+0{,}8)} + \frac{0{,}5/-0{,}15}{(s+0{,}5)} + \frac{(2/0{,}4)}{s} = y(s)$$

Laplace transz. után

$$y(t) = \varepsilon(t)\left(\frac{1}{3} \cdot e^{-0{,}8} + \frac{0{,}5}{-0{,}15} \cdot e^{-0{,}5t} + \frac{2}{0{,}4}\right)$$

„[A MATEMATIKUSOK ERRE RECSKÁZNAK]"

2. Nagy Példa (~~A~~ csop)

D1: $h[k] = 2\delta[k] + \varepsilon[k]\cdot 0{,}1^{k}$

a.) Adja meg a rendszer átv. kar. $H(e^{j\vartheta}) = ?$

$$H(z) = \underbrace{2}_{\delta[k]} + \underbrace{\frac{z}{z-0{,}1}}_{\Sigma \to \text{ képletből}} = \frac{2(z-0{,}1)+z}{z-0{,}1} = \underbrace{\frac{3z-0{,}2}{z-0{,}1}}_{\text{! Még } \neq \text{ válasz}}$$

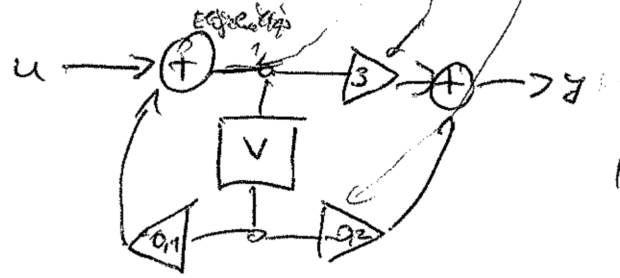
$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{3\cdot e^{j\vartheta} - 0{,}2}{e^{j\vartheta} - 0{,}1}$$

→ „Lényeg, h. $\frac{\text{polinom}}{\text{polinom}}$ alak legyen"!

//5 pont („Egy egyenletrendszer és egy trafó") ↓ ∃ képlet-gyűjtem.

$$\Rightarrow H(z) = \frac{3 - 0{,}2z}{1 - 0{,}1z}$$

b.) Kanonikus alak.



//5 pont

c.) $u[0] = 1$ $L = 2$
$u[1] = 0$
$y[k] = ?$
„Fourier sorfejteni kell"

$$\vartheta^{c} = \frac{2\pi}{L} = \pi$$

$$F(e^{j\vartheta}) = \frac{1}{L}\sum_{\langle k\rangle} f[k]\cdot e^{-jp\cdot\vartheta^{c} k}$$

$p = 0, 1, 2, \ldots$

$\vartheta^{c} = \frac{2\pi}{L}$

(„Nyilván vmi hasonló, egyszerű, redukált Σ lesz ZH-ban")

$p = 0$ esetén $\quad \bar{U}_0^{c} = \frac{1}{2}\sum_{k=0} u[k]\cdot e^{-j0\vartheta^{c} k} = \frac{1}{2}(1+0) = \frac{1}{2}$

$p = 1 \quad \bar{U}_1^{c} = \frac{1}{2}\left(1\cdot e^{-j1\vartheta^{c} 0} + 0\cdot e^{-j1\vartheta^{c} 1}\right) = \frac{1}{2}$

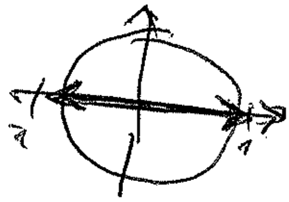
$\vartheta^{c} = 0 \qquad \vartheta^{c} = \pi$

$$\boxed{u[k] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\cos(\pi\cdot k + 0)}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{3-0{,}2\cdot e^{-j\vartheta}}{1-0{,}1\cdot e^{-j\vartheta}}$$

$\vartheta = 0$ $\quad H(e^{j0}) = \dfrac{3-0{,}2\cdot 1}{1-0{,}1\cdot 1} = \dfrac{2{,}8}{0{,}9}$

$\vartheta = 1$ $\quad H(e^{j\pi}) = \dfrac{3-0{,}2\cdot e^{-j\pi}}{1-0{,}1\cdot e^{-j\pi}} = \dfrac{3+0{,}2}{1+0{,}1}$



$$y[k] = \frac{1}{2}\cdot\frac{2{,}8}{0{,}9} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3{,}2}{1{,}1}\cdot\cos(\pi k + \phi + \phi)$$

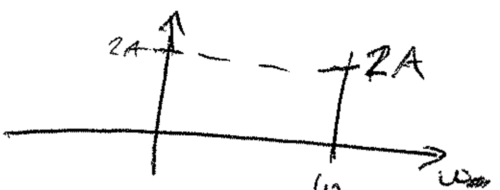
// 10 pont

$\boxed{\text{Kis példák}}$ → $\forall$ KP = 2 pont ($\cancel{A}$. csop)

$\boxed{\text{KP1}}$: $f(t) = 2\cdot A\cdot e^{j\omega_0 t}$ spektruma + ábra?

$\dfrac{|F(j\omega)|}{2\pi}$

↳ Alaplből van egy 2π szorzó, ezért $\frac{1}{2\pi}$-vel átskálázzuk.



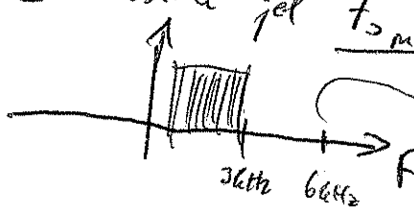
$\omega_0 \to \omega_0$ egy $\delta(t)$-t eredményez ω_0-ban

$\boxed{\text{KP2}}$: $f(t)$ adott → Energia = ?

Parseval-tétel: $E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$

$\boxed{\text{KP3}}$ Határozzuk meg 3 kHz sávszélességű jel $f_{s\,min}$-ét.

$\boxed{\text{Shannon-tétel}}$

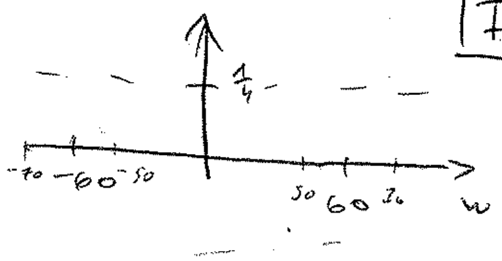


$2\cdot B \leq f_s$

↳ $f_{s\,min} = 6$ kHz

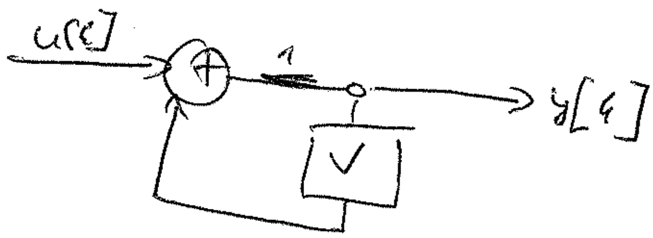
KP4 $f(t) = \underbrace{\sin(10t)}_{\text{mod.}} \cdot \underbrace{\sin(60t)}_{\text{viv.}}$, spektruma = ?

$\dfrac{|F(j\omega)|}{2\pi}$



(Nem vágtam...)

KP5 Adjuk meg a $H(z) = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$ kanonikus alakban



UNRELATED

~~KP~~ **KP 10** Végértéktétel:

$h(+\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot H(s)$

$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$.

KP6 $\mathcal{L}\{\varepsilon(t-t_0)\, y(t-t_0)\}$ $\quad \mathcal{L}\{y(t)\} = y(s)$

Ha a y késleltetve van → Eltolási tétel.

$\rightarrow := y(s) \cdot e^{-st_0}$

KP7 $H(z) = ?$ normál alakban, ha $u[k] = 5\varepsilon[k]$

$y[k] = \varepsilon[k] \cdot 0{,}6^k \rightarrow u(z) = 5 \cdot \dfrac{z}{z-1}$

$y(z) = \dfrac{z}{z-0{,}6}$

$H(z) = \dfrac{y(z)}{u(z)} = \dfrac{z}{z-0{,}6} \cdot \dfrac{1}{5} \cdot \dfrac{z-1}{z} =$

$= \dfrac{\frac{1}{5}z - \frac{1}{5}}{z-0{,}6}$

KP8 Fejezd be a mondatot: páratlan fgv. F-trafója tisztán képzetes.

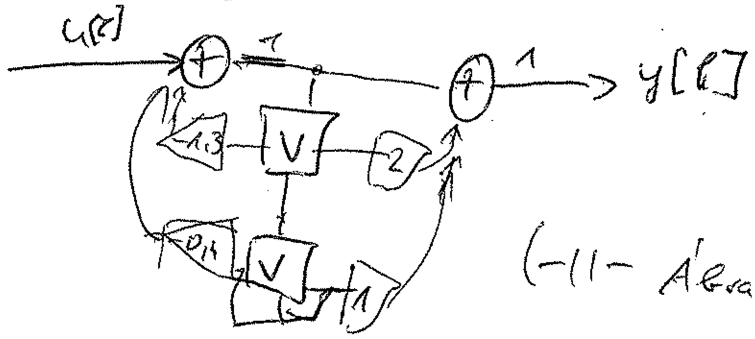
KP9 $H(s) = \dfrac{1}{s+6}$ $\quad u(t) = 3 \cdot \sin(8t)$ ← Periodikus, $\omega = 8$

$\rightarrow H(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega + 6}$ → ebből átviteli tényezőt számolsz.

$H(j8) = \dfrac{1}{6+j8} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3+4j} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{5e^{j \cdot \arctan\left(\frac{4}{3}\right)}} = \dfrac{1}{10} e^{-j\arctan\left(\frac{4}{3}\right)}$

$\rightarrow \boxed{y(t) = 3 \cdot \frac{1}{10} \cdot \sin\left(8t - \arctan\left(\frac{4}{3}\right)\right)}$.

NF1 [B csop]



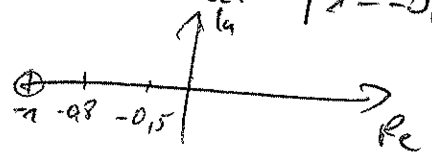
B

(–11– Ábra, mint „A”-nál)

a.) $H(z) = ?$ $\qquad \dfrac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1+\underbrace{1{,}3z^{-1}}_{\text{előjelet vált}}+0{,}4z^{-2}}$ // 5 pont

b.) $H(z) = \dfrac{(z+1)(z+1)}{(z+0{,}8)(z+0{,}5)}$ → Zérusok: $z_1 = z_2 = -1$

Pólusok: $p_1 = -0{,}8 \quad p_2 = -0{,}5$



// 5 p

c.) Stabilitás

$\forall |p_i| < 1$

$p_{1,2} < 1$ → GVS; ASZ. ST. 5 pontért

d.) $u[k] = 117 \cdot \varepsilon[k]$

$U(z) = 117 \cdot \dfrac{z}{z-1}$

$Y(z) = H(z) \cdot U(z) = \dfrac{z^2+2z+1}{z^2+1{,}3z+0{,}4} \cdot 117 \cdot \dfrac{z}{z-1} =$

„[ITT JÖN A SZAR A P.L.CS.N.T.BA]”.

$= 117 \cdot \dfrac{z^3+2z^2+z}{z^3+1{,}3z^2+0{,}4z-z-1{,}3z-0{,}4} = \ldots = \dfrac{z^3+0{,}3z^2-0{,}9z-0{,}4+(1{,}7z^2+1{,}9z+0{,}4)}{(\qquad)}$

Szándékosan leírom, ami a mentén

$\boxed{\text{UP1 Folgt...}}$

$$= \dots = 117 + 117\left(\frac{A}{z+0{,}8} + \frac{B}{z+0{,}5} + \frac{C}{z-1}\right) = *$$

$$A = \frac{1{,}7\cdot(-0{,}8)^2 + 1{,}9\cdot(-0{,}8) + 0{,}4}{(-0{,}8 + 0{,}5)(-0{,}8-1)} = \dots$$

$$B = \frac{1{,}7(-0{,}5)^2 + 1{,}9(-0{,}5) + 0{,}4}{(-0{,}5+0{,}8)(-0{,}5+1)}$$

$$C = \frac{1{,}7 + 1{,}9 + 0{,}4}{(1+0{,}8)(1+0{,}5)}$$

Innentől: $\mathcal{Z}\{a^k\} = \frac{z}{z-a}$

$$* = 117 + 117\cdot z^{-1}\cdot\left(A\cdot\frac{z}{z+0{,}8} + B\cdot\frac{z}{z+0{,}5} + C\cdot\frac{z}{z-1}\right)$$

$$y[k] = 117\,\delta[k] + 117\cdot\varepsilon[k-1]\cdot\left(A(-0{,}8)^{k-1} + B\cdot(-0{,}5)^{k-1} + C(1)^{k-1}\right)$$

2. Nagypélda

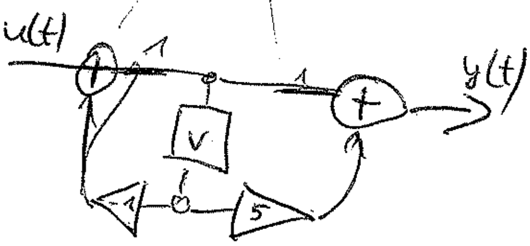
$$h(t)=\delta(t)+\varepsilon(t)\cdot 4\cdot e^{-t}$$

a.) $H(j\omega)=?$

$$H(s)=1+4\cdot\frac{1}{s+1}=\frac{s+1+4}{s+1}=\frac{s+5}{s+1}$$ → Ez már ✓, mert $\frac{\text{polinom}}{\text{polinom}}$

$$\hookrightarrow H(j\omega)=\frac{j\omega+5}{j\omega+1}$$

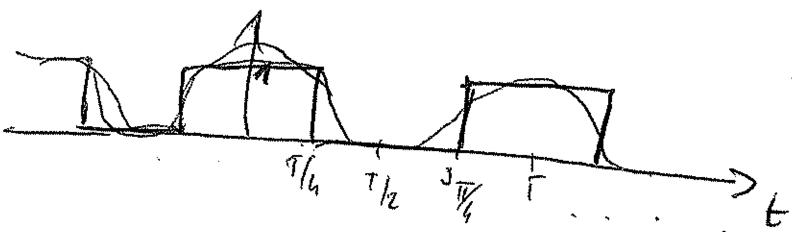
b.) Adjuk meg a kanonikus alakot!



// Spórt

c.) $u(t)=\begin{cases}1 & 0<t<T/4\\ \phi & T/4<t<3T/4\\ 1 & 3T/4<t<T\end{cases}$; $\omega=\frac{2\pi}{T}$ $T=1s$

$$\omega=\frac{2\pi}{1}=2\pi$$



$y(t)$ első 2 nem ϕ komponense.

$$\mathcal{F}\{f(t)\}=F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\cdot e^{-j\omega t}\,dt$$

$$\bar{U}_p^c=\frac{1}{T}\cdot\int_{\langle T\rangle}f(t)\cdot e^{-jp\omega t}\,dt \quad p=0,1,2\ldots$$

$p=\phi$ $$U_0^c=\frac{1}{1}\cdot\int_{-T/4}^{T/4}1\cdot e^{-j\phi\omega t}\,dt=\frac{1}{T}\left[t\right]_{-T/4}^{T/4}=\frac{1}{T}\left(\frac{T}{4}-\frac{T}{4}\right)=\frac{1}{2}$$

első nem ϕ komponens

$\bar{U}_p^c = \frac{1}{T}\cdot\int_{-T/4}^{T/4} 1\cdot e^{-jp\omega t}\,dt = \frac{1}{T}\cdot\left[\frac{e^{-jp\omega t}}{-jp\omega}\right]_{-T/4}^{T/4} = \frac{1}{T(-jp\omega)}\cdot\left(e^{-jp\omega T/4} - e^{+jp\omega T/4}\right) =$

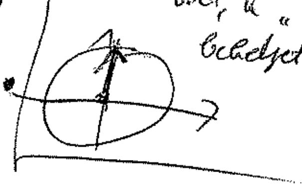
(általánosan)

$= \left(\frac{e^{jp\omega T/4} - e^{-jp\omega T/4}}{2j}\right)\cdot\frac{1\cdot 2j}{j\cdot Tp\omega} = 2\cdot\frac{1}{Tp\omega}\cdot\sin\left(p\omega\frac{T}{4}\right); \quad \omega=\frac{2\pi}{T}$

$= \frac{\cancel{2}}{T\cdot\frac{\cancel{2}\pi}{T}p}\cdot\sin\left(p\frac{\cancel{2}\pi}{T}\cdot\frac{T}{\cancel{4}\,2}\right) \Rightarrow \bar{U}_p^c = \frac{1}{p\cdot\pi}\cdot\sin\left(p\frac{\pi}{2}\right)$

(Gondolom ez egy levezetés volt, a „egyszerűbb" dolgok legyen behelyettesítésnél...)

$p=1 \Rightarrow \bar{U}_1^c = \frac{1}{\pi}\cdot\sin(\pi/2) = \frac{1}{\pi} =$



$= U_0^c + \sum_{p=1}^{\infty} 2\cdot|\bar{U}_p^c|\cdot\cos(p\omega t + \varphi_p) \cong \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cdot\cos(2\pi t + \emptyset)$

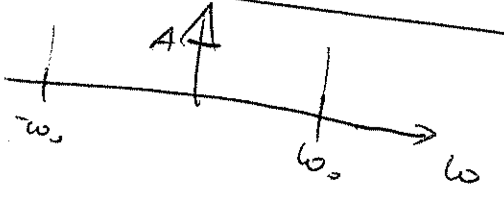
$H(j0) = \frac{5}{1} = 5 \qquad H(j2\pi) = \frac{5+j2\pi}{1+j2\pi} = a+bj$

$y(t) = \frac{1}{2}\cdot 5 + \frac{2}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{5^2+(2\pi)^2}{1^2+(2\pi)^2}}\cdot\cos\left(2\pi t + \arctan\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \arctan(2\pi)\right).$

Le fagy-?

$\boxed{KP1}$ $f(t) = 2A\cdot\cos(\omega t)$

$\frac{|F(j\omega)|}{2\pi}$



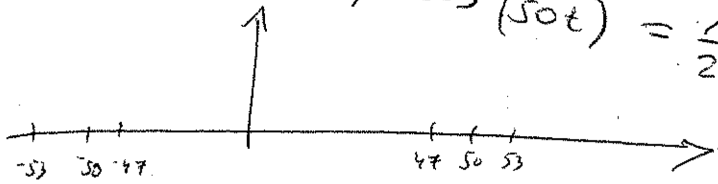
$\boxed{KP2}$ [Parseval-tétel]: $E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\omega j)|^2\,d\omega$

$\boxed{KP3}$ Milyen max sávkorlátú jelet lehet 196 kHz-es jellel lehet mintavételezni?

$f_s = 196$ kHz $\qquad f_s \ge 2\cdot B \qquad$ Shannon-tétel

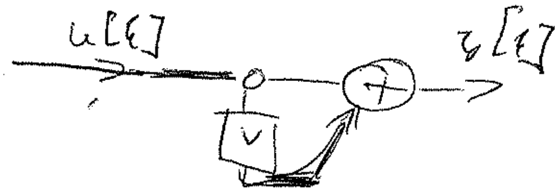
$B \le 98$ kHz

$\boxed{KP4}$ $F(t) = \cos(3t) \cdot \cos(50t) = \frac{1}{2} \cdot \cos(47t) + \frac{1}{2} \cdot \cos(53t)$



$\boxed{KP5}$ $H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{-1}$

kanonikus alak



$\boxed{KP6}$ $F\{x(t - t_0)\} = X(j\omega) \cdot e^{-j\omega t_0}$

$\boxed{KP7}$ $u[k] = \delta[k]$

$y[k] = \varepsilon[k] \cdot 0{,}5^k \rightarrow Y(z) = \frac{z}{z - 0{,}5}$

$H(z) = ?$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z}{z - 0{,}5}$$

$\boxed{KP8}$ př. fgv $F\{\}$ … valós.

~~KP~~