

Nagyságrendek :

$$\log n \ll n \ll n^2 \ll 2^n \ll n! \ll n^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad \left(\frac{n+1}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e$$

Paraméteres megadású görbe :

$$x(t) \quad y(t)$$

$$f'(x) = \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}$$

$$f''(x) = \frac{\ddot{y}(t)\dot{x}(t) - \dot{y}(t)\ddot{x}(t)}{[\dot{x}(t)]^3}$$

Aszimptota :

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - a \cdot x)$$

$$y = a \cdot x + b$$

Érintő :

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$m = f'(x_0) \quad y_0 = f(x_0)$$

Nevezetes határértékek :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arsh} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctan} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{th} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arth} x}{x} = 1$$

más :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1 \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Becslés :

$$0 \leq \{x\} < 1$$

$$x - 1 < [x] \leq x \quad \text{rendőendőelvez}$$

$$x \geq \sin x, \quad \text{ha } x \in (0, \infty)$$

$$\frac{2}{\pi} x \leq \sin x \leq x, \quad \text{ha } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

a görbe (sin) az érintője alatt/fölött halad, ha konkáv/konvex, azt pedig a második deriváltból tudjuk.

részlet törtre bontás:

a nevezőben polinom-tényező számlálóját egyel kisebb fokú polinomként keressük

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$$

$$\text{de: } \frac{1}{(x-2)^2(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{x+3}$$

$$\text{és: } \frac{x-3}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1},$$

mert (x^2+1) -nek nincs zérushelye

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$$

$$(\ln(ax))' = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{a \cdot x + b} = \frac{\ln|a \cdot x + b|}{a} + C, \quad \text{de csak ha a nevező elsőfokú}$$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\cos^2 x - 1 = \cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x) = -\sin^2 x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad 1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Linearizáló képletek :

$$\cos(a \cdot x) \cdot \cos(b \cdot x) = \frac{1}{2} (\cos(a+b)x + \cos(a-b)x)$$

$$\sin(a \cdot x) \cdot \sin(b \cdot x) = \frac{1}{2} (\cos(a-b)x - \cos(a+b)x)$$

$$\sin(a \cdot x) \cdot \cos(b \cdot x) = \frac{1}{2} (\sin(a+b)x + \sin(a-b)x)$$

szélsőérték lehet zárt intervallumon:

- ahol f nem folytonos,
- ahol f nem diffható,
- ahol f=0
- az intervallum szélein, és máshol nem.

szakadási helyek:

- nevező 0,
- csatlakozási helyek

f diff. => f folyt., de visszafelé nem!
lok. szélsőérték és f

$$\int |x| dx \geq \left| \int x dx \right|$$

L'Hopitálásnál $0 \cdot \infty$ alak esetén általában csak az egyik változat vezet megoldásra :

$$\frac{1}{\infty} \cdot 0 \text{ vagy } \frac{1}{0} \cdot \infty$$

Hibabecslés:

sor hibája becsülhető konvergens majoráns geometriai sor összegével.

Leibniz-sor hibája becsülhető az első figyelembe nem vett taggal.

f deriválható x_0 -ban, ha folytonos, és a derivált kétoldali határértéke egyenlő (ellenpélda: $\operatorname{Abs}(x)$).

